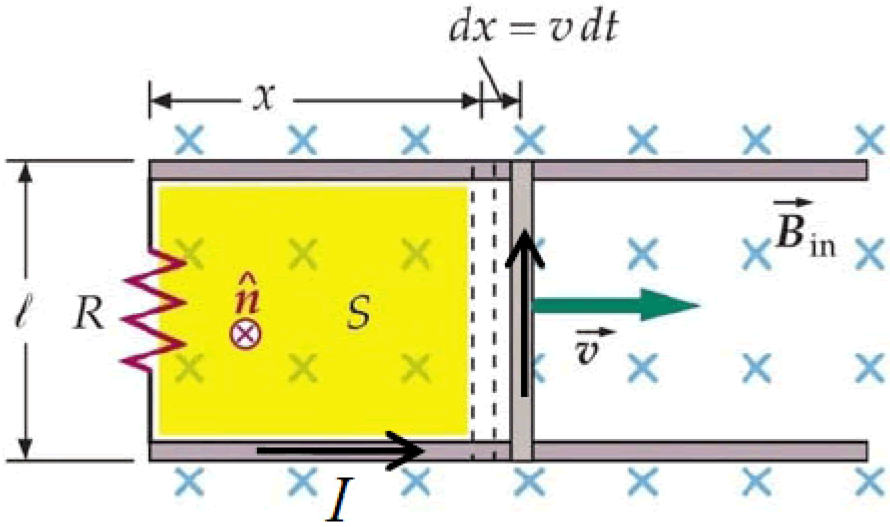
# PROBLEMA DI F.E.M. CINETICA




La f.e.m cinetica. Una sbarretta di lunghezza L si muove di moto traslatorio con velocità uniforme di modulo **v** perpendicolare alle linee di forza di un campo magnetico uniforme **B**, come in figura. Qual è l'origine della f.e.m. indotta nel circuito?

**Soluz:** Il moto della sbarretta determina un aumento dell'area racchiusa dal circuito (cioè l'area del rettangolo di area $\ell \cdot \mathcal{X}$ ) e quindi del flusso magnetico concatenato[1]. Applicando la legge di Faraday, si trova il valore della forza elettromotrice indotta $\varepsilon$ nel circuito è:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi(B)}{\Delta t} \qquad (1)$$

con $\Phi(B)$ il flusso di B concatenato[1] al circuito. La legge di Lenz permette di prevedere il verso della corrente indotta , tale da produrre un campo magnetico opposto a quello che l'ha generata.

Problema1: la sbarra si muove! Se la sbarretta mobile parte da una distanza iniziale $\mathcal{X}_0$=20cm da R con v=30cm/s ed inoltre sai che $\ell$=80cm, B=0,3T, R=20Ω, qual è il valore della f.e.m. indotta $\varepsilon$? E qual è il valore della corrente **I** generata da $\varepsilon$? **NON BARARE!** Prima sforzati di farlo da solo e POI guarda la soluzione!

---

## SOLUZIONE

Devi usare l'eq. (1): la prima cosa da fare è calcolare $\Phi$(B).

$$\Phi(B) = B_{\perp} \cdot Area \qquad (2)$$

Nel nostro caso: **Area è l'area del circuito lungo il quale vogliamo calcolare $\varepsilon$ :** essa coincide con l'area S (area gialla) della figura sopra = $\ell \cdot \mathcal{X}$

$B_{\perp} = B$ perché il vettore B è perpendicolare all'area S.

Ne segue che l'eq. (2) diventa:

$$\Phi(B) = B \cdot \ell \cdot \mathcal{X} \qquad (3)$$

[1] Il flusso magnetico che passa attraverso una superficie si definisce "**concatenato** alla superficie"

## Flusso di B in funzione del tempo

Adesso bisogna eseguire l'operazione più importante del problema: **scrivere il flusso Φ(B) in funzione del tempo.**

E' evidente che il valore di Φ(B) cambia al passare del tempo perché l'Area del flusso (area S in figura) aumenta sempre più poiché la sbarretta si sposta verso destra: perciò il lato $\mathscr{X}$ aumenta con il tempo e di conseguenza aumenta pure l'area S del rettangolo.

Per scrivere Φ(B) in funzione del tempo bisogna scrivere come cambia $\mathscr{X}$ al cambiare del tempo. Il testo del problema dichiara che la sbarretta si sposta verso destra con velocità uniforme **v** partendo dalla distanza $\mathscr{X}_0$, cosicché il lato $\mathscr{X}$ ha equazione

$$\mathscr{X}(t) = \mathscr{X}_0 + v\cdot t \qquad \text{(moto uniforme)} \qquad (4)$$

Forti della nota soprastante, andiamo avanti e sostituiamo l'eq. (4) nella eq. (3). Otteniamo:

$$\Phi(B) = B\cdot \ell\cdot(\mathscr{X}_0 + v\cdot t) \qquad (5)$$

Ecco apparire il tempo **t**! Esso era nascosto nel termine $\mathscr{X}$, cioè nel lato del circuito la cui lunghezza cambia al cambiare del tempo!

