**PROBLEMI DI ENERGETICA con teoria**

La Fisica non è solo discorsi ma soprattutto concretezza e capacità di risolvere problemi. Perciò adesso affrontiamo un semplice (spero!) problema che permetterà non solo di mettere in luce la tecnica risolutiva dei problemi di conservazione di energia meccanica ma soprattutto di chiarire i concetti teorici finora espressi.

Problema 1: la pallina scalatrice. Una pallina di 100g viene posta su di un piano ideale (senza attrito) inclinato di 10° a contatto con una molla. La molla possiede una costante di elasticità K=600N/m: essa viene compressa di 5cm e poi rilasciata.



* Qual è l’energia meccanica della pallina? **[R: 0,75 J se pongo lo “O” del potenziale della gravità sulla molla]**
* Qual è la massima distanza che percorre la pallina sul piano prima di fermarsi? **[R: L=4,41m]**
* Qual è il massimo dislivello percorso dalla pallina? **[R: h=0,765m]**
* Qual è la velocità della pallina quando essa ha invece percorso un tratto di 2m? **[R: v=2,86m/s]**
* E se invece essa percorre 5m sul piano? **[Attento!]**

**Soluz:** La formula della Legge di Conservazione dell’Energia Meccanica è impossibile da dimenticare: **Ef = Ei** , con **Ef = Uf + Kf** , **Ei = Ui + Ki**

CALCOLO DELL’ENERGIA MECCANICA

Calcoliamo Ei: devo calcolare Ui e Ki separatamente.

Calcolo di Ui: ho solo due forze in gioco: quella della molla e quella del peso →

**Ui = Umolla(i) + Upeso(i)**

**Umolla(i) = ½⋅Km⋅ΔL(i)2** → Umolla(i) = ½⋅600N/m⋅(0,05m)2 = 0,75J

**Upeso(i) = m⋅g⋅hi** → Upeso(i) = 0J (la pallina parte dall’altezza 0m)

**Ui = Umolla(i) + Upeso(i)** → Ui = 0,75J + 0J = 0,75J

Calcoliamo Ki: **K(i) = ½⋅m⋅Vi2** → K(i) = 0J (la pallina parte da ferma)

Adesso possiamo calcolare Ei: **Ei = Ui + Ki** → Ei = 0,75J + 0J = 0,75J

**Conclusione: l’energia meccanica è 0,75J**. Che l’abbia calcolata solo all’inizio non ha alcuna importanza poiché essa rimane costante per tutto il movimento (**Legge di Conservazione dell’Energia Meccanica**)

CALCOLO DEL MASSIMO DISLIVELLO RAGGIUNTO

L’dea è questa: devo sfruttare il fatto che **Ef = Uf + Kf**. Sostituendo i valori di Kf e di Uf e conoscendo Ef sarò in grado di ottenere hf. Vediamo come.

Calcoliamo Ef: facilissimo! Poiché **Ef=Ei** → Ef=0,75J

Calcolo di Uf: **Uf = Umolla(f) + Upeso(f)**

**Umolla(f) = 0J** (dopo aver lanciato via la pallina la molla è tornata alla sua posizione di riposo)

**Upeso(f) = m⋅g⋅hf** → Upeso(f) = 0,10kg⋅9,8N/kg⋅hf = 0,98N⋅hf

**Uf=Umolla(f) + Upeso(f)** → Uf = 0J + 0,98⋅hf

Calcoliamo Kf: **Kf=0J** (al punto di massima distanza la velocità è nulla)

Adesso possiamo scrivere Ef: **Ef = Uf + Kf** → (sostituisco i valori) → 0,75J = 0,98hf + 0J → hf=0,765m = 76,5cm

Infine calcolo la lunghezza del tratto percorso sul piano (ΔSf): **hf = ΔSf⋅sen(10°)** →

ΔSf = hf/sen(10°) → hf = 0,765m/sen(10°) = 4,41m.

