FLUSSO MAGNETICO, F.E.M. INDOTTA E GRAFICI

In questi appunti discuteremo su come visualizzare graficamente le due più importanti grandezze dell'induzione magnetica: il **flusso magnetico** [**Φ(B)**] e la **f.e.m. indotta** (ε).

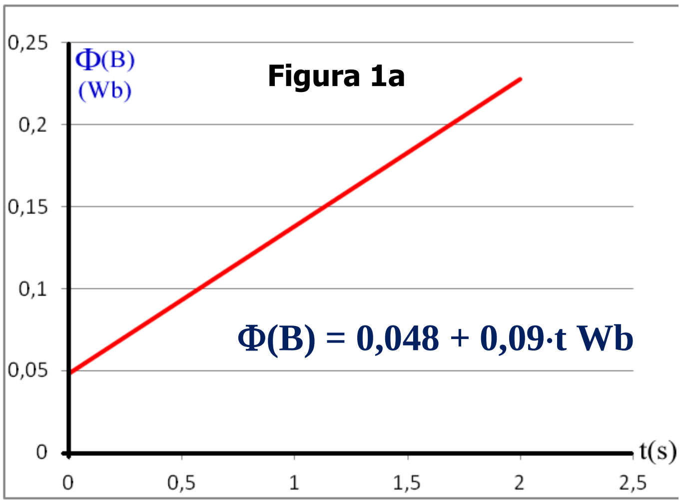
Per chiarezza espositiva, gli appunti sono divisi in due sezioni:

- nella prima descriverò le proprietà grafiche dei flussi magnetici più semplici, cioè di flussi che sono rappresentabili con un'equazione lineare e quadratica del tempo
- nella seconda parte generalizzerò le proprietà grafiche al caso di flussi con equazione generica, sfruttando le proprietà della derivata prima.

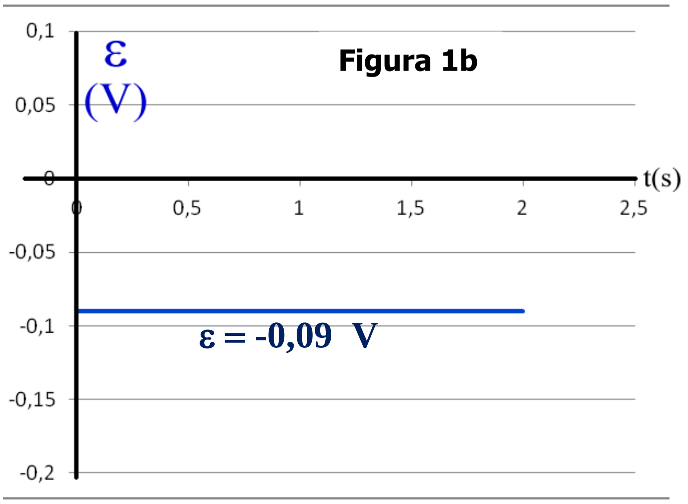
Come esempi talvolta prenderò in considerazione risultati di problemi che abbiamo già svolto e che sono negli appunti messi on-line: in questo caso darò la referenza agli appunti in modo che voi possiate vedere come la soluzione è stata ottenuta.

Φ(B) è una funzione lineare del tempo, cioè è un polinomio di primo grado nella variabile t

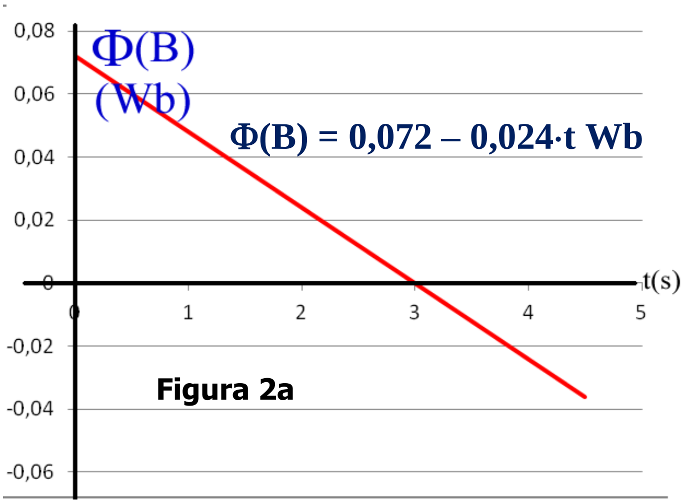
Due esempi di **grafico t-Φ(B)** con flusso lineare rispetto al tempo sono dati in Figura 1a e 2a.