Sostituiamo i valori e otteniamo:

$$\Phi(B) = 0{,}3\cdot 0{,}8\cdot(0{,}2 + 0{,}3\cdot t) = 0{,}048 + 0{,}09\cdot t \quad \text{Weber}^{2}\ \text{(Wb)} \qquad (6)$$

Adesso devo calcolare il valore di ε. Esistono due modi per farlo:

- calcolare ΔΦ in un intervallo di tempo Δt = [t1 , t2] e poi fare il rapporto ΔΦ/(t2-t1) (metodo del rapporto)
- usare l'operatore derivata per eseguire il calcolo di ε in modo rapido e fisicamente più preciso! (metodo della derivata)
- 

## Calcolo di ΔΦ(B) e di ε : metodo del rapporto

Adesso devo calcolare ΔΦ(B), cioè la variazione del flusso. Per farlo considero il flusso in due tempi, t1 e t2, e calcolo il flusso in quegli istanti:

$$\Phi[B(t1)] = 0{,}048 + 0{,}09\cdot t1 \quad ; \quad \Phi[B(t2)] = 0{,}048 + 0{,}09\cdot t2 \quad \rightarrow$$

$$\Delta\Phi = \Phi B[(t2)] - \Phi[B(t1)] = \text{(dopo un semplice calcolo)} = 0{,}09.(t2 - t1)$$

$$\varepsilon = -\ \frac{\Delta\Phi(B)}{\Delta t} \rightarrow \varepsilon = -0{,}09.(t2\text{-}t1)/(t2\text{-}t1) = \text{(dopo la semplificazione)} = -0{,}09\ \text{Volt}$$

## Calcolo di ε : metodo della derivata

Il calcolo di ε con il metodo del rapporto che abbiamo appena descritto è alquanto macchinoso ed ha un limite: esso permette di trovare il valore ε nell'intervallo t2-t1 (ε **medio**) ma non il valore di ε **istante per istante** (ε **istantaneo**).

[2] Il Weber è l'unità di flusso nel S.I. 1Weber = 1Tesla·$m^2$

Per risolvere questi problemi bisogna utilizzare un operatore geometrico che permetta il calcolo di $\varepsilon$ istante per istante in modo rapido e automatico: questo operatore, come vedremo, è la **derivata**.

Come già sappiamo dal secondo anno, quando vogliamo calcolare una grandezza in un istante di tempo ben preciso (cioè, quando vogliamo calcolare una grandezza **istantanea**) dobbiamo fare sì che l'intervallo di tempo $\Delta t$ entro il quale calcoliamo la grandezza sia il più piccolo possibile: dobbiamo perciò eseguire il "limite per $\Delta t$ tendente a zero", $\lim_{\Delta t \to 0}$ . Scrivo perciò:

$$\varepsilon = \lim_{\Delta t \to 0} -\frac{\Delta\Phi(B)}{\Delta t} \qquad (7)$$

Attenti ragazzi, ecco la magia! L'eq. (7) altro non è che la derivata del flusso di B rispetto al tempo t! Posso perciò scrivere:

$$\varepsilon = -\Phi'(\vec{B}) \qquad (8)$$

**la f.e.m. indotta è la derivata del flusso magnetico rispetto al tempo cambiata di segno**

A questo punto posso calcolare la f.e.m. indotta richiesta dal problema con un semplice passaggio:

$$\Phi(B) = 0{,}048 + 0{,}09 \cdot t \quad \to \varepsilon = -\Phi'(\vec{B}) = -0{,}09 \text{ Volt}$$

## Calcolo della corrente indotta I

Adesso calcoliamo la **corrente indotta I**:

$$I = \varepsilon/R = -0{,}09V/20\Omega = -0{,}0045A = -4{,}5mA$$

Il segno "-" della f.e.m. e della corrente indica che esse ruotano in senso opposto a quello del senso di rotazione delle dita della mano destra.

---

Problema 2: i grafici. Disegna il grafico t-$\Phi$(B) e t-$\varepsilon$. Qual è la relazione fra i due grafici?

**Soluz:** Fai i tuoi bei due grafici e poi mostrali al Prof a lezione (sennò ti prendi un "-" sul registro).

Il coef. angolare della tangente al grafico t-$\Phi$(B) rappresenta…..

L'area sottesa dal grafico t-$\varepsilon$ rappresenta…

Problema 3: la forza! La corrente **I** subisce una forza magnetica **Fm** da parte del campo magnetico Bin: calcola la direzione, il verso e il modulo di Fm che agisce la sbarretta mobile.

**Soluz:** $Fm = B_{\perp} \cdot \ell \cdot I$, come ormai sappiamo a memoria. Tenendo conto che $B_{\perp}$=Bin, calcoliamo all'istante: $|Fm| = 0{,}3 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}0045 = 0{,}00108N$.

Con la regola della mano destra, otteniamo subito che **Fm è esattamente opposta a v** (sarà un caso? Boh!).