PROBLEMI DI FLUSSO

In questi appunti vi propongo alcuni semplici (spero!) problemi di flusso magnetico ed elettrico, in modo da esercitarvi per i problemi di seconda prova all'esame di maturità.

FLUSSO ELETTRICO

Per il flusso magnetico vale la formula: $\Phi(E) = E \cdot Area \cdot Nspire \cdot \cos(\vartheta)$ [1]

con **E** il campo magnetico, **Area** l'area della regione entro la quale si vuole calcolare il flusso, **Nspire** il numero di spire (se il flusso è dentro una bobina/solenoide), ϑ l'angolo fra il campo magnetico B e l'Area.

Il flusso magnetico di per sé stesso non ha particolare importanza in Fisica: è invece fondamentale la sua derivata, poiché essa è legata alla **corrente di spostamento** (Is) dall' equazione: $Is = \varepsilon 0 \Phi(E)'$ [2]

La grandezza Is non è una corrente fisica, non è formata da particelle cariche in movimento ma piuttosto è una grandezza fisica che produce un campo magnetico così come lo produce una corrente Ic (per questo Is si chiama "corrente di spostamento").

Il campo magnetico prodotto da Is obbedisce a tutte le leggi fisiche dei campi magnetici che abbiamo già incontrato: in particolare esso è legato a Is dalla **Legge della circuitazione di Ampere**:

$\oint(\boldsymbol{B}) = \mu_0 \cdot I_{CONC}$ (i segni seguono la regola di avvitamento della mano destra), con I_{CONC} la corrente che si concatena al circuito.

Nel caso in cui B fosse costante lungo tutto il circuito, la circuitazione $\oint(\boldsymbol{B})$ diventa:

$\oint(\boldsymbol{B}) = B \cdot 2\pi \cdot r$, cosicché la Legge di Ampere si scrive come:

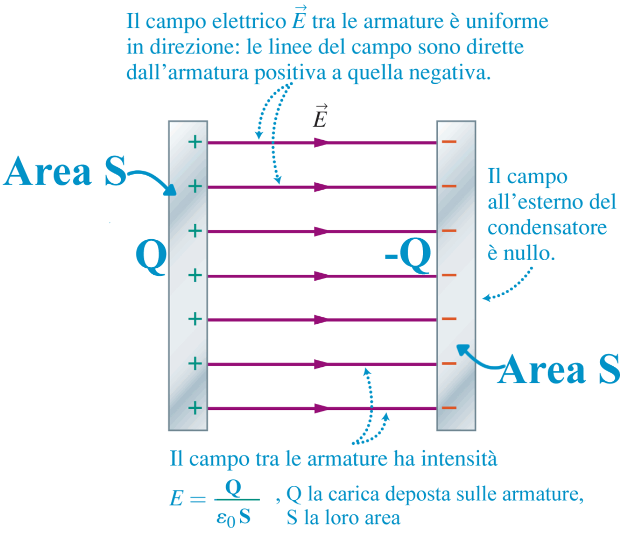
$\boxed{B \cdot 2\pi \cdot r = \mu_0 \cdot I_{CONC}}$ [3]

Nota che abbiamo detto che I_{CONC} è la corrente concatenata al circuito: non ha alcuna importanza se essa è una corrente fisica (I0) o una corrente di spostamenti (Is) o la somma algebrica di entrambe: qualunque sia la causa della corrente, un movimento di particelle cariche o una variazione di flusso elettrico, l'eq. (3) è sempre applicabile.

Tieni a mente l'eq. (3) perché è alla base di tutti i problemi sulla corrente di spostamento.

La teoria riguardo alla corrente di spostamento è stata descritta negli appunti: "CORRENTE DI SPOSTAMENTO". Adesso risolveremo alcuni problemi del flusso, cercando di capire quale significato fisico essi hanno.

IL CONDENSATORE



Il condensatore è un apparato composto da due piastre conduttrici affacciate una di fronte all'altra e separate dal vuoto o da un isolante. Le piastre possono essere rispettivamente caricate con una carica Q e –Q: in questo caso fra le due piastre si genera un campo elettrico E tale che:

- la sua direzione è perpendicolare alle piastre
- il suo verso va dalla piastra (+) a quella (-)
- il suo modulo è uguale a $Q/(\varepsilon 0 \cdot S)$, con Q la carica deposta sulle piastre e S la loro superficie.

All'interno del condensatore vi è sempre o il vuoto o un materiale isolante cosicché al suo interno non può mai passare alcuna corrente fisica (I0), cioè nessun fascio di elettroni, protoni o ioni carichi. Ciò fa sì che la corrente fisica necessariamente si interrompe appena giunge alle piastre. In questo modo le piastre si caricano di una carica $Q = I0 \cdot \Delta t$, con Ic il valore della corrente che giunge sulla piastra e Δt il tempo di carica.