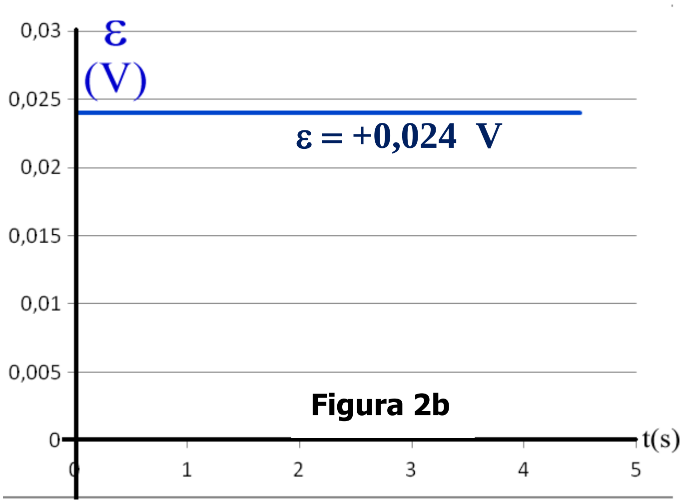
Ref: "PROBLEMI DI F.E.M. CINETICA" al link: "Problemi di fem cinetica 1" del sito "Fisica Facile".



Ref: "PROBLEMI DI F.E.M. CINETICA" al link: "Problemi di fem cinetica 1" del sito "Fisica Facile".



Ref: Problema 1 degli appunti "PROBLEMA DI FEM CINETICA 2" al link "Problemi di fem cinetica (2)" del sito "Fisica Facile".



Ref: Problema 1 degli appunti "PROBLEMA DI FEM CINETICA 2" al link "Problemi di fem cinetica (2)" del sito "Fisica Facile".

Notate subito che **il grafico t-Φ(B) è una retta**.

Adesso analizziamo la f.e.m.: il valore della **f.e.m. indotta** (ε) è ottenuta dall'equazione: $\varepsilon = -\Phi'(B)$ **(1)**

Il **grafico t-ε** che rappresenta la f.e.m. indotta (ε) in funzione del tempo è disegnato a destra del rispettivo flusso (Figure 1b e 2b). Notate che **ε è un valore costante uguale alla pendenza del flusso cambiata di segno:** perciò si ha che $\varepsilon>0 \leftrightarrow \Phi(B)$ decrescente; $\varepsilon>0 \leftrightarrow \Phi(B)$ crescente.

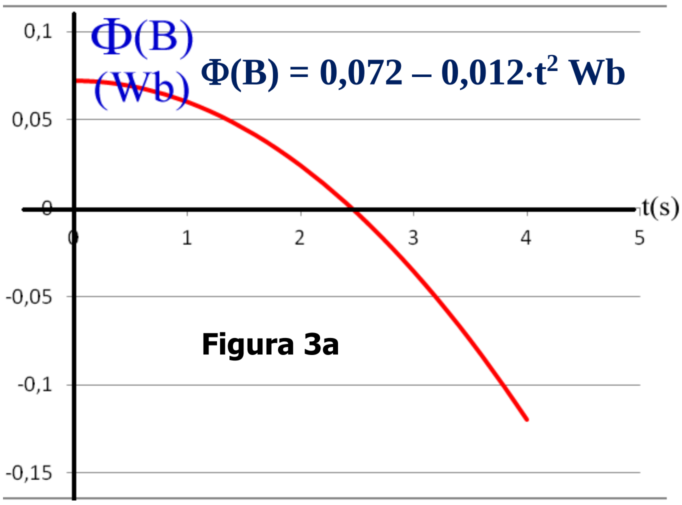
Possiamo concludere affermando:

