RELAZIONE FRA ENERGIA CINETICA E POTENZIALE

In altri appunti[[1]](#footnote-1) abbiamo definito il potenziale di una forza (**U**). Avevamo visto che, se una forza è **conservativa**, in ogni punto P dello spazio essa possiede un potenziale rispetto ad un punto di riferimento O definito come:

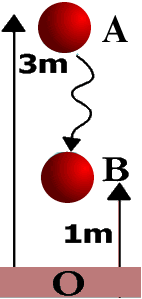
**U(P) = KO – KP (1a)** da cui segue subito:

**U(P) = LP→O  (1b)**

Ma cosa ce ne facciamo di questo benedetto potenziale? Adesso lo scopriremo usando un paio di semplici equazioni matematiche.

**La differenza di potenziale è opposta alla differenza di energia cinetica**

Apparentemente, esso serve solo a calcolare il guadagno di energia cinetica quando un corpo arriva al punto O: e se invece arriva da un’altra parte? Ti faccio un semplice esempio: una pallina si trova in una certa posizione iniziale **A** e si sposta in un’altra posizione che chiamo **B**: voglio calcolare l’energia cinetica in **B** sapendo quella in **A** (vedi figura 1). Né **A** né **B** corrispondono alla posizione **O** rispetto alla quale calcolo il potenziale, mentre l’eq. (1a) mi permette di calcolare l’energia cinetica solo se vado in **O**! Come posso fare? In altre parole: posso generalizzare la formula (1a) cosicché mi permetta di calcolare l’energia cinetica per un punto di arrivo **qualsiasi** e non necessariamente O?



Se questo discorso non ti è chiaro, facciamo un esempio pratico. Lascio cadere un corpo e misuro la sua energia cinetica quando si trova ad un’altezza di 3m dal suolo: voglio calcolare la sua energia cinetica quando arriva a 1m di quota (vedi figura 1). Come faccio? Non posso usare *direttamente* le eq. (1a) o (1b) perché esse mi permettono di fare i conti solo quando il corpo arriva in **O**! Chiaro qual è il problema?

Se la cosa rimanesse in questo modo, il potenziale non servirebbe praticamente quasi mai: potrei utilizzarlo soltanto se il corpo giungesse *esattamente* in O. Però adesso scopriremo che, con un semplice trucco matematico, è possibile usare il potenziale per calcolare l’energia cinetica di un oggetto **qualunque** sia il punto di arrivo.

Vediamo qual è questo trucco: applichiamo l’equazione (1a) sia al punto **A** che al punto **B** e mettiamo le due equazioni a sistema:

**Figura 1: un corpo passa da A a B: come fare a calcolare la sua energia cinetica?**

**UA = KO - KA (2a)**

**UB = KO - KB (2b)**

Le due equazioni sopra contengono sia KA e KB (che sono le grandezze che mi interessano) sia KO (che non mi interessa e che voglio eliminare). Per eliminare KO e mantenere solo KA e KB uso un facile trucco matematico: sottraggo membro a membro l’eq. (2b) dalla (2a). Ottengo:

**UA - UB = KO – KA –(KO - KB) → UA - UB = KB – KA (3)**

Quest’equazione permette di calcolare **KB** conoscendo **KA** o viceversa se conosco il potenziale in **A** e in **B**, **senza prendere in alcuna considerazione il punto** **O**.

Se si tiene conto che A≡punto iniziale, B≡punto finale allora è immediato che **KB** -**KA** = **Kfinale–Kiniziale = ΔK** e che **UA-UB = Uiniziale–Ufinale =-ΔU.** Possiamo perciò scrivere l’eq. (3) in un’altra forma:

**ΔU = -ΔK (4)**

L’eq. (4) mi dà **la relazione generale fra la variazione di potenziale e la variazione di energia cinetica**. Essa non è altro che la formulazione matematica dell’enunciato ripetuto ormai mille volte in classe:

**la variazione di energia potenziale corrisponde all’opposto della variazione dell’energia cinetica**

L’eq. (4) e il relativo enunciato descrivono la vera proprietà fisica del potenziale: quella di essere un **serbatoio di energia** che può scaricarsi generando energia cinetica o caricarsi risucchiando dentro di sé energia cinetica. Infatti, l’eq. (4) afferma che **ogni variazione di potenziale ΔU è bilanciata da una variazione esattamente opposta di energia cinetica ΔK**: tanto un corpo perde in energia potenziale tanto guadagna in energia cinetica e viceversa. In altre parole: dire che il potenziale di un corpo è diminuito significa affermare che esso ha scaricato parte della sua energia potenziale in energia cinetica, aumentando così la propria velocità; all’opposto, dichiarare che il potenziale dell’oggetto è aumentato significa che il suo serbatoio di potenziale è stato caricato assorbendo parte della sua energia cinetica, rallentando la velocità.

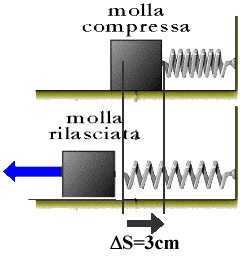
In pratica, l’eq. (4) è la formulazione matematica degli argomenti e degli esempi che avevamo già introdotto, in forma del tutto qualitativa senza alcuna equazione, negli appunti “**ENERGIA POTENZIALE – Introduzione”**: rileggiteli di nuovo adesso che hai di fronte agli occhi tutta la teoria matematica!

**Alcuni esempi pratici**

Facciamo un primo esempio riprendiamo il caso di figura1: un corpo di massa 5 kg che casca arrivando a 3m dal suolo con una velocità di 2m/s (punto A) e che poi continua a cadere fino a 1m di quota (punto B).

Calcoliamo: **UA** = 5·9,81·3 = 147,5 J (**A** è a 3m di quota); **UB** = 5·9,81·1 = 49,2 J (**B** è a 1m di quota); **KA** =½·5·22 = 10 J.

Adesso trovo **KB** usando l’eq. (3): **KB - KA** = **UA - UB →** = KB – 10J = 147,5J – 49,2J → KB=108,3 J.

Potrei anche usare l’eq. (4): **ΔK = -ΔU.** Passando da **A** a **B** il potenziale passa da 147,5 J a 49,2 J e perciò: **ΔU** = 49,2 J – 147,5 J = -98,3 J. Dunque, l’energia potenziale è diminuita di 98,3 J: di conseguenza l’energia cinetica è aumentata di 98,3 J e posso scrivere: **KB = KA+ΔK** =10 J + 98,3 J = 108,3 J.

Facciamo un secondo esempio: una molla di costante K=2N/cm (200N/m) e compressa di 3cm (A) viene rilasciata e giunge alla sua posizione di riposo (B), spingendo una scatolina (vedi figura 2).

Calcoliamo: **UA** = ½K⋅ΔSA= ½⋅200⋅(0,03)2 = 0,09 J ; **UB** = 0 J (ΔSB=0 perché la molla è a riposo); **KA** =0 J (la molla all’inizio è immobile).

Adesso trovo **KB** usando l’eq. (3): KB - KA = UA - UB → = KB – 0J = 0,09J – 0J → KB = 0,09 J.

Se invece uso l’eq. (4) scrivo: ΔU = UB - UA = 0J - 0,09J = -0,09J ; ΔK = -ΔU = -(-0,09 J) = 0,09J → KB= KA+ΔK = 0 J + 0,09 J = 0,09J

**Figura 2**

1. Negli appunti “POTENZIALE DI UNA FORZA – proprietà matematiche” [↑](#footnote-ref-1)