**SIGNIFICATO FISICO DEI NUMERI CALCOLATI**

Che vortice di cifre! Non si fa mai a tempo di staccare le dita dalla calcolatrice! Ma qual è il **significato fisico** tutti ‘sti numeri? Facciamo un po’ d’ordine.

* **Ei=0,75J** significa che all’inizio l’**energia meccanica complessivamente disponibile** è 0,75J. Questo valore non può mai cambiare durante il movimento.
* **Ui=0,75J** rappresenta l’**energia meccanica presente nei potenziali iniziali**: il fatto che coincida con Ei significa che all’inizio tutta l’energia meccanica è in forma potenziale (e di conseguenza l’energia cinetica è nulla: infatti la pallina parte da ferma).
* A sua volta, l’energia potenziale iniziale è suddivisa in peso e molla. Il fatto che **Upeso(i)=0J** e **Umolla(i)=0,75J** indica che all’inizio solo la molla ha immagazzinato energia: il potenziale del peso è vuoto.
* **Ki=0J** rappresenta l’energia cinetica presente all’inizio. Il fatto che Ki=0J significa che all’inizio la pallina non ha in sé alcuna forma di energia cinetica: ciò conferma il fatto che all’inizio tutta l’energia meccanica si manifesta solo come potenziale.
* **Ef=0,75J** rappresenta il valore dell’energia meccanica finale. Per la **Legge di Conservazione dell’Energia Meccanica** sono sicuro che Ef=0,75J perché all’inizio Ei=0,75J e il valore dell’energia meccanica non cambia.
* **Kf=0J** rappresenta l’energia cinetica presente alla fine. Il fatto che Kf=0J indica che alla fine nessuna parte di energia meccanica si manifesta come cinetica: ne segue che alla fine tutta l’energia meccanica si è trasferita in potenziale.
* **Umolla(f) = 0J** significa che la molla si è completamente scaricata quando ha lanciato via da sé la pallina ed è tornata alla sua lunghezza di equilibrio.
* **Upeso(f)** è invece la parte di energia meccanica che è stata assorbita dal potenziale del peso. Nota che in questo caso Upeso(f) è l’unico termine finale diverso da zero: ciò significa che Upeso(f) ha assorbito in sé tutta l’energia meccanica a disposizione (ed infatti risulta **Upeso(f) = 0,75J**)
* **hf=0,765m** è la differenza di quota che la pallina ha dovuto salire affinché il potenziale del peso potesse assorbire in sé tutta l’energia meccanica, cioè 0,75J.

**DESCRIZIONE DEI PROCESSI ENERGETICI**

Ora che abbiamo descritto i singoli termini descriviamo brevemente il **processo energetico** (i “giochi della natura” secondo Feynmann) che è avvenuto.

* All’inizio l’unica forma di energia era quella potenziale della molla: essa perciò era l’unico serbatoio da cui l’energia cinetica ha potuto attingere per mettere in moto la pallina.
* Quando la molla ha spinto via la pallina tutta la sua energia potenziale si è trasferita in quest’ultima come cinetica.
* A sua volta, via via che la pallina saliva l’energia cinetica si è nuovamente trasformata in potenziale, questa volta del peso: infatti, nel salire la pallina perdeva continuamente velocità (perdita di energia cinetica) ma guadagnava altezza (guadagno del potenziale del peso).
* All’altezza hf tutta l’energia cinetica si è trasformata in potenziale del peso: non avendo più energia cinetica la pallina si è fermata.

Ed il **Lavoro**? Questa forma di energia non è stata minimamente menzionata: è il “convitato di pietra” di questo problema. Esso in realtà è stato sempre presente: infatti, è ciò che ha permesso tutte le trasformazioni di energia: da potenziale della molla ad energia cinetica e poi da energia cinetica ad energia potenziale del peso.

CALCOLO DELLA VELOCITA’ DOPO 2m DI PERCORSO

Dopo 2m la pallina possiede ancora energia cinetica (essa infatti deve percorrere fino a 4,41m prima di perderla tutta, come abbiamo già calcolato). Per calcolare la velocità bisogna per prima cosa calcolare l’energia cinetica dopo 2m [K(2m)].

