INDUZIONE, FORZA MAGNETICA E TRASDUZIONE DI ENERGIA

Adesso, finalmente, dopo tanto patire siamo giunti al cuore del magnetismo: l'**induzione magnetica**. Abbiamo visto nei Video, negli applet on-line e con un semplice esperimento in classe che la variazione del flusso magnetico attraversante un circuito (tecnicamente si dice: la variazione del flusso *concatenato* al circuito) produce una **f.e.m. indotta** (ε) la quale a sua volta genera una **corrente indotta**. In classe abbiamo svolto alcuni semplici problemi di f.e.m. cinetica per chiarirci le idee.

Quando abbiamo risolto i problemi abbiamo ci siamo imbattuti in un fenomeno tanto strano quanto grandioso: **il magnetismo è in grado di trasdurre**[1] **l'energia!** Il campo magnetico (e, vedremo in seguito, anche il campo elettrico) permette di trasferire energia da un corpo ad un altro modificandone la natura: in particolare, come scopriremo subito riguardo alla f.e.m. cinetica, il campo magnetico trasduce l'energia cinetica di una sbarra in movimento in energia elettrica dentro un circuito.

Per capire di cosa parlo, riprendiamo il problema di f.e.m. cinetica che ho dato per casa. Per chiarezza, lo riassumo qua sotto:

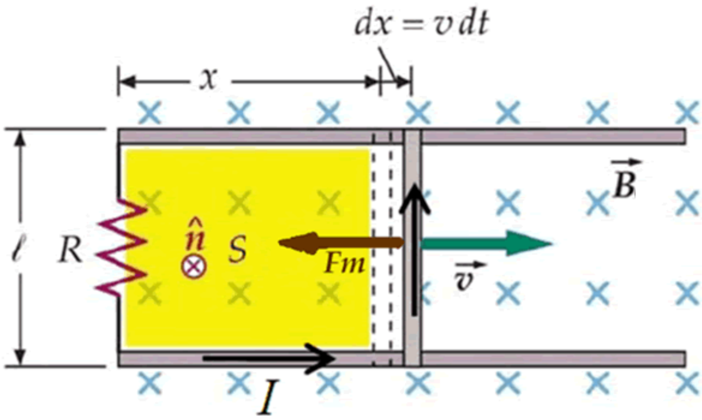


Figura 1: Sistema con f.e.m. cinetica, come negli appunti "PROBLEMI DI .E.E.M. CINETICA"

La f.e.m cinetica. Una sbarretta di lunghezza ℓ=80cm si muove di moto traslatorio con velocità di modulo $\mathbf{v}=30\text{cm/s}$ perpendicolare alle linee di forza di un campo magnetico uniforme $\text{B}=0{,}3\text{T}$. La sbarretta è collegata ad un circuito di resistenza $\text{R}=20\Omega$ (figura1). Qual è l'origine della f.e.m. indotta nel circuito (ε)?

Non sto a rifare tutti i passaggi matematici ma mi limito a descrivere i risultati.

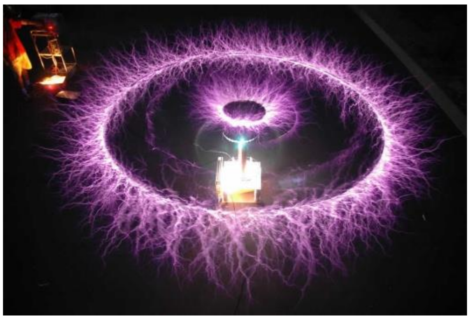
a) Il campo magnetico B (entrante nel foglio, croce) concatena al circuito un **flusso $\Phi(\vec{\text{B}})$** con verso positivo orario (regola di avvitamento della mano destra): poiché la sbarra si muove verso destra, l'area concatenata aumenta, il flusso $\Phi(\text{B})$ aumenta (e perciò $\frac{\Delta\Phi(\vec{\text{B}})}{\Delta t}>0$) e di conseguenza si sviluppa una f.e.m. orientata in senso anti-orario (a causa del segno "-" dell'equazione: $\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi(\vec{\text{B}})}{\Delta t}$; torneremo in seguito sul significato fisico del segno "-", perché è importantissimo).

b) La f.e.m. indotta genera una **corrente indotta I**, anch'essa in senso orario, secondo la legge: $\text{I}=\varepsilon/\text{R}$

c) La corrente I fluisce attraverso la sbarretta in movimento: lì subisce la **forza magnetica di $\mathbf{B}$ ($\mathbf{Fm}$)** secondo la stra-arci-nota legge: $\text{Fm}=\text{B}\cdot\text{I}\cdot\ell$; applicando la regola della mano destra, vediamo subito che Fm è esattamente opposta alla velocità della sbarretta v. Sarà un caso?

