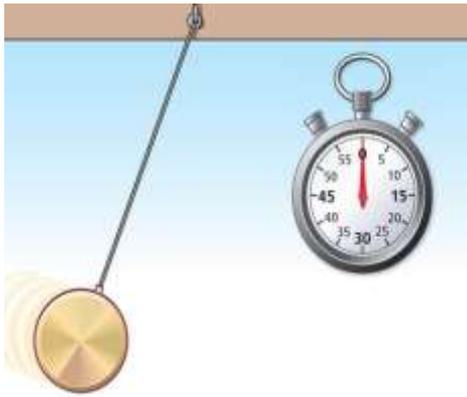


# Errori casuali ed errori sistematici

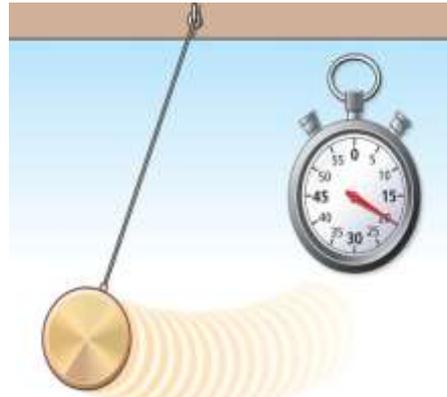
## Errori casuali

Misuriamo la durata di cinque oscillazioni complete (avanti e indietro) di un pendolo con un cronometro che indica i decimi di secondo. Se ripetiamo la misura alcune volte, difficilmente otteniamo due risultati uguali. Questo accade perché, nonostante tutte le attenzioni, nell'eseguire la misura compiamo degli **errori**.

All'inizio, facciamo partire il cronometro a volte in ritardo, altre in anticipo rispetto a quando comincia la prima oscillazione.



Alla fine, fermiamo il cronometro qualche volta in ritardo, altre volte in anticipo rispetto a quando finisce l'ultima oscillazione.

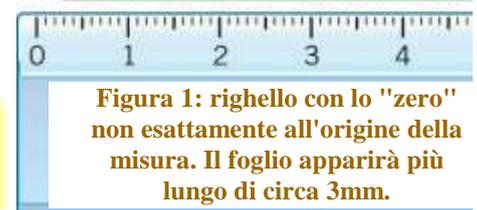


Questi sono **errori casuali**, cioè errori che dipendono dal caso: qualche volta possono dare come risultato un tempo maggiore di quello vero, altre volte un tempo minore.

Un altro errore casuale è quello di allineamento quando si fa una misura di lunghezza. Lo zero del righello (**figura 1**) è qualche volta un po' a destra, qualche altra volta un po' a sinistra del punto dove inizia la lunghezza da misurare.+-

Da quello che abbiamo appena detto, è evidente che gli **errori casuali** variano in modo imprevedibile da una misura all'altra e influenzano il risultato qualche volta per **eccesso**, qualche altra volta per **difetto**. Questo comporta che quando misuriamo la stessa grandezza più volte non otteniamo mai lo stesso valore ma le misure cambiano di volta in volta: il fatto di avere misure diverse della stessa grandezza si chiama **dispersione**.

Perciò, se notiamo che le misure di una stessa grandezza presentano una dispersione (cioè: il valore misurato è diverso da misura a misura) possiamo essere sicuri che è presente un errore casuale.



**Figura 1:** righello con lo "zero" non esattamente all'origine della misura. Il foglio apparirà più lungo di circa 3mm.

Il modo più semplice per ridurre l'errore casuale è quello di fare la **media** delle misure: in questo modo le misure in eccesso compensano quelle in difetto (cioè: gli errori per eccesso cancellano quelli in difetto) cosicché **la media ha un errore casuale finale minore di quello delle singole misure**.

**In conclusione:** gli errori casuali sono quelli errori prodotti dal caso. Perciò:

- gli errori casuali sono imprevedibili.
- sono sia in eccesso che in difetto e perciò producono dispersione.
- sono ridotti (ma non annullati!) facendo la media delle misure.

Esiste una tecnica per calcolare l'errore casuale di una serie di misure ma è un po' complicata: quando è necessario il Prof calcolerà l'errore casuale per voi.

