**PROBLEMI INTRODUTTIVI CON IL LAVORO**

Finalmente abbiamo iniziato ad affrontare lo studio di una delle più importanti grandezze fisiche! L’Energia. L’energia legata al movimento è stata introdotta negli appunti “FORZA VIVA E VELOCITA’” come **forza viva**: essa è stata ridefinita come **energia cinetica** negli appunti “TEOREMA DELLE FORZE VIVE (o DELL’ENERGIA CINETICA)”, che hanno introdotto una terza grandezza: il **Lavoro**, cioè il trasferimento di energia da un corpo ad un altro. Essendo il Lavoro il trasferimento di energia, esso è definito come:

**L = ΔK** →**L = Kf –Ki** , **K = ½M⋅V2 (1) ([[1]](#footnote-1))**

In altri appunti1 abbiamo visto che il Lavoro ubbidisce a questa formula:

**L = F//⋅ΔS (2a)** L’eq. (2a) può essere subito scritta come:

**L = F⋅cos(ϑ)⋅ΔS (2b)** , con **ϑ** l’angolo fra la forza **F** e lo spostamento **ΔS** (vedi Figura2).

Le eq. (1) e (2a) , (2b) sono sufficienti per risolvere i primi problemi sull’energia.

1. C’è un facchino…
	1. Un facchino spinge un carrello con una forza orizzontale F0=12N per un tratto di 6m (vedi Figura1). Quanta energia consuma? [Energia consumata = Lavoro eseguito = 72J]
	2. Adesso il solito carrello è spinto dalla solita forza F0=12N ma stavolta essa forma un angolo ϑ=30° con lo spostamento (vedi Figura2). Quanta energia spende adesso il facchino? [L=62,36J]

Figura 1: il facchino spinge il carrello con una forza F0 parallela allo spostamento.

* 1. Potrebbe il facchino spostare la carrello orizzontalmente spingendola con una forza verticale? Dai la spiegazione della risposta attraverso l’energia. [No perché…]
	2. Adesso il facchino spinge la carrello con la solita forza F0=12N con angolo ϑ=20° per un tratto orizzontale ΔS non noto. “Che fatica!” Il facchino ha speso 300J. Quanto è lungo il tratto ΔS? [ΔS=26,6m] -soluzione in fondo agli appunti-
	3. “Basta, mi sono stufato!” Il facchino è stanco e non spinge più la carrello con la solita forza F0: dopo averla spinta per un tratto di 24m con angolo ϑ=35° misura di aver speso 180J. Qual è il valore di F0? [F0=9,16N]

Figura 2: il facchino spinge il carrello con una forza F0 inclinata di un angolo ϑ rispetto allo spostamento.

* 1. Adesso il facchino spinge il carrello per un tratto di 16m con una forza F0=7N inclinata di un angolo ϑ non noto: alla fine ha speso 90J. Qual è il valore di ϑ? [ϑ=36,5°] -soluzione in fondo agli appunti-
	2. Quale sarebbe stato il valore di ϑ se invece avesse spinto il carrello per 20m con una forza F0=13N e avesse speso 300J [Attento!!!]
1. Il facchino sprint. Considera la situazione del problema 1a: inoltre sai che il carrello possiede una massa di 5kg e che lo spostamento è avvenuto senza attriti.
	1. A quale velocità giunge il carrello dopo i 6m di spinta se esso partiva da fermo? [Vf=5,37m/s]
	2. E se invece il carrello fosse partito con la velocità iniziale di 2m/s, a quale velocità sarebbe giunto? [Vf=5,73m/s] -soluzione in fondo agli appunti-
	3. E se invece il carrello fosse arrivato alla fine dello spostamento con una velocità finale Vf=6,5m/s, con quale velocità era partito? [Vi=3,67m/s]
	4. Come sarebbe cambiata la risposta alla domanda (c) se invece la velocità finale fosse stata Vf=4m/s? [Attento!] -soluzione in fondo agli appunti-
2. L’attrito. Considera adesso il solito carrello di massa 5kg e la situazione del problema 1a; considera poi che sul carrello agisca una forza di attrito dinamico Fd e rispondi (vedi Figura3):

Figura 3: il facchino spinge il carrello con una forza F0 parallela allo spo-stamento: sul carrello agisce anche un attrito dinamico Fd.