[1] Trasmettere energia da un luogo a un altro anche senza contatto, modificandone la natura

CONSIDERAZIONI ENERGETICHE



Visto che stiamo parlando della **trasduzione di energia**, vediamo come questa avviene nel caso che abbiamo appena descritto. Osserviamo il punto b): la f.e.m. indotta (ε) genera una corrente indotta **I**. Ciò vuol dire che nel circuito si genera una **potenza elettrica** di valore $\varepsilon \cdot I$ (la potenza elettrica ha come equazione: $Pot = \Delta V \cdot I \rightarrow Pot = \varepsilon \cdot I$). Dunque: appena la sbarretta si muove… dentro di essa appare energia elettrica! Se tutto rimane fermo: l'energia non c'è. Muovo la sbarretta: pufff!!! appare l'energia. Ma da dove viene? Chi ce l'ha messa? Non c'è alcuna batteria né una qualche reazione chimica che la può produrre: non c'è un polo (+) né un polo (-)… eppure l'energia c'è! Se il campo magnetico dovesse spegnersi o la sbarretta si fermasse… pufff una seconda volta! E tutto sparisce.

Ma che roba è? L'energia appare dal nulla, poi sparisce nel nulla… questa è magia! Bhé, se non è magia ci assomiglia molto: in realtà è un fenomeno fisico che, per quanto stupefacente, può essere ben descritto dalle leggi della Fisica.

Per risolvere il mistero poniamoci una domanda: questa energia da dove viene? Se essa apparisse realmente dal nulla… sarebbe bellissimo! Potremmo ottenere energia elettrica dal niente: accenderemmo lampadine, faremmo viaggiare treni elettrici… spendendo niente. Se però in Fisica vale la **Legge di Conservazione dell'Energia** deve esistere un qualche corpo che perda esattamente la stessa energia guadagnata dal circuito.

Per scoprire dove si nasconde questo corpo, guardate il disegno di figura1. Noterete che sulla sbarretta agisce una forza magnetica F_m *esattamente opposta* alla sua velocità: tale forza appare soltanto quando c'è passaggio di corrente elettrica (se $I=0 \rightarrow F_m=0$) e, essendo opposta alla velocità, rallenta invariabilmente il movimento della sbarretta diminuendone l'**energia cinetica**.

Perciò nel caso della f.e.m. cinetica abbiamo due forme di energia: quella elettrica del circuito, guadagnata a causa della corrente indotta ; quella cinetica della sbarretta, persa a causa di F_m. Nota bene questa cosa: **sia la corrente che F_m appaiono soltanto quando esiste una f.e.m. indotta**.

Analisi qualitativa

Da quello che abbiamo appena descritto, dovrebbe sorgere una rapida idea: **l'energia elettrica guadagnata dal circuito è ottenuta dall'energia cinetica persa dalla sbarretta**. In altre parole: la f.e.m. indotta produce la corrente indotta I la quale genera la forza magnetica F_m che rallenta la sbarretta: così facendo la sbarra perde energia cinetica che però non viene distrutta ma è invece trasferita nel circuito sotto forma di energia elettrica (viene **trasdotta** come energia elettrica) la quale genera I. State attenti! In questo processo non c'è un prima e un dopo: f.e.m. indotta, I e F_m appaiono contemporaneamente cosicché perdita di energia cinetica e guadagno di energia elettrica avvengono nello stesso tempo, **garantendo in ogni istante la conservazione dell'energia**.