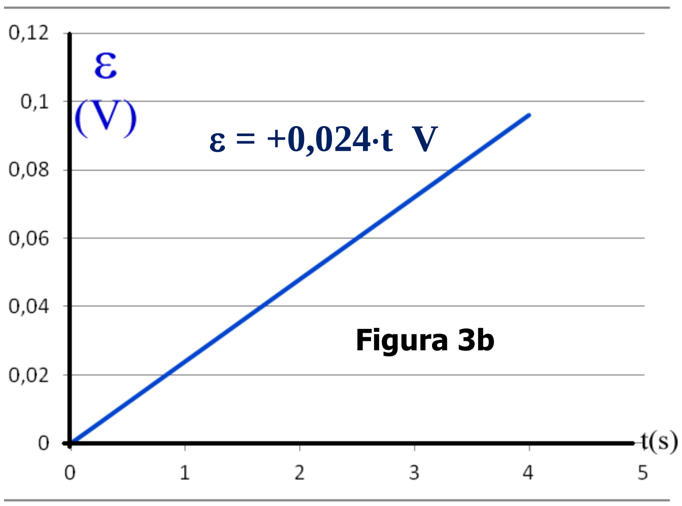
Se il flusso magnetico [Φ(B)] è una funzione lineare del tempo allora:

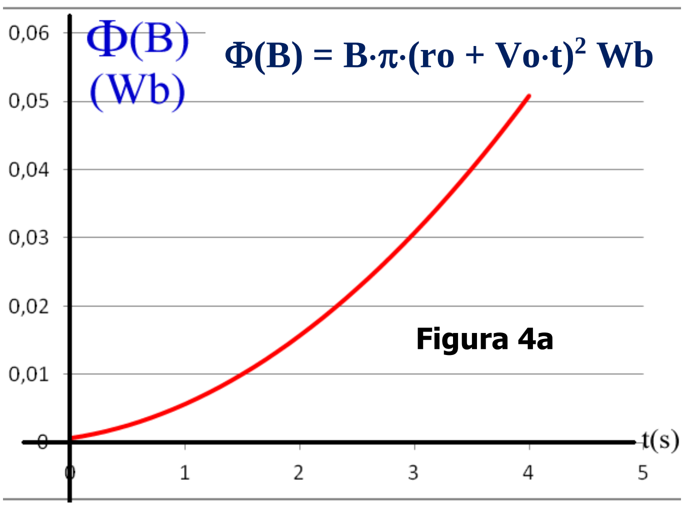
- il grafico t-Φ(B) è una retta e viceversa
- ε ha un valore costante, uguale alla pendenza cambiata di segno →
    - $\varepsilon > 0 \leftrightarrow \Phi(B)$ decrescente
    - $\varepsilon < 0 \leftrightarrow \Phi(B)$ crescente

Φ(B) è una funzione quadratica del tempo, cioè è un polinomio di secondo grado nella variabile t

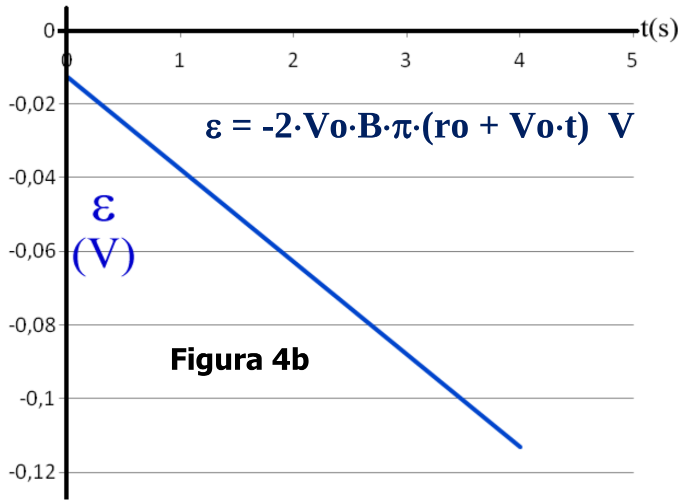
Due esempi di **grafico t-Φ(B)** con flusso quadratico rispetto al tempo sono dati in Figura 3a e 4a.







Problema 2 degli appunti "Problemi di f.e.m. cinetica 3" al link "Problemi di fem cinetica (3)" del sito "Fisica Facile".



Problema 2 degli appunti "Problemi di f.e.m. cinetica 3" al link "Problemi di fem cinetica (3)" del sito "Fisica Facile".

Notate che **il grafico t-Φ(B) è una parabola**.