L’equazione-base è sempre la solita: **Ef = Ei** → Ef = 0,75J

Calcolo di U(2m): **U(2m) =** **Umolla(2m) + Upeso(2m)**

**Umolla(2m) = 0J** (dopo aver lanciato via la pallina la molla è tornata alla sua posizione di riposo)

**Upeso(2m) = m⋅g⋅h(2m)**. Dopo un tragitto di 2m sul piano la pallina è salita di un tratto verticale h(2m) = 2m⋅sen(10°) = 0,347m → Upeso(2m) = 0,10kg⋅9,8N/kg⋅0,347m = 0,340 J

**U(2m) = Upeso(2m) + Umolla(2m)** → U(2m) = 0,340J

Calcoliamo K(2m):

Per il calcolo di K(2m) uso l’eq: **Ef = U(2m) + K(2m)**.

Sostituisco i valori: 0,75J = 0,34J + K(2m) → K(2m) = 0,41J

**K(2m) = ½⋅m⋅V(2m)2** → K(2m) = 0,41J = ½⋅0,1kg⋅V(2m)2 → V(2m) = 2,86m/s

**SIGNIFICATO FISICO DEI NUMERI CALCOLATI E DESCRIZIONE DEL PROCESSO ENERGETICO**

Il **significato fisco** dei numeri ottenuti è lo stesso di quello precedente, eventualmente cambia solo il valore. Per quanto riguarda il **processo energetico** c’è da notare una cosa interessante: dopo un tratto di 2m la pallina possiede sia energia cinetica (0,41J) che energia potenziale, raccolta in Upeso (0,34J). Possiamo dire che dopo 2m l’energia meccanica, che all’inizio era immagazzinata solo come potenziale, si è manifestata in entrambe le sue parti: 0,41J come energia cinetica e 0,34J come energia potenziale. Anche in questo caso è stato il Lavoro a determinare il passaggio di energia meccanica da una forma all’altra.

CALCOLO DELLA VELOCITA’ DOPO 5m DI PERCORSO

Stessa procedura identica a quella per il calcolo di 2m di percorso, cambiano solo alcuni valori.

**Ei = Ef = 0,75J** (esattamente come prima)

Calcolo di U(5m): **U(5m) =** **Umolla(5m) + Upeso(5m)**

**Umolla(5m) = 0J** (esattamente come prima)

**Upeso(5m) = m⋅g⋅h(5m)**. Dopo un tragitto di 5m sul piano la pallina è salita di un tratto verticale h(5m) = 5m⋅sen(10°) = 0,868m → Upeso(5m) = 0,10kg⋅9,8N/kg⋅0,868m = 0,85 J

**U(5m) = Upeso(5m) + Umolla(5m)** → U(5m) = 0,85J

Calcoliamo K(5m):

Per il calcolo di K(5m) uso l’eq: **E(5m) = U(5m) + K(5m)**.

Sostituisco i valori: 0,75J = 0,85J + K(5m) → K(m) = -0,10J

**K(5m) = ½⋅m⋅V(5m)2** → K(5m) = = → V(5m) = impossibile! Ho il radicando negativo.

La conclusione è: la pallina non può percorrere 5m perché **otterrei un’energia cinetica negativa** → **otterrei un radicando negativo** (**motivo matematico**)

Una seconda conclusione è ottenibile con un **ragionamento fisico**. Sappiamo che **E=U+K** → **U=E-K**. Più è grande K più è piccolo U e viceversa: ne segue che **il massimo possibile per il potenziale (Umax) è quando K giunge ad avere il valore più piccolo possibile**, nel nostro caso K=0J → **Umax=E** (il potenziale massimo coincide con tutta l’energia meccanica). Ne segue immediatamente che il potenziale non può mai crescere oltre il valore di E.

Ma nel nostro caso E=0,75J mentre U(5m) = 0,85J!! Pretendere di spostare la pallina per 5m sarebbe come pretendere di immagazzinare nel potenziale più energia di quella possibile! E questo è impossibile (**motivo fisico**).