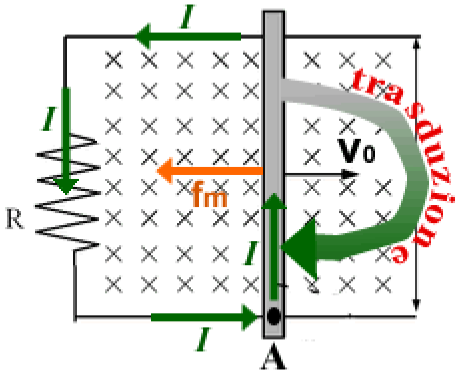
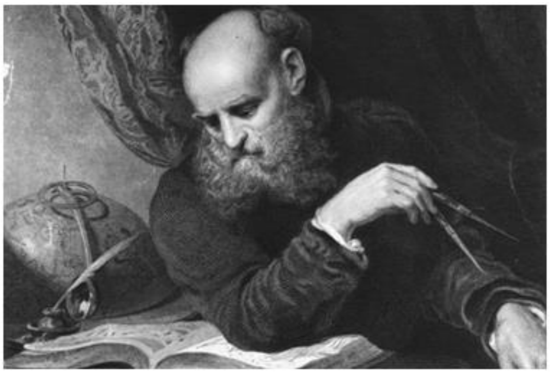


Figura 2: L'induzione trasduce l'energia da cinetica (sbarretta) ad elettrica (corrente)

Dunque, ecco la magia dell'induzione: la variazione di flusso magnetico trasduce l'energia cinetica della sbarra in energia elettrica dentro il circuito. E tutto questo senza nessun contatto materico ma solo grazie alle linee di forza magnetiche!

Analisi quantitativa



"Prof, tutto quello che dice è molto interessante… però manca la prova finale, senza la quale quello che è stato affermato rimane lettera morta. Infatti, come ha dichiarato Galileo, "Egli [lo studio della fisica] è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro laberinto." Dunque: o lei ci fornisce la prova matematica di quello che ha detto o sennò è solo tempo perso." "Bravo mimmo, mi fa piacere che tu abbia capito uno degli aspetti fondanti delle Scienze, cioè che l'unica analisi che dà certezza è quella matematica. Vediamo perciò di impostare una semplice verifica quantitativa."

Calcoliamo il valore della potenza elettrica guadagnata dal circuito: se avete risolto il problema, avrete sicuramente ottenuto che:

$\Phi(\vec{B}) = B\cdot \ell\cdot(\mathcal{X}_0 + v\cdot t)$ [eq. (5) degli appunti "PROBLEMA DI F.E.M. CINETICA"]

Per calcolare ε applichiamo la **Legge di Faraday-Neumann-Lenz**:

$\boldsymbol{\varepsilon = -\Phi'(\vec{B}) \rightarrow \varepsilon = -B\cdot\ell\cdot v}$ (=-0,09V nel nostro problema ; il "-" indica che ε ruota in senso opposto a quello della mano destra)

Ora calcoliamo la corrente **I**: $\boldsymbol{I = \varepsilon/R = -B\cdot\ell\cdot v/R}$ (=-4,5mA nel nostro problema ; il "-" indica che I ruota in senso opposto a quello della mano destra)

La potenza elettrica guadagnata dal circuito è dunque:

$\boldsymbol{Pot\_elettrica = \varepsilon\cdot I = B^2\cdot\ell^2\cdot v^2/R}$ (=0,000405W nel nostro problema)

Adesso calcoliamo l'energia cinetica persa dalla sbarretta. Abbiamo dimostrato che una forza $\vec{F}$ applicata su di un corpo con velocità v genera una **potenza meccanica** (Pot_M) tale che: $\boldsymbol{Pot\_M=F_{//}\cdot v}$. Nel nostro caso: $F_{//}=Fm \rightarrow$

$\boldsymbol{Pot\_M = -Fm\cdot v}$ (il segno "-" perché **Fm** è opposto a **v** e perciò l'energia è persa).

Sempre sfruttando i risultati ottenuti svolgendo il problema a casa abbiamo che:

Fm (in modulo) $\boldsymbol{= B\cdot I\cdot\ell =}$ [**I** (in modulo) $\boldsymbol{= B\cdot\ell\cdot v/R}$] $\boldsymbol{= B^2\cdot\ell^2\cdot v/R}$ (=0,00108N nel nostro problema)

$\boldsymbol{Pot\_M = -Fm\cdot v = -B^2\cdot\ell^2\cdot v^2/R}$ (= -0,000405W nel nostro problema)

Ecco la prova che il mimmo cercava! Abbiamo dimostrato che ciò che viene guadagnato dal circuito elettrico è esattamente uguale a ciò che viene perso dall'energia cinetica della sbarra.

