

PROBLEMI DI FLUSSO

In questi appunti vi propongo alcuni semplici (spero!) problemi di flusso magnetico ed elettrico, in modo da esercitarvi per i problemi di seconda prova all'esame di maturità.

FLUSSO MAGNETICO

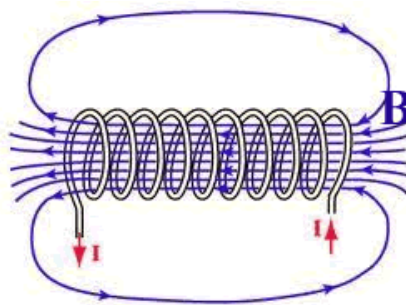
Per il flusso magnetico vale la formula: $\Phi(B) = B \cdot \text{Area} \cdot N \cdot \cos(\vartheta)$ [1]

con **B** il campo magnetico, **Area** l'area della regione entro la quale si vuole calcolare il flusso, **Nspire** il numero di spire (se il flusso è dentro una bobina/solenoid), ϑ l'angolo fra il campo magnetico B e l'Area.

Il flusso magnetico di per sé stesso non ha particolare importanza in Fisica: è invece fondamentale la sua derivata, poiché essa è legata alla **fem indotta** (ε) dalla stranamente nota equazione: $\varepsilon = -\Phi(B)'$ [2]

Adesso risolveremo alcuni problemi del flusso, cercando di capire quale significato fisico essi hanno.

AUTOINDUZIONE



Per autoinduzione si intende l'induzione magnetica che un circuito produce su sé stesso. Guarda la Figura1: il filo del circuito è avvolto su sé stesso a formare una bobina. La corrente **I** che attraversa il circuito produce il campo magnetico B che a sua volta penetra all'interno del circuito stesso che lo ha creato, generando così il flusso magnetico $\Phi(B)$.

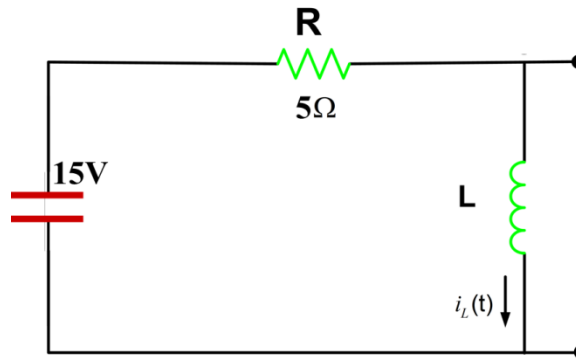
Se la corrente I dovesse cambiare nel tempo cambierebbe pure il valore di B e di conseguenza cambierebbe anche il valore di $\Phi(B)$: a sua volta la variazione del valore di $\Phi(B)$ genererebbe una fem indotta secondo la legge: $\varepsilon = -\Phi(B)'$. In conclusione: una variazione di corrente di un circuito produce una fem indotta sul circuito medesimo. Posso perciò dare una seconda definizione di **autoinduzione**: **si ha un'autoinduzione quando la fem indotta sul circuito è prodotta dalla variazione della corrente che passa attraverso il circuito stesso.**

Problema1: il solenoide autoindotto. (Per solenoide si intende una bobina con una lunghezza maggiore di 10 volte il suo raggio). Un solenoide lungo 35cm è composto da 300spire, ognuna di area 120cm².

- I) Considera che le spire siano attraversate da una corrente I_0 costante = 3A: calcola il campo magnetico prodotto nel solenoide, il suo flusso magnetico, il coef. di autoinduttanza (**L**) e la fem indotta (ε).
- II) Stessa bobina di cui sopra, ma stavolta essa è attraversata da una corrente alternata il cui andamento temporale è dato da (cioè: la cui funzione rispetto al tempo è data da:): $I(t) = 3A \cdot \cos(20t)$ [3]

Calcola anche in questo caso: il campo magnetico prodotto nel solenoide, il suo flusso magnetico, il coef. di auto-induttanza e la fem indotta.

III) Considera i valori del Problema II): trova la fem effettiva; nel caso in cui il solenoide abbia una resistenza $R=5\Omega$ trova anche la potenza istantanea in funzione del tempo, la corrente istantanea, la corrente effettiva e la potenza media prodotta.



IV) Adesso consideriamo che la bobina sia inserita in un circuito collegato ad una pila di 15V. All'inizio il circuito è aperto (cioè con interruttore spento) e perciò dentro la bobina non passa corrente. Ad un tratto l'interruttore viene acceso! La corrente, generata dalla pila da 5V, inizia a circolare dentro la bobina, aumentando con il tempo, secondo la legge: $I(t) = C \cdot (1 - e^{-bt})$ [4]

- Trova le unità di misura di C e di b.
- Quali fra questi quattro valori: $b = -2s^{-1}$; $b = -2s$; $b = 0$; $b = +1s^{-1}$ sicuramente non possono essere nell'equazione (1)? Giustifica la tua risposta.
- Trova il valore a cui giunge la corrente quando $b \cdot t \gg 1$ (quando $t \gg 1/b$)
- Tenendo conto che la pila che genera la corrente ha un voltaggio di 15V e che la corrente della bobina è 5Ω , saresti in grado di dire qual è il valore di C?

