

FORZA DI LORENTZ

Finora abbiamo trattato l'effetto della forza magnetica su oggetti macroscopici come i fili percorsi da corrente: adesso discuteremo **l'effetto microscopico del magnetismo**, cioè tratteremo degli effetti prodotti dalla forza magnetica su singole particelle di carica elettrica.

FORZA MAGNETICA MICROSCOPICA: LA FORZA DI LORENTZ

La forza magnetica applicata su singole particelle cariche (forza magnetica microscopica) ha il nome di **Forza di Lorentz**. In breve:

per Forza di Lorentz si intende la forza magnetica microscopica, cioè la forza magnetica applicata su singole particelle di carica elettrica

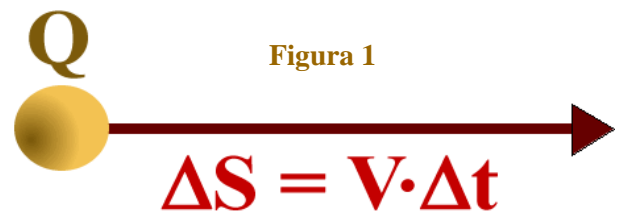
Per scoprire come agisce la Forza di Lorentz bisogna vedere come agisce un campo magnetico \vec{B} su di una singola carica elettrica. Partiamo da ciò che noi già sappiamo del magnetismo: **la forza magnetica agisce su di un filo solo se esso è attraversato da una corrente elettrica**. Poiché una corrente è generata da cariche elettriche in movimento possiamo affermare con sicurezza che **la forza magnetica agisce soltanto su cariche elettriche che sono in moto**.

Modulo della forza di Lorentz

Noi sappiamo già che la forza magnetica (\vec{F}_m) agente su di un filo macroscopico è data in modulo (F_m):

$$F_m = B \cdot I_0 \cdot L \cdot \sin(\beta) \quad (1) \quad , \quad L \text{ lunghezza del filo, } \beta = \text{angolo fra } B \text{ e } L$$

Per ottenere il modulo della forza magnetica microscopica (cioè della forza di Lorentz) dobbiamo trasformare le grandezze macroscopiche in microscopiche. Guarda la Figura 1: qual è la forza magnetica che agisce su di una singola carica elettrica Q che si muove alla velocità V ? La carica Q in un tempo Δt percorre un tratto ΔS : è come se ci fosse un filo di lunghezza $\Delta S = L$ percorso da una corrente elettrica $I_0 = \text{carica attraversante} / \text{tempo} \rightarrow (\text{carica attraversante} = \text{carica } Q \text{ della particella in movimento} , \text{tempo} = \Delta t) \rightarrow I_0 = Q / \Delta t$.



$\Delta S = \text{spazio percorso dalla carica } Q \text{ nel tempo } \Delta t$

Sostituiamo adesso nell'eq. (1) le due equazioni: $I_0 = Q / \Delta t$, $L = \Delta S$:

$$F_m = B \cdot \frac{Q}{\Delta t} \cdot \Delta S \cdot \sin(\beta) \rightarrow (\text{passo il } \Delta t \text{ sotto il } \Delta S) \rightarrow F_m = B \cdot Q \cdot \frac{\Delta S}{\Delta t} \cdot \sin(\beta)$$

È evidente a tutti che $\Delta S / \Delta t = V \rightarrow F_m = B \cdot Q \cdot V \cdot \sin(\beta) \quad (2a)$

L'eq. (2a) è **l'equazione del modulo della forza di Lorentz**, cioè della forza magnetica microscopica agente sulla singola particella di carica Q e velocità V .

L'eq. (2a) ha due importanti varianti geometriche:

$$\text{Pongo: } B \cdot \sin(\beta) = B_{\perp} \rightarrow F_m = B_{\perp} \cdot Q \cdot V \quad (2b)$$

$$\text{Pongo: } V \cdot \sin(\beta) = V_{\perp} \rightarrow F_m = B \cdot Q \cdot V_{\perp} \quad (2c)$$

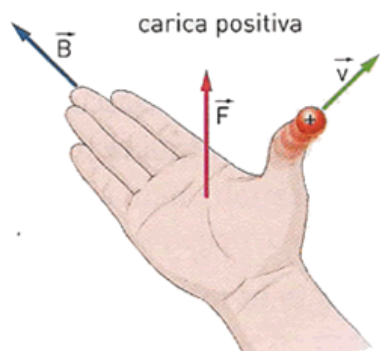
Nota che le eq. (2b) e (2c) dichiarano che la forza magnetica è proporzionale solo alla componente di \vec{B} perpendicolare a \vec{V} o, equivalentemente, alla componente di \vec{V} perpendicolare a \vec{B} : di conseguenza, **la componente di \vec{V} parallela a \vec{B} ($V_{//}$) non produce alcuna forza di Lorentz!** Detto in altro modo: il movimento di una carica elettrica parallelo alla direzione di \vec{B} non è influenzato dalla forza magnetica, in analogia di quando avevamo scoperto che un filo percorso da corrente posto parallelo a \vec{B} non risente dell'effetto di \vec{B} .

