**PROBLEMI DI LAVORO DI GRAVITA’ E DI MOLLA**

Come calcolare il Lavoro della gravità e di una molla è spiegato in altri appunti[[1]](#footnote-1): adesso applichiamo le formule che abbiamo dimostrato e svolgiamo alcuni semplici problemi.

**PROBLEMA 1**

Una molla di costante elastica Kmolla=0,4N/cm è appoggiata su di un piano orizzontale. Essa viene compressa di 3cm e su di essa viene appoggiata una pallina di massa M=150g

1. Qual è la velocità con cui viene lanciata la pallina? [Vf=0,6m/s]
2. Se il piano produce un attrito dinamico di modulo FD=0,2N quanto spazio percorre la pallina prima di fermarsi? [ΔS=13,5cm]
3. Quanto spazio percorre la pallina prima che la sua velocità, a causa dell’attrito, scenda a 0,2m/s? [ΔS=12cm]



**PROBLEMA 2**

Una pallina di massa M=50g viene fatta scivolare partendo da ferma su di un piano inclinato di angolo α=20°. In fondo alla base vi è una molla di costante elastica 300N/m. Prima di fermarsi, la pallina percorre uno spazio di 80cm:

1. Supponendo che non vi sia attrito, di quanto comprime la molla la pallina quando è caduta?[ΔLf= ± 2,1cm]
2. Come cambia la risposta se la pallina fosse partita con una velocità Vi=3m/s verso il basso? [ΔLf = ± 3,46cm]
3. Come cambia la risposta se la pallina fosse partita con una velocità Vi = 3m/s verso l’alto? [ΔLf = ± 3,46cm]

**SOLUZIONI**

**Problema1, 1. :** Devo, come sempre, applicare l’equazione **L = Kf – Ki**

In questo caso: **L = Lmolla =** **½⋅Kmolla⋅(ΔLi2 - ΔLf2)** ;

**Ki =** **½⋅M⋅Vi2** ; **Kf =** **½⋅M⋅Vf2**

Scrivo perciò: **½⋅Kmolla⋅(ΔLi2 - ΔLf2) = ½⋅M⋅Vf2 - ½⋅M⋅Vi2**

A questo punto basta sostituire i valori noti:

ΔLi=2cm=0,02m ; ΔLf=0m ; Vi=0m/s ;

Kmolla=0,4N/cm = 40N/m

Scrivo perciò:

½⋅40N/m⋅[(0,03m)2 – (0m)2] = ½⋅0,15kg⋅Vf2 – ½⋅0,15kg⋅(0m/s)2 →

0,027J = 0,075⋅Vf2 – 0 → Vf = ±0,6m/s. Perché ho due soluzioni? Pensaci…

**Problema1, 2. :** posso risolvere il problema in due modi: ripartendo dall’inizio o sfruttando la soluzione del punto 1.

Se parto dall’inizio: scrivo, come sempre: **L = Kf – Ki**.

In questo caso: **L = Lmolla + Lattrito**

**Lmolla =** **½⋅K****molla⋅(ΔLi2 - ΔLf2) = 0,027J** (esattamente come sopra: non cambia nulla)

**Lattrito = -FD⋅ΔS**  (“-“ perché l’attrito produce sempre un Lavoro negativo, essendo sempre opposto al movimento)

A questo punto basta sostituire i valori noti:

ΔLi=2cm=0,02m ; ΔLf=0m ; Vi=0m/s ; Kmolla=0,4N/cm = 40N/m ; FD=0,2N ; si richiede lo spazio percorso quando si ferma: perciò in questo caso ho: Kf = 0J

In conclusione scrivo: 0,027J + (–0,2N⋅ΔS) = 0J - 0J → ΔS = 0,135m = 13,5cm

Se sfrutto che la pallina è spinta via dalla molla con una velocità di 0,6m/s: prendo come istante iniziale il momento in cui la pallina viene spinta via dalla molla e perciò: Ki = ½⋅0,15kg⋅(0,6m/s)2 = 0,027J ; Kf=0J (la pallina alla fine si ferma).

Scrivo, come sempre: **L = Kf – Ki**

Dal momento in cui la pallina abbandona la molla, su di essa agisce solo l’attrito: perciò scrivo

**L = Lattrito = - FD⋅ΔS**.

Sostituendo i numeri: -0,2N⋅ΔS = 0J – 0,027J → ΔS=13,5m.

“Prof! Ma cosa è questa cosa! Nel punto 1. 0,6m/s era il valore di Vf ; nel punto 2. è quello di Vi… come è possibile?!” “Mimmo, devi stare attento a ciò che significano i valori: nel punto 1. la pallina *prima* viene lanciata dalla molla e *poi* esce: perciò 0,6m/s è la velocità finale; nel punto 2. la pallina *prima* esce dalla molla e *poi* si ferma: dunque 0,6m/s è la velocità iniziale.