* 1. Se sul carrello agisce una forza di attrito dinamico Fd=3N, qual è il Lavoro eseguito dall’attrito durante lo spostamento di 6m? [Lattrito=-18J]
	2. Il Lavoro dell’attrito risulta negativo: qual è il motivo di ciò? Dai una spiegazione fisica ed una geometrica

[Fisica: l’attrito si oppone al movimento… ; Geometrica: il versodi Fd è opposto a… ]

* 1. Suppponi ora che il facchino spinga il carrello con una forza orizzontale F0=12N per un tratto di 6m. Quanta energia viene trasferita complessivamente al carrello, tenendo conto che adesso oltre a F0 agisce pure l’attrito? [Energia trasferita = Lavoro totale = 54J]. Qual è la velocità finale a cui giunge il carrello? [Vf=4,65m/s] -soluzione in fondo agli appunti-
	2. Considera adesso la situazione del quesito 2b. Noti che questa volta, a causa dell’attrito (di cui adesso non conosci il valore), il carrello parte con una velocità di 2m/s e giunge alla fine dei 6m con una velocità di 4m/s. Qual è il Lavoro totale compiuto da Fo+Fd (“+” algebrico: Fd è negativa)? [LTOT = 30J]. Qual è il Lavoro compiuto da Fd? [Lavoro di Fd = - 42J]. Qual è il valore di Fd? [Fd=-7N]

Figura 4: il facchino spinge il carrello con una forza F0 inclinata di un ango-lo ϑ rispetto allo spostamento: sul carrello agisce anche un attrito dinamico Fd.

* 1. Ora il carrello è sempre spinto da una forza F0=12N ma essa è inclinata di ϑ=30°: la forza di attrito è Fd=-7N sull’orizzontale (vedi Figura4). Il carrello parte con una velocità iniziale Vi=2m/s. Qual è il Lavoro di F0 dopo un tratto di 6m? [Lavoro di F0 = 62,35J]. Qual è il Lavoro totale compiuto da F0+Fd (“+” algebrico: Fd è negativa)? [LTOT = 20,35J] Qual è la velocità finale a cui giunge il carrello? [Vf=3,48m/s] -soluzione in fondo agli appunti-
1. Il facchino si è stufato.
	1. “Mi son rotto di ‘sto carrello!” Ed il facchino lancia il carrello davanti a sé con una velocità iniziale di 4m/s. Se non vi è attrito, come cambia la velocità del carrello? Dai una spiegazione attraverso il Lavoro. [Senza spinta del facchini e senza attrito il Lavoro è nullo e perciò….]
	2. Se invece sul carrello, lanciato alla velocità iniziale di 4m/s, agisce una forza di attrito Fd=4N, quanto spazio percorre il carrello prima di fermarsi? [ΔS=10m].
	3. Stessa situazione che nel caso 3b ma questa volta non conosci il valore di Fd ma il suo coef. di attrito dinamico μd=0,45. Qual è il valore di Fd? [Fd=22,05N]. Quanti metri percorre adesso il carrello prima di fermarsi? [ΔS=1,814m]
	4. Il facchino, preso dalla stizza per i carrelli, ne lancia un secondo sempre di 5kg alla velocità iniziale di 6m/s. Nota che dopo un tratto di 8m la velocità, a causa dell’attrito Fd, è scesa a 2m/s. Qual è il valore di Fd? [Fd=-10N]. Qual è il valore di μd? [μd=0,204]. Quanti metri percorre il carrello prima di fermarsi? [ΔS=9m]. Qual è la velocità finale del carrello dopo aver percorso 11m? [Attento!] -soluzione in fondo agli appunti-

**SOLUZIONI**

Le soluzioni dei problemi si basano sulle eq. (1), (2a) e (2b). Riporto le soluzioni di alcuni problemi come indicazione generale per le soluzioni di tutti gli altri.