## Errori sistematici

Oltre agli errori casuali, possiamo compiere anche **errori sistematici**, cioè errori che si ripetono sempre nello stesso senso. Per esempio, ciò avviene quando misuriamo una lunghezza con un metro un po' più lungo (o un po' più corto) del metro campione.

Per esempio, se il metro è più lungo di un centimetro, tutte le misure sono sbagliate per difetto: misuriamo 1,00 m invece di 1,01 m.

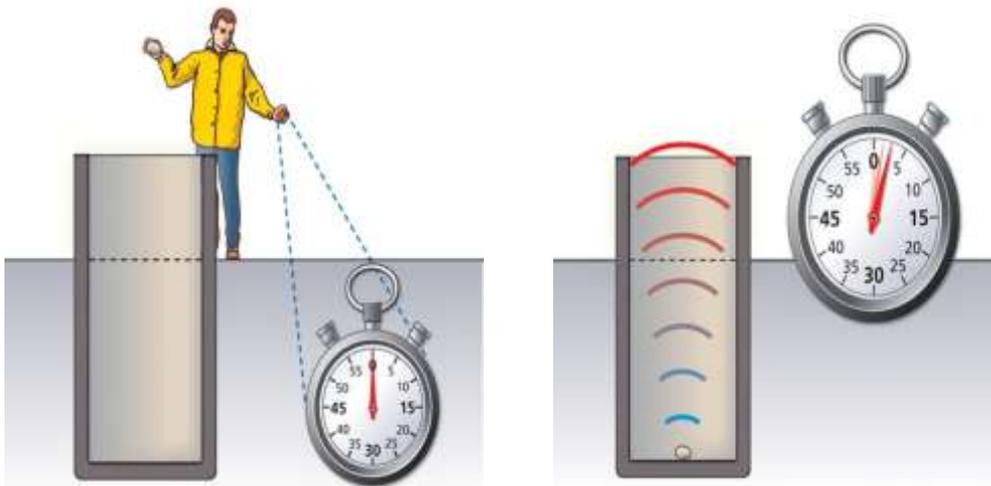
Se invece il metro è più corto di un centimetro, tutte le misure sono sbagliate per eccesso: misuriamo 1,00 m invece di 0,99 m.

Gli **errori sistematici** avvengono sempre nello **stesso senso: o sempre per eccesso o sempre per difetto**.

Gli errori sistematici non nascono soltanto dall'uso di strumenti difettosi, ma anche dalla maniera in cui è condotta la misura: ad esempio, se vogliamo sapere quanto tempo impiega un sasso per giungere sul fondo di un pozzo in cui non possiamo scendere:

misuriamo l'intervallo di tempo tra l'istante in cui lasciamo cadere il sasso e l'istante in cui sentiamo il rumore del sasso che tocca il fondo.

L'intervallo misurato è in realtà quello che il sasso impiega per cadere *più* quello impiegato dal suono per giungere dal fondo fino a noi.



Nella misura dell'intervallo di tempo, c'è quindi un **errore sistematico per eccesso**. In linea di principio, esso può essere eliminato:

- calcolando il tempo impiegato dal suono per risalire il pozzo;
- correggendo il risultato sottraendo a esso la correzione così calcolata.

Facciamo un altro esempio: su tutti gli oggetti immersi nell'aria agisce una spinta verso l'alto, che è visibile quando agisce su oggetti molto leggeri, come un palloncino da luna-park: questa spinta è la ben nota **Forza di Archimede**, che studieremo l'anno prossimo.

Nella misura del peso, effettuata con una bilancia ad un piatto, la bilancia misura il peso dell'oggetto (che agisce verso il basso) *meno* la spinta di Archimede (che agisce verso l'alto): perciò l'oggetto apparirà meno pesante di quello che è. Per un corpo denso, come un cubo d'acciaio, l'effetto della spinta verso l'alto dovuta all'aria è trascurabile. Però, se misuriamo il peso, sempre con una bilancia ad un piatto, di un oggetto poco denso come un cubo di polistirolo, otteniamo un valore un poco minore di quello reale.

Nella misura del peso del cubo di polistirolo c'è quindi un **errore sistematico per difetto**.