SOLUZIONI

I) $B = 3,2 \cdot 10^{-3}$; $\Phi(B) = 11,6 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$; $L = 3,8 \cdot 10^{-3} \text{ H}$; $\varepsilon = 0 \text{ V}$

II) $B = 3,2 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(20t)$; $\Phi(B) = 11,6 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(20t)$; $L = 3,8 \cdot 10^{-3} \text{ H}$; $\varepsilon = 0,232 \cdot \sin(20t) \text{ V}$

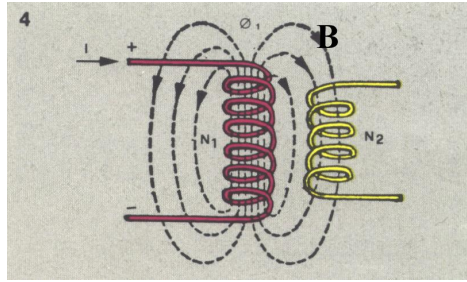
Nota che il coef. di auto-induzione (L) rimane identico: è ovvio, esso è un valore proprio di ogni circuito (ogni circuito ha il suo proprio valore di L) e perciò non cambia al cambiare della corrente.

Nota che se la corrente è costante (Problema1) sia il campo magnetico che $\Phi(B)$ rimangono costanti e perciò non esiste alcuna fem indotta. Per ottenere fem indotta è necessario che la corrente cambi con il tempo.

III) $fem_{eq} = -164 \text{ mV}$; $Pot(t) = 10,8 \cdot \sin(20t)^2 \text{ mW}$; $I(t) = 46,4 \cdot \sin(20t) \text{ mA}$

- IV) a. [[C] = Ampere , [b] = s^{-1}] b. [l'unico valore utilizzabile è $b = -2s^{-1}$]
 c. [I = C]. d. [C=3Ampere]

MUTUA INDUZIONE



Per mutua induzione si intende l'induzione magnetica che un circuito produce su di un altro circuito. Guarda la Figura2: la corrente I della bobina di sinistra (bobina rossa) produce un campo magnetico che penetra nella bobina di destra (bobina gialla), producendo un flusso magnetico $\Phi(B)$. Se la corrente I del circuito rosso dovesse cambiare nel tempo cambierebbe pure il valore di B e di conseguenza cambierebbe anche il valore di $\Phi(B)$ sul circuito giallo: a sua volta la variazione del valore di $\Phi(B)$ genererebbe una fem indotta sul circuito giallo secondo la legge: $\varepsilon = - \Phi(B)'$. In conclusione: una variazione di corrente di un circuito produce una fem indotta su di un altro circuito. Posso perciò dare una seconda definizione di **mutua induzione**: **si ha una mutua induzione quando la fem indotta su di un circuito è prodotta dalla variazione della corrente che passa attraverso un altro circuito.**

La mutua induzione è comunissima ed è alla base del trasferimento di energia elettromagnetica a distanza. Antenne, cellulari, TV, radio, telegrafi (nel passato, ora non ci sono più)... sono tutti strumenti che ricevono una fem da una sorgente distante.

Problema 2: il solenoide indotto dall'esterno. Un solenoide è composto da 100 spire di area 300cm^2 .

I) Considera che ognuna delle spire del solenoide sia attraversata da un **campo magnetico esterno B** che arriva sul solenoide perpendicolarmente alle spire; considera poi che il campo magnetico sia variabile nel tempo e che vari secondo l'equazione: $B(t) = 3 \cdot 10^{-2} + 0,012 \cdot t$, B in Tesla, t in secondi

- Riempi la Tabella di destra con i valori opportuni di B. Disegna poi il grafico dell'andamento di B al variare del tempo (cioè: disegna il grafico t-B).
- Riempi la Tabella di destra con i valori opportuni di $\Phi(B)$. Disegna poi il grafico dell'andamento del flusso di B al variare del tempo [cioè: disegna il grafico t- $\Phi(B)$].

t (s)	B (T)	$\Phi(B)$ (Wb)
0	0,03	
1	0,042	
2		
5		
	0,126	
		0,45

P.S.: i problemi a. e b. sono semplicissimi (spero!): servono solo a visualizzare il fatto che abbiamo un campo magnetico che cresce continuamente nel tempo secondo una linea retta e che ciò implica che anche il flusso di B cresce secondo una linea retta.

c. Calcola la fem indotta dal campo magnetico nella spira.

II) Adesso considera che ognuna delle spire del solenoide sia attraversata da un campo magnetico esterno B che arriva sul solenoide perpendicolarmente alle spire; considera poi che il campo magnetico sia variabile nel tempo e che vari secondo l'equazione: $B(t) = B_0 + A \cdot t + C \cdot t^2$, con B_0 , A e C tre parametri da determinare.