Detto in breve: è **impossibile che un oggetto giunga in una regione dello spazio dove U > E** (**motivo fisico,** ripetuto in modo succinto)

E’ ovvio che **sia il motivo matematico che quello fisico sono equivalenti:** in altre parole, sono due punti di vista diversi per rispondere alla stessa domanda.

Problema2: il tuffo della pallina. Adesso prendo il solito piano inclinato di prima e lo taglio, cosicché adesso è lungo solo 2m! Poi lo pongo su di un tavolo in modo che dalla cima del piano al suolo ci sia un dislivello di 1,5m. Pongo la pallina sulla solita molla di prima, sempre compressa di 5cm: lascio andare la molla che spinge la pallina verso l’alto! Percorsi i 2m verso l’alto, la pallina casca a terra, cadendo per 1,5m prima di toccare il suolo.



* Qual è il dislivello **h** fra la molla e il punto finale di caduta, cioè il suolo?

 [**R: h=1,5m–(dislivello di 2m)=1,5m-0,347m =-1,153m]**

Adesso ti pongo questo problema: calcola la velocità finale della pallina quando giunge al suolo, trascurando gli attriti. “Prof! In classe abbiamo imparato tre metodi di soluzione differenti: il calcolo del Lavoro con l’uso dell’eq. L= Kf – Ki ; il calcolo del potenziale e l’uso dell’equazione ΔU = -ΔK ; il calcolo dell’energia meccanica e l’uso dell’equazione Ui + Ki = Uf + Kf (cioè: Ei = Ef). Quale di tre metodi dobbiamo usare?” “Per non fare torto a nessuno, usali tutti e tre, così li puoi confrontare fra loro.” “Nooo! Che balleeee! Non mi passa più!” “Zitto e pedala, mimmo!”

**LAVORO**

* Calcola il Lavoro eseguito dalla molla nel lanciare la pallina. [L=0,75J]
* Calcola il Lavoro che esegue il peso sulla pallina a partire dalla molla fino al vertice del tavolo, dopo aver percorso 2m. [Lpeso=-0,34J]
* Calcola il Lavoro che esegue il peso sulla pallina dal vertice del tavolo fino al suolo [Lpeso=1,47J]
* A questo punto, calcola il Lavoro complessivo del peso a partire dalla molla fino al suolo [Lpeso=1,13J]
* Calcola infine il Lavoro totale molla+peso eseguito sulla pallina [Ltot=1,88J]
* Con quale velocità la pallina tocca il suolo? **[R: v=6,13m/s]**

**ΔU=-ΔK**

* Calcola il potenziale iniziale della molla e del peso [Umolla=0,75J ; Upeso=1,13J]
* Calcola l’energia potenziale finale della molla e del peso [Umolla = 0J ; Upeso=0J]
* Calcola ΔU e, di conseguenza, ΔK [ΔU=-1,88J ; ΔK=+1,88J]
* Calcola Ki e poi Kf [Ki=0J ; Kf=1,88J]
* Con quale velocità la pallina tocca il suolo? **[R: v=6,13m/s]**

 **ENERGIA MECCANICA**

* Calcola il potenziale iniziale della molla e del peso [Umolla=0,75J ; Upeso=1,13J]
* Calcola l’energia cinetica iniziale e l’energia meccanica del Sistema [Ki=0 ; E=1,88J]
* Calcola l’energia potenziale finale della molla e del peso [Umolla = 0J ; Upeso=0J]
* Calcola Kf [Kf = 1,88J]
* Con quale velocità la pallina tocca il suolo? **[R: v=6,13m/s]**

**CAMBIO DELLO ZERO DEL POTENZIALE**

[questo problema non lo abbiamo ancora affrontato: provaci da solo, poi lo discutiamo in classe] Ripeti il calcolo nel caso dell’Energia Meccanica ponendo lo “O” del potenziale della gravità sulla molla (cioè nel punto dove parte la pallina). **[R: v=6,13m/s]**