In conclusione: abbiamo mostrato che **il flusso magnetico è in grado di trasdurre l'energia**, trasferendo energia cinetica dalla sbarra come energia elettrica alla corrente, nel pieno rispetto della Legge di Conservazione dell'Energia.

Legge di Lenz

Spesso le proprietà più importanti si nascondono nei dettagli: nel nostro caso, tutta la Legge di Conservazione dell'Energia si nasconde in un umile tratto di un'equazione: nel segno "-" dell'eq.: $\varepsilon = -\Phi'(\vec{B})$

Che il "-" posto davanti alla derivata nasconda qualcosa di importante è dimostrato dal fatto che per esso si è scomodata un'intera legge: infatti, la proprietà che ε sia opposta alla derivata del flusso ha il nome di **Legge di Lenz**.

Quando ero all'Università non avevo minimamente capito l'importanza di questa legge. Pensavo: "Ci sono tante equazioni in Fisica, alcune con il "+", altre con il "-"… vorrà dire che la f.e.m. indotta è una legge con il "-". A quel tempo ragionavo così perché ero un ingenuone: ora che sono più grandicello durante le stesure delle mie lezioni di Fisica ho avuto occasione di ripensare all'argomento e finalmente mi è balzata agli occhi l'importanza di questa legge.

Supponete per un istante che la Legge di Lenz non esista e che valga perciò: $\varepsilon = +\Phi'(\vec{B})$. Considerate ancora una volta il problema di f.e.m. cinetica di figura1: a causa del "+" la corrente indotta girerebbe in senso orario (cioè nel senso opposto a quello a quello indicato nella figura1): la forza magnetica Fm generata da $\vec{B}$ su I avrebbe verso opposto a quella di figura1 e quindi **Fm sarebbe concorde alla velocità v**. Ciò significherebbe che Fm spingerebbe la sbarretta verso destra accelerandola e dunque facendole aumentare energia cinetica!

Questa sarebbe un'evidente **violazione della Legge di Conservazione dell'Energia**: il flusso magnetico produrrebbe sia energia elettrica (producendo I) sia energia cinetica (accelerando la sbarretta). Non avrei una trasduzione di energia sbarretta$\rightarrow$corrente ma un doppio guadagno di energia. Sarebbe bellissimo! Energia dal nulla… peccato che non sia così. **La Legge di Lenz impone alla corrente di girare in modo che Fm sia sempre opposta alla velocità cosicché essa rallenti la sbarretta**. In altre parole: la Legge di Lenz orienta ε e di conseguenza I in modo che Fm "risucchi" dalla sbarra l'energia che poi viene rilasciata nel circuito.

Enunciato della Legge di Lenz

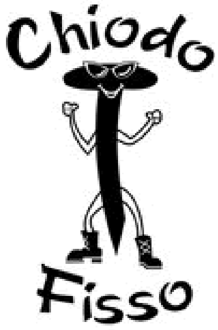
Un'ultima cosa, riguardo all'**enunciato** della Legge di Lenz. Per quello che abbiamo appena detto esso dovrebbe essere scritto come: "Il verso della f.e.m. indotta è tale da trasdurre energia senza né crearla né distruggerla" o qualcosa del genere. In realtà essa è spesso enunciata con termini che niente hanno a che vedere con l'energetica. Il libro infatti riporta (giustamente) questo enunciato:

la corrente indotta ha un verso tale da generare un campo magnetico indotto che si oppone alla variazione del flusso magnetico che l'ha provocata

E' bene chiarire il significato dell'enunciato. Una variazione di flusso del campo magnetico $\vec{B}$ genera una corrente indotta I. La corrente indotta I a sua volta produce un **campo magnetico indotto** (**$\vec{B}$in**). La Legge di Lenz dichiara che: **$\vec{B}$in si oppone sempre alla variazione del flusso di $\vec{B}$ [$\Delta\Phi(\vec{B})$] che ha generato I**.

