

CONSERVAZIONE DEL MOMENTO ANGOLARE

spiegazione fisica

In altri appunti¹ abbiamo visto che il **momento di una forza** (τ) modifica il **momento angolare** ($L=I\omega$) di un corpo attraverso la formula: $L_F = L_I + \tau \cdot \Delta t$.

Nel caso di momento delle forze nullo o equilibrato (cioè: $\tau^{\text{ext}}=0$) allora si ha immediatamente:

$$L_F = L_I \rightarrow I_F \cdot \omega_F = I_I \cdot \omega_I \quad (\tau^{\text{ext}}=0) \quad (1)$$

L'eq. (1) è la ben nota **legge di conservazione del momento angolare**.



L'eq. (1) permette di capire come mai una ballerina ruota sempre più velocemente tanto più stringe a sé le braccia o che una stella ruota sempre più rapidamente via via che la materia si addensa al centro. Più in generale: dall'eq. (1) appare che **quando il momento angolare si conserva allora I e ω sono inversamente proporzionali**: perciò all'aumentare di I il valore di ω decresce e viceversa. Come abbiamo visto a lezione, **I aumenta con l'aumentare delle dimensioni di un oggetto e decresce con il diminuire di queste**: cosicché posso scrivere questo facile schema:

- **materia che si addensa al centro** $\rightarrow I_F < I_I \rightarrow \omega_F > \omega_I$
- **materia che si sposta in periferia** $\rightarrow I_F > I_I \rightarrow \omega_F < \omega_I$

Adesso però ci poniamo questo problema: qual è il **meccanismo fisico** che genera la variazione di ω ? L'eq. (1) ci permette di calcolare **come** ω cambia al variare di I ma non ci dice **perché** ω varia. Adesso vedremo che il cambiamento di velocità di rotazione è dovuto ad un meccanismo basilare: **l'inerzia del movimento**.

Cerchiamo di capire cosa accade **fisicamente** usando un esempio. Guarda la Figura1: essa mostra un oggetto di massa **m** che sta su di un disco alla distanza R_1 . Il disco ruota alla velocità angolare ω_1 : su di esso non è applicato alcun momento e perciò esso continuerebbe a ruotare con $\omega=\omega_1$ indefinitamente. Noi analizzeremo cosa accade quando la massa **m** si **avvicina al centro** passando da R_1 alla distanza $R_2=R_1/2$.

Per prima cosa calcoliamo la velocità con cui ruota la massa m (R_1) e il disco alla distanza R_2 :

$$V = \omega \cdot R, \text{ cosicché } V_{\text{massa}} = \omega \cdot R_1, V_{\text{disco}R_2} = \omega \cdot R_2.$$

Supponiamo ad esempio che $\omega=2\text{rad/s}$, $R_1=4\text{m}$, $R_2 = 2\text{m} \rightarrow V_{\text{massa}} = 8\text{m/s}$, $V_{\text{disco}R_2}=4\text{m/s}$. Nota che la velocità del disco alla distanza R_2 è la metà di quella della massa

Adesso supponiamo che la massa **m** si avvicini al centro, passando da R_1 a R_2 . Nota che, poiché la massa **m** si avvicina al disco, **il momento di inerzia I del Sistema decresce**. Per inerzia, **m** manterrebbe la stessa velocità $V_{\text{massa}}=8\text{m/s}$ in una regione dove però la velocità del disco è di solo $V_{\text{disco}R_2}= 4\text{m/s}$: questo significa che **m** si muove più velocemente della materia del disco che la circonda: ciò fa sì che essa trascini dietro di sé il disco, accelerandolo: **il disco perciò aumenta la sua velocità angolare ω** . Dunque: al diminuire di I (passaggio di materia dalla periferia al centro) il valore di ω aumenta. **C.V.D.**

Caso opposto se m invece si sposta da R_2 a R_1 , cioè dal centro più lento alla periferia più rapida. In questo caso... continua tu il ragionamento!

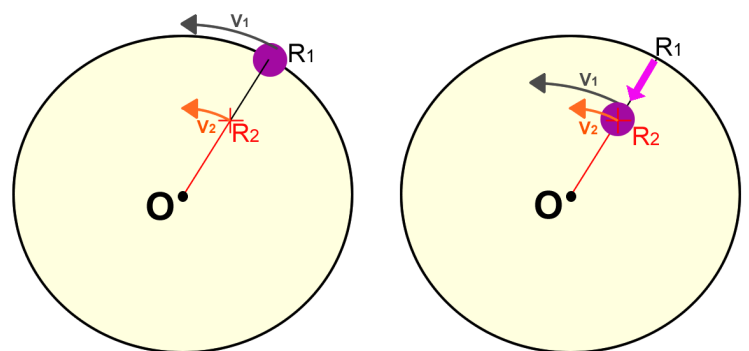


Figura1: se la massa m (viola) viene spostata dalla periferia (R_1) all'interno (R_2), si trova ad avere una velocità maggiore di quella della materia circostante ($V_1 > V_2$) e perciò trascina con sé tutto il disco, accelerandolo.

¹ Negli appunti "MOMENTO ANGOLARE E SUA VARIAZIONE"