Infine facciamo un terzo esempio: il MaccioZombie! Una mattina di Gennaio, quando fuori faceva freddo, il Prof è andato dal parrucchiere e prima di entrare nel negozio si è misurato la febbre con un termometro ad infrarossi. La sua temperatura è risultata... 34,8°C!! E' la temperatura di un cadavere morto da poco: il Prof è uno Zombie. Il termometro non era guasto: cosa è successo? Per rispondere bisogna sapere che un termometro ad infrarossi non misura la temperatura del corpo umano e nemmeno quella della fronte (quando si punta sulla testa): esso misura la temperatura dello strato più esterno della pelle, quello a contatto con l'aria. Quel giorno faceva freddo cosicché la pelle della fronte, che era a contatto con l'aria fredda, si era raffreddata. Tornato a casa il Prof si è misurato nuovamente la temperatura con un termometro a mercurio, che misura la temperatura del corpo e non solo della pelle esterna: essa era risultata 36,0°C. Perciò il termometro ad infrarossi aveva compiuto un **errore sistematico per difetto** di -1,2°C.



E' chiaro che se una persona non sa che il suono impiega del tempo a propagarsi (esempio del pozzo) o che esiste una spinta verso l'alto (esempio del palloncino) o che un termometro ad infrarossi misura solo la temperatura della pelle esterna allora ella non terrà conto di tali effetti e le sue misure saranno sbagliate *senza che lei lo sappia*. Questo è il problema principale dell'errore sistematico: **non c'è modo di capire se esso è presente facendo una serie di misure con lo stesso strumento e lo stesso metodo**.

L'unico modo per evidenziare l'errore sistematico è quello di ripetere le misure usando tecniche e strumenti differenti.

Ad esempio, se dopo aver misurato la profondità del pozzo con il lancio del sasso io ripeto le misure misurando la stessa profondità con un metro io mi accorgo subito che le misure ottenute con il sasso sono **sistematicamente più grandi** di quelle misurate con il metro. All'opposto: se dopo aver misurato il peso con una bilancia all'aria aperta io ripeto la misura ponendo la bilancia nel vuoto (cosicché non c'è più la spinta di Archimede dell'aria) io mi accorgo subito che le misure che avevo ottenuto con la bilancia all'aria aperta sono **sistematicamente più piccole** di quelle misurate con la bilancia nel vuoto. Se infine confronto la temperatura ottenuta da un termometro ad infrarossi presa su di una superficie esposta all'aria fredda con quella da un termometro a mercurio vedo immediatamente che le prime sono **sistematicamente più piccole** delle seconde.

Usando strumenti migliori, confrontando fra loro misure prese con strumenti e metodi differenti e applicando al meglio le correzioni si possono ridurre gli errori sistematici. In questo modo la misura avrà un'incertezza minore, ma non sarà mai esatta: non si può mai essere sicuri che una misura sia priva di errori sistematici perché possono esservi effetti e perturbazioni che non conosciamo.

**In conclusione:** gli errori sistematici sono quelli errori prodotti da un difetto dello strumento o da un suo uso non corretto oppure sono prodotti da un metodo di misura scorretto. Perciò:

- gli errori sistematici sono solo in eccesso o solo in difetto.
- si può sapere se è presente un errore sistematico solo confrontando misure prese con strumenti o tecniche diverse.
- possono essere ridotti... facendo molta attenzione!

## Un esempio di errore casuale e sistematico: il periodo del pendolo

In classe abbiamo misurato per 8 volte il periodo di oscillazione di un pendolo sia per grandi oscillazioni sia che per piccole oscillazioni. Ecco a destra la Tabella dei valori ottenuti quando le misure erano prese dallo studente Tobia e dalla studentessa Fiore. La tabella accanto essa riporta i valori dei periodi misurati da Tobia e Fiore per le grandi e le piccole oscillazioni (G.O. e P.O.).

**Errore casuale:** guarda i valori che i due studenti hanno ottenuto per le G.O. e le P.O. separatamente: essi sono sempre diversi, anche se l'ampiezza dell'oscillazione era la stessa! In altre parole: le misure ripetute sulla solita grandezza sono diverse fra loro (si dice: "le misure sono disperse" o "le misure mostrano una dispersione").

Il fatto che le misure mostrino una dispersione significa che le misure sono influenzate (si dice: "sono affette") dall'**errore casuale**, che talvolta è in eccesso (aumenta la misura) e talvolta in difetto (diminuisce la misura).