Appena il condensatore inizia a caricarsi di una carica Q esso genera un campo elettrico così come descritto sopra: tieni a mente soprattutto il suo modulo $E=Q/(\varepsilon 0 \cdot S)$.

Il campo elettrico E produce un flusso elettrico $\Phi(E) = E \cdot Area \cdot \cos(\vartheta)$, con Area l'area della superficie di cui voglio calcolare il flusso e ϑ l'angolo fra il vettore $\vec{E}$ e la superficie.

Dopodiché la variazione del flusso elettrico produce una cosiddetta "corrente di spostamento" Is:

$$Is = \varepsilon 0 \cdot \Phi(E)'$$

Infine, la corrente di spostamento Is produce un campo magnetico secondo l'eq. (3):

$\mathbf{B \cdot 2\pi \cdot r = \mu_0 \cdot I_{CONC}}$ → (dentro il condensatore l'unica corrente è Is) → $\mathbf{B \cdot 2\pi \cdot r = \mu_0 \cdot I_S}$

Problema1: il condensatore caricato da una corrente costante. Considera un condensatore formato da due piastre circolari di area 500cm^2 su cui giunge una corrente costante Io=1,7A. Supponi che al tempo t=0 il condensatore abbia già ricevuto una carica elettrica di 0,35C. Calcola:

a. La carica Q presente sul condensatore in funzione del tempo "t"
b. Il modulo del campo elettrico E prodotto nel condensatore in funzione del tempo "t"
c. Il flusso di E attraverso tutta la superficie del condensatore

d. La corrente di spostamento prodotta dentro il condensatore: qual è il suo valore rispetto al valore della corrente I0? E' un caso che il valore sia proprio quello?

e. Il valore del campo magnetico B posto ad una distanza R dal centro del condensatore, al di fuori del condensatore (vedi Figura1)

f. Il valore del campo magnetico B posto ad una distanza R dal centro del condensatore, dentro il condensatore (vedi Figura2)

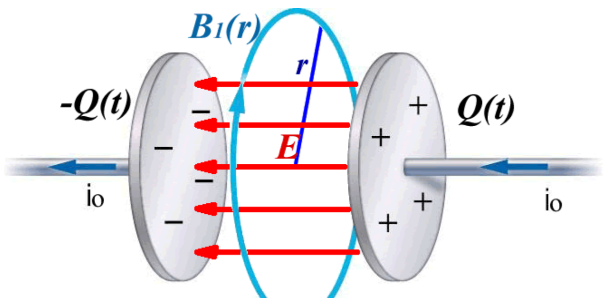


Figura1

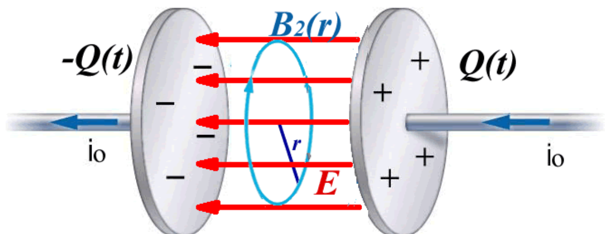


Figura2

Problema2: il condensatore caricato da una corrente alternata. Il condensatore del Problema1 questa volta è caricato da una corrente alternata I0(t) che carica il condensatore con una carica Q variabile nel tempo secondo l'equazione: $Q(t) = 5 \cdot sen(\omega t)$ C, $\omega = 4$rad/s. Calcola:

a. La funzione della corrente I0(t) [sfrutta il fatto che I0 = Q']

b. Il modulo del campo elettrico E prodotto nel condensatore in funzione del tempo "t"

c. Il flusso di E attraverso tutta la superficie del condensatore

d. La corrente di spostamento prodotta dentro il condensatore: qual è il suo valore rispetto al valore della corrente I0? E' un caso che il valore sia proprio quello?

e. Il valore del campo magnetico B_1 posto ad una distanza R dal centro del condensatore, al di fuori del condensatore (vedi Figura 1)

f. Il valore del campo magnetico B_2 posto ad una distanza R dal centro del condensatore, dentro il condensatore (vedi Figura 2)