Il valore della **f.e.m. indotta** (ε) è ottenuta dall'equazione: $\varepsilon = -\Phi'(B)$

Il **grafico t-ε** che rappresenta la f.e.m. indotta (ε) in funzione del tempo è disegnato a destra del rispettivo flusso (Figure 3b e 4b). Notate che **ε è sempre una retta**: tale retta è maggiore di zero quando il flusso Φ(B) è decrescente (Figura 3a,3b), è minore di zero quando il flusso Φ(B) è crescente (Figura 4a, 4b)

Notate poi un'altra proprietà: nella Figura 3a la parabola ha il vertice in t=0s. Guarda adesso la Figura 4a: in t=0s si ha che ε=0. Possiamo perciò affermare che **nel punto di vertice si ha che ε=0 e viceversa**.

Possiamo concludere affermando:

Se il flusso magnetico [Φ(B)] è una funzione quadratica del tempo allora:

- il grafico t-Φ(B) è una parabola e viceversa
- il grafico t-ε è una retta
    - $\varepsilon > 0 \leftrightarrow \Phi(B)$ decrescente
    - $\varepsilon < 0 \leftrightarrow \Phi(B)$ crescente
    - $\varepsilon = 0$ quando Φ(B) è al suo vertice e viceversa

Φ(B) è una funzione generica del tempo

I casi lineare e quadratico non esauriscono le possibili funzioni del tempo del flusso magnetico: vedrete ben presto che Φ(B) può essere rappresentato da funzioni anche molto complesse del tempo come polinomi di grado maggiore di due, funzioni esponenziali o trigonometriche. Perciò bisogna trovare una tecnica in grado di ottenere graficamente le principali proprietà fisiche dell'induzione che sia la più generale possibile. All'uopo giunge la matematica, nella forma dell'eq. (1): $\boldsymbol{\varepsilon = -\Phi'(B)}$

L'eq. (1) dichiara una cosa tanto semplice quanto fondamentale:

la f.e.m. indotta è la derivata prima del flusso magnetico cambiata di segno

A questo punto accade una incredibile magia: per comprendere come il grafico della f.e.m. e quello di Φ(B) sono legati fra loro è sufficiente conoscere le proprietà geometriche della **derivata prima**, che avete abbondantemente studiato a lezione di Matematica. Ripassiamole ed applichiamole al caso dell'induzione:

funzione derivabile → funzione continua	→ **Φ(B) è continuo**
derivata prima = 0 in un intervallo ↔ funzione costante..	→ **$\varepsilon = 0$ in un intervallo ↔ Φ(B) costante**
derivata prima > 0 ↔ funzione crescente	→ **$\varepsilon < 0$ ↔ Φ(B) crescente**
derivata prima < 0 ↔ funzione decrescente	→ **$\varepsilon > 0$ ↔ Φ(B) decrescente**
derivata prima nulla in un punto ↔ punto stazionario ... (max, min, flex orizz.)	→ **$\varepsilon = 0$ ↔ Φ(B) ha max., min, flex orizz.**
maggiore è il valore assoluto della derivata prima ↔ più inclinata è la funzione	→ **maggiore è il valore assoluto di ε ↔ più inclinato è Φ(B)**

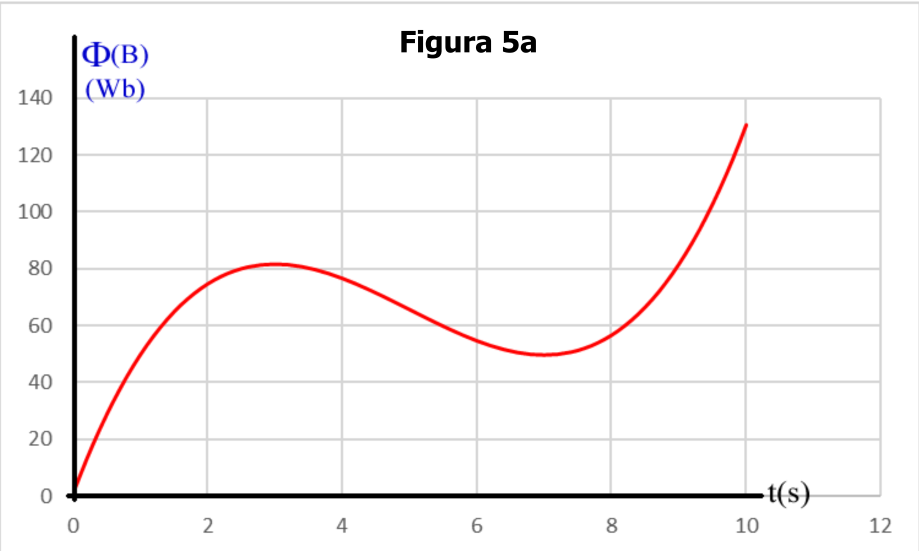
Nota che la derivata prima di una retta è la sua pendenza mentre la derivata prima di una parabola è un'equazione lineare (il cui grafico è una retta): questo spiega le proprietà che abbiamo visto riguardo alle eq. lineari e quadratiche.