1d: Il termine ΔS appare nelle eq. (2a) , (2b). Scrivo l’eq. (2b): **L = F0⋅cos(ϑ)⋅ΔS**. Sostituisco I valori numerici: L = 300J, F0=12N, ϑ=**20°** → 300J = 12N⋅cos(20°)⋅ΔS → ΔS = 26,6m.

1f. Il termine **cos(ϑ)** appare nell’eq. (2b): **L =** **F0⋅cos(ϑ)⋅ΔS.** L = 300J, F0=7N, ϑ=20° → 90J = 7N⋅cos(20°)⋅16m → cos(ϑ) = 0,8036 → ϑ=cos-1(0,8036)=36,5°.

2b. La velocità determina l’energia cinetica, che appare nell’eq. (1): **L = ΔK** → **L = Kf –Ki** , **K = ½M⋅V2**

Calcolo l’en. cinetica iniziale:Ki= ½⋅5kg⋅(2m/s)2 = 10J

il Lavoro è calcolato grazie all’eq. (2a): L=12N⋅6m = 72J.

Sostituisco i valori nell’eq(1): 72J = Kf – 10J → Kf = 82J.

Infine calcolo Vf usando l’en. cinetica: ½⋅5kg⋅Vf2 = 82J → Vf=5,73m/s

2d. Stai attento a questa risposta perché illustra una proprietà importante del Lavoro e, di conseguenza, di tutto il movimento. Devo trovare Vi: la velocità appare nell’en. cinetica, cosicché uso l’eq. (1):

**L = ΔK** → **L = Kf –Ki** , **K = ½M⋅V2** **,** Kf = ½⋅5kg⋅(4m/s)2 = 40J

il Lavoro è calcolato grazie all’eq. (2a): L=12N⋅6m = 72J

Sostituisco i valori nell’eq. (1): 72J = 40J – Ki → Ki = -32J

Infine calcolo Vf usando l’en. cinetica: ½⋅5kg⋅Vi2 = -32J → Vi = √-32J = … impossibile! Non posso fare la radice quadrata di un numero negativo!

Il problema è sorto perché ho calcolato un’energia cinetica negativa ma l’energia cinetica è data da ½⋅M⋅V2 e perciò è sempre positiva o, al minimo, nulla: non può mai essere negativa! Cosa significa tutto questo? Significa che il problema non ha alcuna soluzione e perciò che è impossibile che il carrello abbia Vf=4m/s.

Il motivo di questa impossibilità ha, come sempre in Fisica, due spiegazioni: una Matematica e l’altra Fisica.

Il motivo matematico è ovvio: se suppongo che Vf=4m/s, dopo aver eseguito tutti i calcoli scopro che non ho nessuna soluzione per Vi: ne segue che non esiste un valore di Vi che mi permetta di giungere ad avere Vf=4m/s

Il motivo fisico è altrettanto evidente: Vf=4m/s implica che Kf=40J. Ma io ho calcolato che con il mio Lavoro ho trasferito al carrello 72! Come è possibile che, dopo aver dato 72J al carrello esso ne abbia solo 40J? E’ impossibile: sicuramente la sua velocità finale è più alta di 4m/s.

Se uno era attento poteva rispondere subito che era impossibile una Vf=4m/s osservando la risposta alla domanda 1a. In quel caso il carrello partiva da fermo e raggiungeva una velocità finale Vf=5,37m/s: perciò 5,37m/s è il valore più piccolo possibile per Vf, qualunque velocità iniziale io aggiunga essa non fa altro che aumentare l’energia cinetica del carrello e perciò ogni possibile valore di Vf è tale che Vf≥5,37m/s.