Direzione e verso della forza di Lorentz

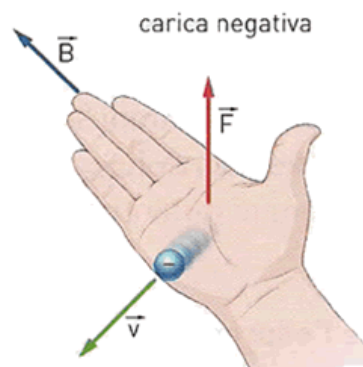
Per quanto riguarda la **direzione** ed il **verso** della Forza di Lorentz: rimane invariata la **regola della mano destra** (è ovvio: microscopica o macroscopica sempre forza magnetica è: se la regola della mano destra vale nel caso macroscopico deve valere anche in quello microscopico).

Nel caso macroscopico bisogna porre il pollice nella direzione del filo elettrico. Nel caso microscopico abbiamo visto che il filo elettrico è sostituito dallo spostamento ΔS di Q , perciò bisogna porre il pollice nella direzione di ΔS , cioè della velocità V (ΔS e V sono sempre paralleli, come già sapete dal II anno): il verso della corrente è quello di V se Q è positiva, opposto a V se Q è negativa (vedi Figura2).

- se la carica è *positiva*, si pongono il pollice della mano destra nel verso di \vec{v} e le altre dita nel verso di \vec{B} ;



- se la carica è *negativa*, il pollice della mano destra va orientato nel verso opposto a quello di \vec{v} .



In entrambi i casi, quindi, il pollice deve essere rivolto nel verso convenzionale della corrente costituita dalle cariche in movimento.

Figura 2

Possiamo riassumere le proprietà della forza di Lorentz in questo schema:

modulo:

$$F_m = B \cdot Q \cdot V \cdot \sin(\beta) \quad \text{oppure}$$

$$F_m = B_{\perp} \cdot Q \cdot V \quad \text{oppure}$$

$$F_m = B \cdot Q \cdot V_{\perp}$$

direzione e verso:

regola della mano destra, pollice nel verso di V se $Q > 0$, nel verso opposto se $Q < 0$

Moto di una carica in un campo magnetico

Una carica puntiforme Q che si muove con velocità V all'interno di un campo magnetico B è sottoposta alla forza di Lorentz; tale forza, agendo sulla carica, ne modifica la traiettoria, costringendola a seguire un moto ben preciso.

La forza di Lorentz è centripeta, il moto è uniforme

Le traiettorie indotte dalla forza di Lorentz sulle cariche elettriche sono spesso complicate e difficilmente descrivibili anche con le tecniche di calcolo più moderne. Però tutte le traiettorie condividono due fondamentali proprietà: **la forza di Lorentz è solo centripeta** e perciò **il moto delle cariche è uniforme**.

Come abbiamo visto precedentemente, la forza di Lorentz che agisce sulla carica Q ha direzione perpendicolare a quella della sua velocità, e quindi anche a quella dello spostamento. Possiamo perciò concludere che **la forza di Lorentz è una forza esclusivamente centripeta**.

Inoltre, nel caso in cui forza e spostamento siano perpendicolari, il Lavoro compiuto dalla forza è nullo, quindi, anche la variazione di energia cinetica è nulla e perciò **la velocità della carica Q rimane costante in modulo**.

Possiamo quindi affermare che la forza di Lorentz che agisce su una particella non modifica il modulo della sua velocità, ma soltanto la sua traiettoria: ciò che cambia, quindi, è la direzione e il verso della velocità della particella.

Esempi interattivi di moto circolare indotto dalla forza di Lorentz possono essere trovati nell'applet [Moto di Lorentz 2D](#) del sito Fisica Facile.

Moto di una particella che si muove perpendicolarmente a B (moto 2D)

Adesso possiamo iniziare a studiare le proprietà cinematiche essenziali del movimento indotto dalla forza di Lorentz. Affronteremo il caso più semplice: quello di **una particella si muove con velocità esattamente perpendicolare a \vec{B}** .