TOBIA		FIORE	
G.O.	P.O.	G.O.	P.O.
1,60	1,53	1,41	1,39
1,53	1,61	1,43	1,40
1,51	1,61	1,48	1,44
1,64	1,64	1,35	1,41
1,67	1,64	1,38	1,38
1,60	1,58	1,46	1,37
1,57	1,69	1,42	1,43
1,63	1,43	1,39	1,40

**Errore sistematico:** adesso confronta le misure di Tobia con quelle di Fiore: Cosa noti? Le misure di Fiore sono **sistematicamente** più piccole di quelle di Tobia. La differenza fra le misure di Fiore e quelle di Tobia non può essere dovuta ad un errore casuale: se così fosse talvolta Fiore misurerebbe un periodo più grande di quello di Tobia, talvolta uno più piccolo ma la Tabella mostra che le misure di Fiore sono **sempre** più piccole di quelle di Tobia. Ciò significa che le misure sono affette da un **errore sistematico**: Fiore è sistematicamente più rapida a prendere il tempo di quanto lo sia Tobia.

**Alcune considerazioni sull'errore sistematico.** Quale dei due ragazzi ha fatto le misure più precise? Tobia o Fiore? Fiore è stata troppo rapida? O invece Tobia è stato troppo lento? O forse Tobia è stato un po' lento e Fiore un po' rapida... oppure sia Fiore che Tobia sono stati troppo rapidi ma Fiore è stata ancora più rapida... quali di queste possibilità è quella giusta? Osservando solo i valori misurati non possiamo dirlo: possiamo solo affermare che sicuramente c'è un errore sistematico ma non possiamo dire né quali misure hanno l'errore né quanto vale l'errore sistematico.

**Conclusioni sugli errori dell'esperimento del pendolo:** con l'esperimento di Tobia e Fiore abbiamo verificato che:

- **si ha un errore casuale se le misure di una stessa grandezza mostrano dispersione**, cioè se ripetendo la misura della solita grandezza con il medesimo strumento ottengo valori differenti.
- **si ha un errore sistematico se misure della stessa grandezza prese con strumenti/tecniche differenti danno risultati diversi.** Non è possibile vedere se ho un errore sistematico misurando la solita grandezza con il solito strumento ed il solito metodo di misura: infatti, per capire che le misure del periodo del pendolo avevano un errore sistematico è stato necessario fare le misure con uno strumento diverso (nel nostro caso, lo strumento era lo studente che prendeva la misura) e confrontare i valori ottenuti.
- **anche se riesco a scoprire che le misure hanno un errore sistematico non è possibile sapere né chi ha commesso l'errore né quanto esso vale:** posso solo sapere se l'errore sistematico c'è o non c'è. L'unico modo per eliminare o almeno ridurre l'errore sistematico è quello di cercare di capire cosa lo ha prodotto e ripetere con maggior attenzione le misure cercando di eliminare tutte le cause che possono produrlo.

## 4 ERRORI CASUALI E SISTEMATICI: IL TIRO AL BERSAGLIO

Per capire meglio la differenza tra errori casuali ed errori sistematici, facciamo un'analogia con lo sport del tiro al bersaglio. Consideriamo come risultato «esatto» il proiettile che colpisce il centro del bersaglio e come errori tutti i fattori che allontanano il proiettile dal centro. Le cause di errore che si possono individuare in questo caso sono diverse: un tremore della mano del tiratore, un colpo di vento oppure un difetto di fabbricazione dell'arma utilizzata.

Supponiamo che il tiratore spari un certo numero di colpi verso il bersaglio e vediamo alcune situazioni che si possono presentare (**figura 6** a pagina seguente). Nell'analizzarle ricorda che gli errori casuali spostano il colpo dal centro in tutte le direzioni «a caso», mentre gli errori sistematici agiscono spostando il colpo in una direzione definita, sempre uguale.