In pratica: se $\Delta\Phi(\vec{B})$ è positiva allora la corrente indotta ruota in modo da generare $\vec{B}$in con verso opposto a $\vec{B}$: se $\Delta\Phi(\vec{B})$ è negativa allora la corrente indotta ruota in modo da generare $\vec{B}$in con verso concorde a $\vec{B}$; in entrambi i casi il campo magnetico $\vec{B}$in, generato dalla corrente indotta, riduce il valore della variazione del flusso di $\vec{B}$. Alcuni esempi di questo fatto sono mostrati nel vostro libro alle pagg. 810-811.

Nota che l'enunciato nemmeno accenna al trasferimento di energia! Si può mostrare che tale enunciato è una conseguenza necessaria della Legge di Conservazione dell'Energia: una dimostrazione di ciò, del tutto qualitativa ma semplice ed efficace, è data dal vostro libro al paragrafo "Legge di Lenz e conservazione dell'energia", pag. 812.



Adesso è giunta l'ora di fissare i concetti essenziali di questi appunti.
Lo scopo degli appunti è quello di descrivere uno degli effetti più importanti dell'Induzione Magnetica: la capacità di **trasdurre l'energia cinetica in energia elettrica**, cioè la capacità di rallentare gli oggetti trasformando l'energia cinetica persa in energia elettrica.

Per prima cosa abbiamo ripreso un problema di f.e.m. cinetica dato per casa: abbiamo notato che quando la sbarra si muove con velocità **v** si produce una f.e.m. indotta (ε) che genera una corrente indotta ($\mathbf{I}$); contemporaneamente, si produce anche una forza magnetica ($\mathbf{Fm}$) opposta alla velocità v.

Poi abbiamo fatto alcune osservazioni qualitative sull'energia: nel circuito appare una $\text{Potenza elettrica} = \text{I} \cdot \varepsilon$ mentre contemporaneamente la forza magnetica Fm rallenta la sbarra. Tutto questo fa sì che il circuito allo stesso tempo produce energia elettrica e perde energia cinetica: è come se l'energia venisse **trasdotta** da cinetica in elettrica (in altre parole: è come se l'energia passasse dalla sbarra -energia cinetica- alla corrente elettrica del circuito elettrico -energia elettrica-).

Dopodiché abbiamo verificato matematicamente se la trasduzione rispettava o no la Legge di Conservazione dell'Energia, cioè se l'energia persa dalla sbarretta fosse esattamente uguale a quella guadagnata dal circuito elettrico. Per i calcoli abbiamo usato i valori ottenuti dal problema ed abbiamo verificato che effettivamente la potenza elettrica è uguale ed opposta alla potenza meccanica persa dalla sbarretta. In conclusione: abbiamo verificato che l'Induzione Magnetica è in grado di trasdurre l'energia da cinetica ad elettrica, rispettando la Legge di Conservazione dell'Energia (tanta energia cinetica perde la sbarretta altrettanta energia elettrica produce il circuito).

Infine abbiamo parlato della **Legge di Lenz**: abbiamo visto che è proprio il segno "-" dell'equazione: $\varepsilon = -\Phi'(\vec{B})$ che permette la conservazione dell'energia. Infatti, se al posto del "-" ci fosse un "+" , cioè se fosse $\varepsilon = +\Phi'(\vec{B})$, allora la corrente indotta ruoterebbe in senso inverso a quello mostrato in figura1 e la forza magnetica Fm avrebbe verso opposto: sarebbe perciò concorde alla velocità **v** ed accelererebbe la sbarra, fornendole energia cinetica. Avrei perciò un doppio guadagno: energia elettrica + energia cinetica: non avrei una trasduzione ma una generazione di energia dal nulla! Il "-" della Legge di Lenz garantisce che Fm sia sempre opposto alla velocità, cosicché tutte le volte che si ha una produzione di energia elettrica si ha anche una perdita (di valore uguale) di energia cinetica.

Infine abbiamo dato l'enunciato della Legge di Lenz: però abbiamo notato che esso non è legato alla conservazione dell'energia ma piuttosto descrive l'effetto che la Legge di Lenz ha sul verso del campo magnetico indotto ($\vec{\text{B}}\text{in}$). Una dimostrazione qualitativa del perché l'enunciato della Legge di Lenz è una necessaria conseguenza della Legge di Conservazione dell'Energia è data dal vostro libro al paragrafo "Legge di Lenz e conservazione dell'energia", pag. 812.