In un campo magnetico \vec{B} costante il movimento è circolare uniforme

Se \vec{v} è perpendicolare a B allora $v=v_{\perp}$ e l'eq. (2c) diventa:

$$F_m = B \cdot Q \cdot v \quad (3)$$

L'eq. (3) porta con sé un'importante proprietà: **se il vettore \vec{B} è costante anche la forza di Lorentz è costante**: infatti, v rimane sempre costante perché, come abbiamo appena visto, il moto indotto dalla forza di Lorentz è sempre uniforme e se anche B rimane costante allora il valore di F_m non può cambiare!

Ma abbiamo appena detto che la forza di Lorentz è centripeta: perciò, dichiarare che la forza di Lorentz è costante è come affermare che la forza centripeta è costante! E qual è la traiettoria indotta da una forza centripeta costante? Lo abbiamo scoperto al III anno di Liceo... pensaci... bravo! E' una **circonferenza**! Essa si snoda nel piano perpendicolare a \vec{B} (vedi Figura3). Posso perciò affermare che nel caso di campo magnetico costante e velocità perpendicolare a \vec{B} il movimento è **circolare uniforme**.

Raggio e periodo del moto circolare

Conoscendo l'espressione della forza di Lorentz, e quella della forza centripeta, e sapendo che in questo caso le due forze coincidono, possiamo scrivere:

$$F_m = B \cdot Q \cdot v \quad , \quad F_{cent} = m \cdot v^2 / R$$

dove m indica la massa della particella, v la sua velocità, Q la sua carica, e B il modulo del campo magnetico cui essa è sottoposta.

Ma abbiamo appena detto che la forza magnetica è esclusivamente centripeta per cui:

$$F_m = F_{cent} \rightarrow B \cdot Q \cdot v = m \cdot v^2 / R \quad (4)$$

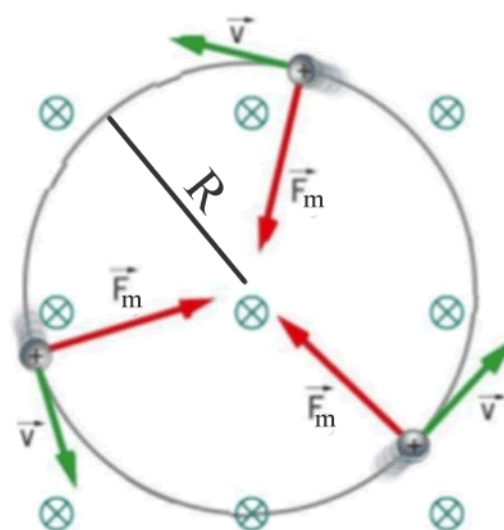


Figura 3: moto circolare di una carica Q in presenza di un campo magnetico.

Raggio della circonferenza: dall'equazione (4) possiamo ricavare il **raggio R della circonferenza** descritta da Q. Dopo un semplice passaggio che lascio fare a voi risulta che: $R = m \cdot V / (Q \cdot B)$ (5)

Periodo di rotazione: la velocità della particella, in un moto circolare uniforme, si esprime come rapporto tra la lunghezza della circonferenza e il **periodo di rotazione T**: $V = 2\pi R / T$

Sostituendo questa formula nell'eq. (5) possiamo esprimere anche il periodo del moto circolare in funzione delle altre grandezze: $R = m \cdot (2\pi R / T) / (Q \cdot B) \rightarrow$

$$T = 2\pi m / (Q \cdot B) \quad (6)$$

Nota che le eq. (5) e (6) confermano ciò che avevamo già ottenuto sperimentalmente usando l'applet [Moto di Lorentz 2D](#) del sito Fisica Facile! Infatti avevamo osservato che:

- il raggio della traiettoria di una particella è direttamente proporzionale alla sua velocità ed alla sua massa ma è inversamente proporzionale alla sua carica elettrica Q e al valore di B
- il periodo di rotazione di una particella non dipende dalla sua velocità (inoltre, come risulta dall'eq. (6), esso è inversamente proporzionale alla carica Q e a B).

Moto di una particella che si muove anche parallela a B (moto 3D, moto elicoidale)

Una particella che si muove in un campo magnetico non sempre ha velocità perpendicolare alla direzione del campo magnetico: in questo caso la traiettoria descritta dalla particella non è quella di un moto circolare uniforme.

Per capire qual è la traiettoria si scompone la velocità nelle sue componenti, delle quali una è perpendicolare al campo magnetico (V_{\perp}), mentre l'altra è parallela ad esso (V_{\parallel}): vedi Figura4,5.