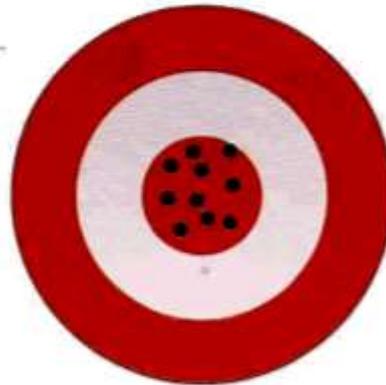
- **Caso A.** Tutti i fori sono molto vicini al bersaglio e sono anche vicini tra loro: in questo caso si può affermare che sia gli errori casuali (spostamenti dal centro del bersaglio in tutte le direzioni) sia quelli sistematici (spostamenti dal centro tutti in una direzione definita) sono piccoli.
- **Caso B.** I fori sono ancora tutti vicini tra loro ma sono tutti spostati di una certa quantità rispetto al centro del bersaglio: in questo caso gli errori casuali sono piccoli (non c'è grande differenza di posizione tra i

fori), mentre gli errori sistematici sono grandi (perché tutti i fori sono spostati a destra rispetto al centro).

- **Caso C.** I fori dei proiettili, pur essendo lontani tra loro, sono distribuiti casualmente rispetto al centro del bersaglio e centrati su questo. In questo caso gli errori casuali sono grandi e quelli sistematici sono piccoli.
- **Caso D.** I fori sono lontani tra loro e non centrati sul bersaglio, quindi sia gli errori casuali che quelli sistematici sono grandi.

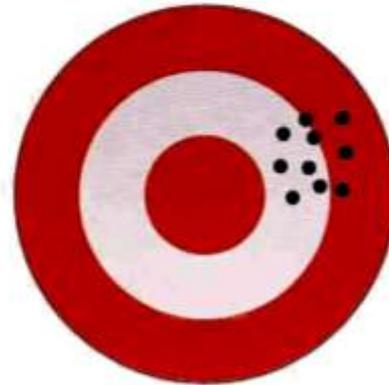
**Figura 6**

Tirando al bersaglio diversi colpi si possono presentare diversi casi: ognuno di questi dipende dal tipo e dalla combinazione degli errori nel tiro.