PROBLEMI

Considera le proprietà della derivata prima appena schematizzate e verifichiamole nel caso delle funzioni lineari e quadratiche. Segna la parola giusta nelle frasi sottostanti.

- Tutti grafici t-Φ(B) 1a,2a,3a,4a risultano **continui/discontinui**
- I grafici t-Φ(B) 1a e 4a sono **crescenti/decrescenti** e perciò la loro f.e.m. è **positiva/negativa/nulla**
- I grafici t-Φ(B) 2a e 3a sono **crescenti/decrescenti** e perciò la loro f.e.m. è **positiva/negativa/nulla**
- Nel grafico 3a al tempo t=0s il flusso Φ(B) raggiunge il vertice, che è un punto di massimo: perciò la f.e.m. è **positiva/negativa/nulla**
- Nei grafici t-Φ(B) dei grafici 3a e 4a il flusso Φ(B) al tempo t=1s è più/meno inclinato che al tempo t=3s. Ne segue che, in valore assoluto, ε(1s) è **maggiore/minore/uguale** a ε(3s)
- I grafici t-ε 1b e 2b sono **un valore costante/una retta/una parabola** : ciò dimostra che il grafico t-Φ(B) è **un valore costante/una retta/una parabola**
- I grafici t-ε 3b e 4b sono **un valore costante/una retta/una parabola** : ciò dimostra che il grafico t-Φ(B) è **un valore costante/una retta/una parabola**

Guarda il grafico di Figura 5: segna sul grafico i punti al tempo t=0s, t=2s, t=3s, t=7s, t=8s , t=9s, t=9,5s , t=10s : poi segna la parola giusta nelle frasi sottostanti:



- Al tempo t=2s Φ(B) produce una f.e.m. **positiva/negativa/nulla**
- Al tempo t=3s Φ(B) produce una f.e.m. **positiva/negativa/nulla**
- Al tempo t=7s Φ(B) produce una f.e.m. **positiva/negativa/nulla**
- Al tempo t=9s Φ(B) produce una f.e.m. **positiva/negativa/nulla**
- Dal tempo t=0s a t=3s Φ(B) è **crescente/decrescente**, perciò ε è **positivo/negativo**
- Dal tempo t=3s a t=7s Φ(B) è **crescente/decrescente**, perciò ε è **positivo/negativo**
- Dal tempo t=7s a t=10s Φ(B) è **crescente/decrescente**, perciò ε è **positivo/negativo**
- Al tempo t=8s Φ(B) produce una f.e.m. **maggiore/minore/uguale** a quella prodotta al tempo t=9,5s

Infine, in base alle risposte che hai dato sopra, scegli fra i grafici sottostanti quello che rappresenta il grafico t-ε di Figura 5a.