SOLUZIONI

I) a. $[Q(t) = 1,7 \cdot t + 0,35]$ C

b. $E = 20 \cdot (1,7 \cdot t + 0,35)/\varepsilon 0$ V/m

c. $\Phi(E) = (1,7 \cdot t + 0,35)/\varepsilon 0$ V·m

d. $I_s = 1,7$A ; sono identiche ; no

e. Si sfrutta la **Legge della circuitazione di Ampere**, che sarà quella che dovrete sempre sfruttare per risolvere questi tipi di problemi: $B_1(R) \cdot 2 \cdot \pi \cdot R = \mu 0 \cdot Iconc$. In questo caso la corrente concatenata al circuito percorso dal campo magnetico è tutta Is perché il circuito di B_1 è attraversato da tutti i vettori $\vec{E}$ del condensatore $\rightarrow B_1(R) \cdot 2 \cdot \pi \cdot R = \mu 0 \cdot 1,7A \rightarrow B_1(R) = 3,4 \cdot 10^{-7}/R$

f. La situazione è analoga a quella della domanda e. e perciò si usa ancora una volta la Legge della circuitazione di Ampere: $B_1(R) \cdot 2 \cdot \pi \cdot R = \mu 0 \cdot Iconc$. In questo caso la corrente concatenata al circuito percorso dal campo magnetico è solo e soltanto quella che attraversa l'area tracciata dal circuito di B_2, cioè: $Area = \pi \cdot R^2$. Perciò scrivo:

$\Phi(E) = E\cdot Area\cdot\cos(\vartheta) \rightarrow [\ \vartheta=0°] \rightarrow \Phi(E) = 20\cdot(1{,}7\cdot t + 0{,}35)/\varepsilon 0\cdot\pi\cdot R^2$

$\Phi'(E) = 34\cdot\pi\cdot R^2/\varepsilon 0 \rightarrow Is = \varepsilon 0\cdot\Phi'(E) = 34\cdot\pi\cdot R^2$: Is è la corrente di spostamento che attraversa il circuito di B_2, cioè la corrente di spostamento concatenata al circuito.

Sostituendo nella Legge della circuitazione di Ampere: $\mathbf{B_2(R)\cdot 2\cdot\pi\cdot R = \mu 0\cdot Iconc}$ $\rightarrow$ (dentro il condensatore Iconc è solo corrente di spostamento) $\rightarrow$ $B_2(R)\cdot 2\cdot\pi\cdot R = \underline{\mu 0\cdot 34}\cdot\pi\cdot R^2 \rightarrow$

$B_2(R) = 68\pi\cdot 10^{-7}\cdot R$

II) a. $Io(t) = 20\cdot\cos(4t)$ A

b. $E(t) = Q(t)/(\varepsilon 0\cdot Area) = (100/\varepsilon 0)\cdot sen(4t)$ V/m

c. $\Phi(E) = (5/\varepsilon 0)\cdot sen(4t)$ V·m

d. $Is = 20\cdot\cos(4t)$ A ; sono uguali ; no

e. Si sfrutta la **Legge della circuitazione di Ampere**, che sarà quella che dovrete sempre sfruttare per risolvere questi tipi di problemi: $B_1(R)\cdot 2\cdot\pi\cdot R = \mu 0\cdot Iconc$. In questo caso la corrente concatenata al circuito percorso dal campo magnetico è tutta Is perché il circuito di B_1 è attraversato da tutti i vettori $\vec{E}$ del condensatore $\rightarrow B_1(R)\cdot 2\cdot\pi\cdot R = \mu 0\cdot 20\cdot\cos(4t) \rightarrow B_1(R) = 4\cdot 10^{-6}/R$ T

f. La situazione è analoga a quella della domanda e. e perciò si usa ancora una volta la Legge della circuitazione di Ampere: $B_2(R)\cdot 2\cdot\pi\cdot R = \mu 0\cdot Iconc$. In questo caso la corrente concatenata al circuito percorso dal campo magnetico B_2 è solo e soltanto quella che attraversa l'area tracciata dal circuito di B_2, cioè: $Area = \pi\cdot R^2$. Perciò devo scrivere:

$\Phi(E) = E\cdot Area\cdot\cos(\vartheta) \rightarrow [\ \vartheta=0°] \rightarrow \Phi(E) = (100/\varepsilon 0)\cdot sen(4t)\cdot\pi R^2$

$\Phi'(E) = (400/\varepsilon 0)\cdot\cos(4t)\cdot\pi R^2 \rightarrow Is = \varepsilon 0\cdot\Phi'(E) = 400\cdot\cos(4t)\cdot\pi R^2$: Is è la corrente di spostamento che attraversa il circuito di B_2, cioè la corrente di spostamento concatenata al circuito.

Sostituendo nella Legge della circuitazione di Ampere: $\mathbf{B_2(R)\cdot 2\cdot\pi\cdot R = \mu 0\cdot Iconc}$ $\rightarrow$ (dentro il condensatore Iconc è solo corrente di spostamento) $\rightarrow B_2(R)\cdot 2\cdot\pi\cdot R = \mu 0\cdot 400\cdot\cos(4t)\cdot\pi R^2 \rightarrow$

$B_2(r) = 8\cdot 10^{-5}\cdot\cos(4t)\cdot R$