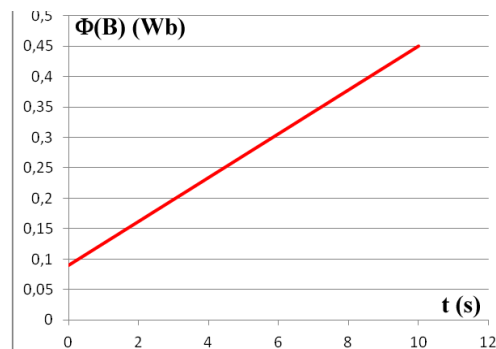
- Qual è il valore di $\Phi(B)$ in funzione di B_0 , A e C?
- Quali devono essere i valori di B_0 , A e C affinché la fem indotta da B(t) sul solenoide sia costante e di valore 6 Volt?
- Esiste un parametro il cui valore non ha alcuna influenza sulla fem indotta?

- III) Se invece il solenoide è attraversato da un campo magnetico $B(t)$ che cambia con il tempo secondo la legge: $B(t) = 3 \cdot 10^{-2} \cdot \sin(6 \cdot t)$
- qual è il valore del flusso magnetico al cambiare del tempo?
 - qual è il valore della fem indotta al cambiare del tempo?
- IV) Adesso considera che il campo magnetico dentro il solenoide passi dal valore $0,25T$ al valore $-0,25T$ in $0,2s$ (in altre parole: considera che il campo magnetico dentro il solenoide abbia un valore $0,25T$ e che cambi di verso in $0,2s$): calcola il valore medio della fem indotta.
- V) Infine considera che il campo magnetico dentro il solenoide cambi con il tempo "t" secondo la legge: $B(t) = 5 \cdot e^{-2t} \cdot \sin(6t)$: trova i valori del tempo t_0 tale che la fem istantanea nel solenoide sia nulla.

SOLUZIONI

I)

t (s)	B (T)	$\Phi(B)$ (Wb)
0	0,03	0,09
1	0,042	0,126
2	0,054	0,162
5	0,090	0,270
8	0,126	0,378
10	0,150	0,45



- II) a. Per il calcolo di $\Phi(B)$ è sufficiente moltiplicare $B(t)$ per Area $\cdot N_{\text{spire}}$: $\Phi(B) = 3 \cdot (B_0 + A \cdot t + C \cdot t^2)$
- b. Per risolvere il problema è sufficiente eseguire la derivata di $\Phi(B)$: $\varepsilon = -\Phi'(B)$. Eseguendo l'operazione di derivata otteniamo: $\varepsilon = -3 \cdot (A + 2C \cdot t)$: affinché risulti un valore "ε costante = 6V" deve essere: **B_0 arbitrario , $A = -2 \text{ T/s}$, $C = 0$**
- c. E' evidente che l'operazione di derivata cancella il termine costante B_0 : ciò significa che **il valore di B_0 non ha alcuna influenza sulla fem.** Nota che dal punto di vista fisico ciò significa che qualunque sia il valore di un campo magnetico costante, esso non genera alcuna fem.
- III) a. Per il calcolo di $\Phi(B)$ è sufficiente moltiplicare $B(t)$ per Area $\cdot N_{\text{spire}}$: $\Phi(B) = 9 \cdot 10^{-2} \cdot \sin(6t)$
- b. Per risolvere il problema, è sufficiente calcolare la fem: $\varepsilon = -\Phi'(B) \rightarrow \varepsilon(t) = -54 \cdot 10^{-2} \cdot \cos(6t)$
- IV) In questo caso viene chiesto il valore della **fem media**: dal punto di vista matematico ciò significa che non devo usare la derivata ma il **rapporto incrementale**: $\varepsilon = -\Delta\Phi(B)/\Delta t$
- $$\Delta\Phi(B) = \text{Area} \cdot N_{\text{spire}} \cdot (B_f - B_i) = 3 \cdot (-0,5) = -1,5 \text{ Wb} \rightarrow \varepsilon = -(-1,5 \text{ Wb} / 0,2 \text{ s}) = 7,5 \text{ V}$$
- V) Per risolvere questo problema è necessario ricordare che $\varepsilon = -\Phi'(B)$: ciò implica che $\varepsilon = 0$ quando $\Phi'(B) = 0$.
- Calcoliamo $\Phi(B)$: $\Phi(B) = \text{Area} \cdot N_{\text{spire}} \cdot B(t) = 15 \cdot e^{-2t} \cdot \sin(6t)$.
- Calcoliamo la derivata: $\Phi'(B) = 15 \cdot [-2 \cdot e^{-2t} \cdot \sin(6t) + 6 \cdot e^{-2t} \cdot \cos(6t)]$.
- Pongo $\Phi'(B) = 0 \rightarrow$ (dopo facili semplificazioni) $\rightarrow 2 \cdot \sin(6t) = 6 \cdot \cos(6t) \rightarrow \tan(6t) = 3$. Le soluzioni sono: $6t_{(n)} = \tan^{-1}(3) + k \cdot \pi$, $k \in \mathbb{Z} \rightarrow t_{(n)} = 1/6 \cdot \tan^{-1}(3) + k/6 \cdot \pi$, $k \in \mathbb{Z}$