**Problema1, 3. :** Risolverò il problema partendo dall’inizio: indovinate l’equazione di partenza? **L = Kf – Ki**

In questo caso: **L = Lmolla + Lattrito**

**Lmolla =** **½⋅Kmolla⋅(ΔLi2 - ΔLf2) = 0,027J** (esattamente come sopra: non cambia nulla)

**Lattrito = -FD⋅ΔS**  (“-“ perché l’attrito produce sempre un Lavoro negativo, essendo sempre opposto al movimento)

A questo punto basta sostituire i valori noti:

ΔLi=2cm=0,02m ; ΔLf=0m ; Vi=0m/s ; Kmolla=0,4N/cm = 40N/m ; FD=0,2N ; si richiede lo spazio percorso prima che Vf sia 0,2m/s: perciò in questo caso ho: Kf = ½⋅0,15⋅(0,2m/s)2 = 0,003J

In conclusione scrivo: 0,027J + (–0,2N⋅ΔS) = 0,003J – 0J → ΔS = 0,12m = 12cm

**Problema2, 1.:** **L = Kf – Ki** , **L = Lpeso – Lmolla**

**Lpeso = M⋅g⋅h =** [h=ΔS⋅sen(20°)=0,274m] **= 0,05kg⋅9,8N/kg⋅0,274m=0,134J**

**Lmolla = ½⋅K⋅(ΔLi2 - ΔLf2)**

La molla parte senza essere né compressa né estesa e perciò ΔLi=0m ; il valore ΔLf è l’incognita richiesta; perciò scrivo: **Lmolla = 300N/m⋅[(0m)2 - ΔLf2] = -300N/m⋅ΔLf2**

La pallina parte da ferma: Ki = 0J. Essa, quando finisce di comprimere la molla, è di nuovo ferma: Kf=0.

In conclusione: **0,134J – 300N/m⋅ΔLf2 = 0J – 0J** → **ΔLf= ± 2,1cm**

**Problema2, 2.**: In questo caso, **Ki = ½⋅0,05kg⋅(3m/s)2 = 0,225J**. L’equazione diventa:

**0,134J – 300N/m⋅ΔLf2 = 0J – 0,225J** → **ΔLf = ± 3,46cm**

**Problema2, 3.**: la soluzione è identica a quello del Problema2, 2. Prova a spiegare il perché!

**PROBLEMA 3**

****

Una pallina è alla base di un tavolo inclinato di 30°, attaccata ad una molla compressa di 4cm. La costante della molla è kmolla=800N/m, la massa della pallina è 300g. Non vi è attrito. Se la molla viene rilasciata:

* 1. Qual è lo spazio massimo percorso dalla pallina in salita sul piano? [hint: calcola prima l’altezza “h” massima a cui arriva la pallina e poi calcola, usando l’angolo, lo spazio percorso sul tavolo. R: 43,5cm]
	2. Qual è la velocità della pallina dopo che essa ha percorso 20cm sul piano? [hint: calcola prima l’altezza “h” massima a cui arriva la pallina dopo aver percorso 20cm sul piano e poi calcola il Lavoro perso a causa del peso. R: 1,52m/s]
	3. Qual è la velocità di uscita della pallina, cioè la velocità che essa possiede appena la molla ha finito di spingerla (cioè: una volta che la molla è giunta alla lunghezza di riposo)? [R: 2,07m/s]
	4. Quanto spazio in salita deve percorrere la pallina affinché la sua velocità decresca fino a 1,0 m/s? [R: 32cm]
	5. Come cambia la risposta alla domanda 1. se invece fra pallina e piano esiste un attrito dinamico di 0,5N? [R: 32,5 cm circa]

Adesso lascio cadere la pallina che va ad urtare sulla molla: la pallina percorre sul piano 3m prima che la molla, comprimendosi, la fermi.

1. Di quanto si comprime la molla per fermare la pallina? [R: 10,5cm]
2. Come cambia la risposta alla domanda 6 se invece la pallina fosse partita con una velocità di 2m/s? ha importanza se tale velocità iniziale era diretta verso il basso o verso l’alto? Perché? [R: 11,2 cm / no / capiscilo da solo/a]

**PROBLEMA 4**

Adesso la pallina viene fatta cadere **verticalmente** su di una molla di costante kmolla=600N/m da un’altezza H non nota:

* 1. Misuro che, per fermare la pallina, la molla si comprime di 8cm: qual è l’altezza H di partenza? [R: 65,3 cm circa]
	2. Come cambia la risposta se la pallina, oltre che alla gravità, fosse stata soggetta anche ad una forza di attrito FD= 0,2 N durante la caduta? [R: 61,1 cm circa]
	3. Supponi che, nel caso senza attrito [caso a)] la molla faccia rimbalzare verso l’alto la pallina e che durante il rimbalzo solo l’80% dell’energia si sia conservata: Qual è l’altezza massima a cui arriva la pallina dopo il rimbalzo? [R: 52,2 cm circa]
1. Negli appunti: “LAVORO DI UNA FORZA COSTANTE” e “CALCOLO DEL LAVORO DI UNA MOLLA” rispettivamente. [↑](#footnote-ref-1)