V_{\perp} produce un moto circolare uniforme intorno a B, come abbiamo appena visto nel paragrafo precedente, mentre il moto descritto da V_{\parallel} è... rettilineo uniforme! Infatti, come abbiamo già descritto nel "Nota che" del paragrafo "Modulo della forza di Lorentz": **la componente di \vec{V} parallela a \vec{B} (V_{\parallel}) non produce alcuna forza di Lorentz.**

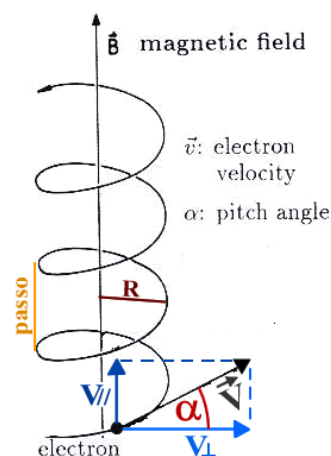


Figura 4: scomposizione della velocità e moto elicoidale

Poiché entrambe le velocità (quella circolare uniforme perpendicolare a \vec{B} + quella rettilinea uniforme lungo \vec{B}) sussistono contemporaneamente, il moto totale è dato dalla sovrapposizione dei due moti precedenti, cosicché il moto risultante è descritto da un'elica cilindrica a passo costante con asse parallelo a \vec{B} , tale che la distanza tra una circonferenza dell'elica e quella successiva è sempre la stessa (**moto elicoidale**, vedi Figura4,5). Il moto elicoidale è descritto in due video ([Moto di Lorentz 3D](#) e [Moto di Lorentz 3D 2](#)) nel sito "Fisica Facile".

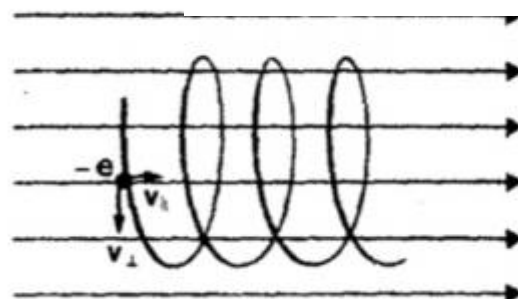


Figura 5: moto elicoidale di un elettrone ($Q < 0$) intorno a \vec{B}

In questo caso, il **raggio dell'elica (R)** si può ricavare sempre dalla formula vista precedentemente, sostituendo però al posto della velocità V, la sua componente perpendicolare V_{\perp} :

$$R = m \cdot V_{\perp} / (Q \cdot B) \quad (7)$$

Testo ottenuto rielaborando gli appunti del sito

<https://www.matematicamente.it/appunti/fisica-per-le-superiori/elettromagnetismo-fisica-per-le-superiori/moto-carica-un-campo-magnetico/>



Adesso è giunta l'ora di fissare i concetti essenziali di questi appunti.

Lo scopo degli appunti è quello di descrivere l'effetto microscopico della forza magnetica, cioè la forza magnetica quando è applicata su singole cariche in movimento: questa forza è chiamata **forza di Lorentz**.

Per prima cosa abbiamo osservato che la forza magnetica ha effetto soltanto su cariche elettriche in movimento.

Dopodiché abbiamo ottenuto il **modulo** della forza di Lorentz partendo dall'equazione della forza magnetica applicata ad un filo e trasformando le grandezze macroscopiche in quelle microscopiche: nel fare questo siamo stati aiutati dal disegno di Figura1. Abbiamo così ottenuto l'equazione (2a) e le sue varianti geometriche (2b) e (2c).

Abbiamo infine ottenuto la **direzione** ed il **verso** della forza di Lorentz sfruttando la regola della mano destra.

Dopodiché abbiamo descritto il **moto** di una carica elettrica sottoposta a campo magnetico.

Abbiamo notato che la forza di Lorentz è soltanto **centripeta** e perciò non fa Lavoro e dunque non modifica il modulo della velocità ma solo la sua direzione.

Abbiamo poi studiato il caso particolare di una carica che si muove perpendicolarmente a \vec{B} : abbiamo notato che essa percorre una **circonferenza** con velocità uniforme. Il raggio e il periodo della traiettoria sono dati rispettivamente dall'eq. (5) e (6)

Abbiamo infine generalizzato il caso ad una carica che si muove con una velocità inclinata rispetto a \vec{B} : abbiamo visto che essa percorre una **traiettoria elicoidale** con asse dell'elica parallelo a \vec{B} . Il raggio della circonferenza dell'elica è dato dall'eq. (7).