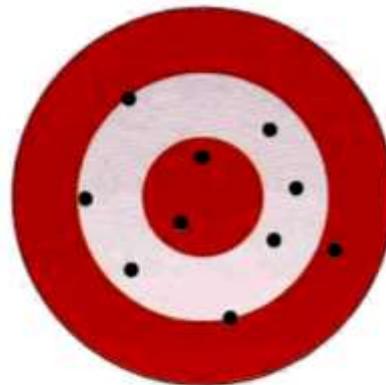
**A**

Errori casuali: piccoli  
Errori sistematici: piccoli



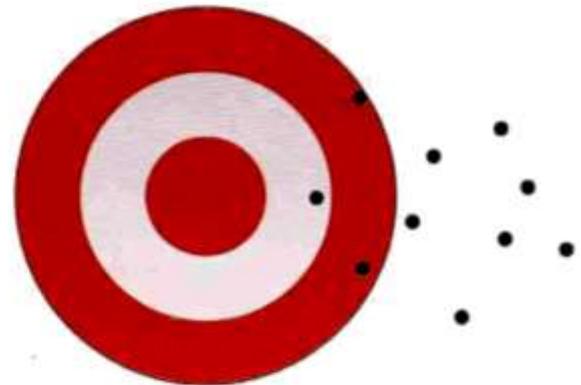
**B**

Errori casuali: piccoli  
Errori sistematici: grandi



**C**

Errori casuali: grandi  
Errori sistematici: piccoli



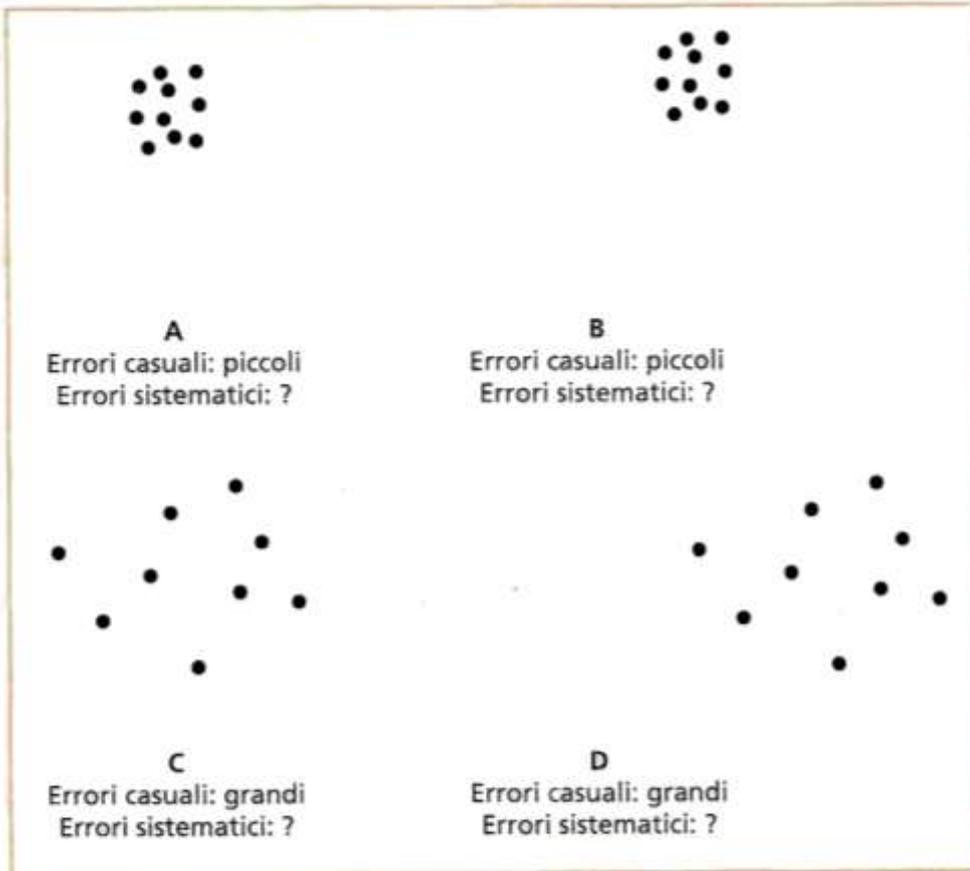
**D**

Errori casuali: grandi  
Errori sistematici: grandi

La situazione appena descritta è una buona rappresentazione di quello che succede in un laboratorio, in cui il valore «vero» della grandezza che vogliamo misurare è rappresentato dal centro bersaglio e gli errori sono le cause di allontanamento dei proiettili dal centro.

Il fatto è che molto spesso, eseguendo un esperimento, non si ha nessuna indicazione sul valore che si cerca di misurare, cioè non si può stabilire qual è il centro e quali sono le distanze da esso.

Che cosa succederebbe se togliessimo il bersaglio? La situazione sarebbe simile a quella che si vede in **figura 7**: come vedi, riusciamo ancora a dedurre che nei casi **A** e **B** gli errori casuali sono piccoli e nei casi **C** e **D** sono invece grandi, ma non possiamo dire nulla sugli errori sistematici.

**Figura 7**

Fare una misura senza conoscere il valore «atteso» (quello che ci si aspetta di ottenere) è come guardare il risultato del tiro al bersaglio senza vedere il centro del bersaglio.

Questo è esattamente ciò che succederà quando eseguirai i tuoi esperimenti non conoscendo il valore della grandezza che stai misurando (cioè, non conoscendo il bersaglio).

## Consigli per ridurre gli errori

**Prima di iniziare un esperimento** sarà bene accertarsi di aver ridotto il più possibile le cause di errore. Ecco alcuni suggerimenti:

- se possibile, fai una previsione teorica dei risultati e confrontali con i dati sperimentali;
- controlla bene la taratura degli strumenti ed eventualmente sostituiscili;
- controlla che le batterie degli strumenti che stai per utilizzare siano cariche;
- riguarda la teoria che sta alla base dell'esperienza di laboratorio che stai per realizzare e ripassa le formule che dovrai utilizzare.

**Durante l'esperimento** dovrai accertarti di eseguire correttamente le misure, le procedure e i calcoli. Ecco qualche suggerimento:

- ripeti l'esperimento più volte e nelle stesse condizioni ambientali;
- controlla che i valori delle stesse grandezze ottenuti con diverse misure siano tutti vicini tra loro e comunque compresi in un certo intervallo non troppo grande: valori che si allontanano troppo da questo intervallo sono spesso frutto di errori.
- ma soprattutto... esegui *tutte* le misure con calma e con precisione! Poche misure prese bene sono molto più utili di tantissime misure tutte sconclusionate.