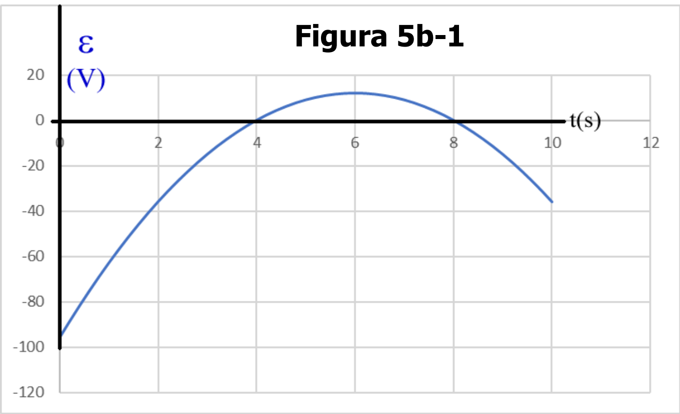


Figura 5b-1

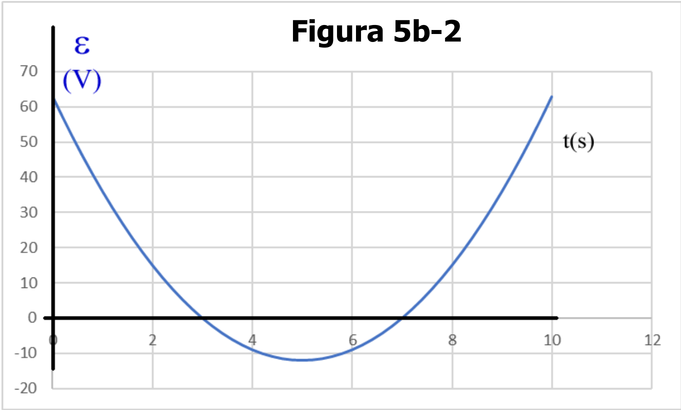


Figura 5b-2

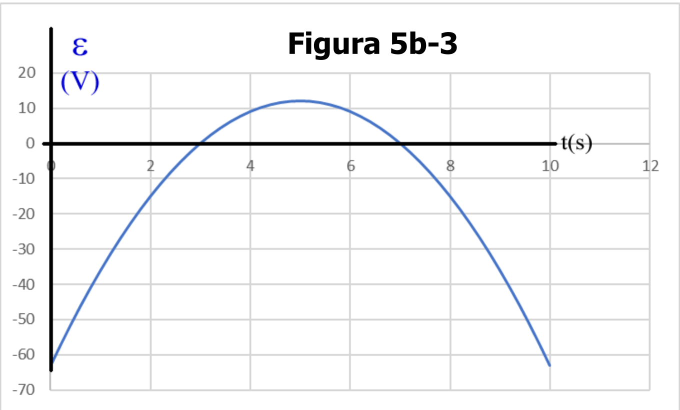


Figura 5b-3

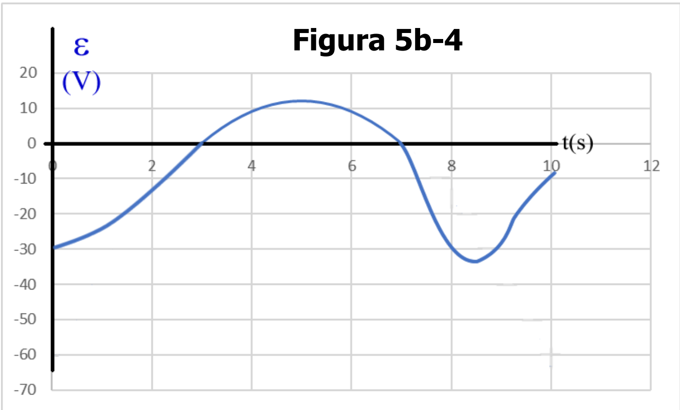
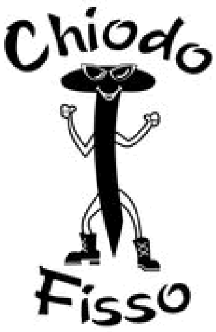


Figura 5b-4



Adesso è giunta l'ora di fissare i concetti essenziali di questi appunti.
Lo scopo degli appunti è quello di descrivere le proprietà geometriche fondamentali dei grafici **t-Φ(B)** e **t-ε**.

Per prima cosa abbiamo considerato Φ(B) rappresentabile con un'equazione lineare o quadratica del tempo; abbiamo comparato alcuni grafici t-Φ(B) con i corrispettivi grafici t-ε ed abbiamo tratto le conclusioni generali, che abbiamo riassunto in due semplici schemi: uno per le equazioni lineari, l'altro per quelle quadratiche.

Dopodiché abbiamo esteso l'analisi a flussi Φ(B) rappresentabili con un'equazione generica del tempo.

Come punto di partenza abbiamo notato che ε = -Φ'(B), cioè che la f.e.m. è la derivata prima del flusso magnetico cambiata di segno.

A questo punto abbiamo richiamato le proprietà geometriche fondamentali della derivata prima: grazie ad esse abbiamo scritto uno schema che riassume le proprietà fondamentali che legano il grafico t-Φ(B) con il rispettivo grafico t-ε

Abbiamo poi notato come le proprietà delle eq. lineari e quadratiche siano esplicitamente ricavabili dalle proprietà geometriche della derivata prima.

Infine sono stati presentati dei problemi da risolvere come esercizio di verifica.