**3c.** Voglio conoscere la velocità finale. Poiché Vf appare nell’en. cinetica, devo applicare l’eq. (1):

**L = ΔK** → **L = Kf –Ki** , **K = ½M⋅V2** , Ki = ½⋅5kg⋅(2m/s)2 = 10J.Calcoliamo il Lavoro: adesso sul carrello agiscono due forze distinte, F0 e Fd. Il Lavoro complessivo (**LTOT**) è dato da:

**L**TOT **= Lavoro di F0 + Lavoro di Fd (“+” algebrico).**

**Lavoro di F0 = F0⋅cos(ϑ)⋅ΔS** → Lavoro di F0 = 62,35J

**Lavoro di Fd = -Fd⋅ΔS** (il “-“ appare perché Fd e ΔS sono discordi) → Lavoro di Fd = -42J

LTOT = 62,35J + (-42J) = +20,35J.

Sostituisco i valori nell’eq. (1): 20,35J = Kf – 10J → Kf=30,35J → Vf=3,28J.

**4d.** Dopo un tragitto di 8m la velocità del carrello diminuisce da 6m/s a 2m/s: ne segue che su di esso agisce un Lavoro negativo (l’en. cinetica decresce).

Calcoliamo Fd: la forza appare nell’eq. (2a): **L = F//⋅ΔS → Lavoro di Fd = Fd⋅ΔS**.

So che ΔS=8m, per trovare Fd devo calcolare il suo Lavoro.Uso l’eq. (1): **L = ΔK** → **L = Kf –Ki**

Ki= ½⋅5kg⋅(6m/s)2 = 90J , Kf = ½⋅5kg⋅(2m/s)2 = 10J.

Calcolo: Lavoro di Fd = 10J – 90J = -80J. Sostituisco nell’eq. (2a): -80J = Fd⋅8m → Fd=-10N.

Per calcolare **μd** applico la formula dell’attrito: **μd=Fd/F⊥.** Sostituisco i valori numerici:

Fd=10N , F⊥ = peso = M⋅g = 49N → μd = 0,204.

“Prof! Fd è negativa! Bisogna usare -10N, non +10N!” “Mimmo, hai ragione che Fd è negativa ma nell’eq. di μd bisogna usare i valori assoluti, perché si prendono in considerazione solo i moduli.”

Adesso calcoliamo il tragitto compiuto dal carrello per fermarsi. **Dire che il carrello giunge ad essere fermo significa che Vf=0→Kf=0.**

ΔS appare nell’eq. (2a): **L = F//⋅ΔS.** Calcolo L usando l’eq. (1): **L = Kf –Ki** → L = 0J – 90J = -90J.Sostituisco i valori:-90J = -10N⋅ΔS → ΔS=9m

Ed infine calcoliamo la velocità finale dopo che il carrello ha percorso 11m. “Uhmmm… non è possibile! Questo è un problema che non ha soluzione!” “Bravo mimmo, è vero, questo problema non ha alcuna soluzione: è impossibile che il carrello possa giungere ad 11m di distanza dal punto di lancio.” Come ha fatto il mimmo ha capire ciò senza nemmeno fare un calcolo aggiuntivo? Pensaci…

Mentre tu ci pensi, noi dimostreremo l’impossibilità di raggiungere gli 11m con un semplice calcolo. Devo determinare il valore di Vf: perciò devo calcolare Kf. Uso dunque l’eq. (1): **L = ΔK** → **L = Kf –Ki**

Ki = ½⋅5kg⋅(6m/s)2 = 90J ; L = Fd⋅11m = -10N⋅11m = -110J.

Sostituisco nell’eq. (1): -110J = Kf – 90J → Kf = -20J !?!?!? Ho un’energia cinetica negativa: Impossibile! Abbiamo già incontrato la medesima situazione alla soluzione del problema 1d**: l’energia cinetica è sempre positiva o, al minimo, nulla; non può mai essere negativa!** Cosa significa? Semplice: il carrello non riesce ad arrivare a percorrere 11m perché non ha l’energia cinetica necessaria ma si ferma prima (ed infatti, come visto poco sopra, esso si ferma dopo 9m).

1. Negli appunti “TEOREMA DELLE FORZE VIVE (o DELL’ENERGIA CINETICA)” [↑](#footnote-ref-1)