PROBLEMI DI IMPULSO 2D

Questi appunti vi descriveranno come risolvere i problemi di impulso 2D che vi ho presentato in classe. Questi problemi, sia che siano 1D, 2D o 3D, si basano tutti sulle due equazioni:

**(1)**

**= Δ (2)**

con  = ⋅Δt **l’impulso della forza** espresso nel tempo Δt e Δ=m⋅Δ la variazione di quantità di moto della massa **m** a cui la forza  è applicata. Abbiamo imparato due tecniche: la **soluzione matematica** e la **soluzione grafica**. Partirò da quest’ultima soluzione.

Soluzione grafica

L’idea è semplice: poiché sia la forza che l’impulso e la quantità di moto Δ sono vettori… li disegniamo come frecce!

Problema di esempio: La teoria della soluzione grafica è semplicissima e la si impara più vedendola in atto con esempi che descrivendola a parole. Supponiamo di avere una massa m=400g che si muove verso destra con i=2m/s: su di essa è applicata per 3s una forza 0=0,25N inclinata di 40° verso l’alto. Trova: la quantità di moto iniziale, il valore di , la quantità di moto finale. Calcola poi f.

Immagine che contiene oggetto

Descrizione generata con affidabilità molto elevataIl Sistema è descritto in Figura1. Andiamo per passi.

1. Calcolo i| = m⋅|i| = 0,4kg⋅2m/s = 0,8kg⋅m/s. Disegno il vettore i in scala sulla Figura1 (freccia verde).
2. Disegno la forza 0 inclinata di 40° verso l’alto (freccia arancio). Non ho bisogno di disegnarla in scala! Infatti, essa si misura in Newton=kg⋅m/s2 e non in kg⋅m/s e perciò non è confrontabile con la quantità di moto.
3. Calcolo || = |0|⋅Δt = 0,25N⋅3s = 0,75N⋅s = 0,75kg⋅m/s. Disegno il vettore parallelo e concorde a 0, questa volta in scala (freccia rossa).
4. So che f = i + Δ → f = i + ; perciò, per trovare f (freccia gialla) sommo vettorialmente a i: le frecce verde pallido e rosso pallido sono rispettivamente i vettori traslati di e i per applicare la tecnica punta-coda o del parallelogramma.
5. Per calcolare il modulo di f e l’angolo formato rispetto all’orizzontale… si deve usare righello e goniometro! Nel nostro caso risulta: |f| = 1,46 kg⋅m/s , ϑ=19,2°.
6. Calcolo f; |f|=(1,46kg⋅m/s)/(0,4kg) = 3,65m/s, anch’essa inclinata di 19,2° rispetto alla linea orizzontale.

Bene: adesso risolvi tu questi problemi graficamente. Fai il disegno su carta quadrettata (meglio se millimetrata) e poi fallo vedere al Prof.

Problema1: una pallina di massa m=50g si sposta verso l’alto con una velocità iniziale di 2m/s quando subisce per 0,5s una forza 0=0,2N diretta in alto e a destra ed inclinata rispetto alla velocità di 30° verso destra. Trova graficamente: la quantità di moto iniziale, il valore di , la quantità di moto finale. Calcola poi Vf.

Problema2: la stessa pallina di massa m=50g si sposta ancora verso l’alto con una velocità iniziale di 2m/s quando subisce per 0,5s una forza 0=0,2N che però stavolta è diretta in basso a sinistra inclinata rispetto alla velocità di 30° verso sinistra In pratica: adesso 0 è opposta a quella del Problema1). Trova graficamente: la quantità di moto iniziale, il valore di , la quantità di moto finale. Calcola poi Vf.

Problema3: una palla di massa 0,8kg si sposta orizzontalmente verso sinistra con una velocità di 6m/s quando riceve una forza 0 verticale di 3N applicata per 2s. Trova graficamente: la quantità di moto iniziale, il valore di , la quantità di moto finale. Calcola poi Vf.

Soluzione matematica

Le eq. (1) e (2) sono **vettoriali** e perciò non possono essere espresse semplicemente come uguaglianze fra due numeri ma bisogna considerare anche la loro direzione ed il loro verso. Il modo più semplice per risolvere un’equazione vettoriale è quello di **scomporla per componenti** e poi scrivere l’equazione per ogni componente. Nel nostro caso (2D) le eq. (1) e (2) diventano:

→

→

Immagine che contiene oggetto

Descrizione generata con affidabilità elevataA questo punto posso risolvere l’equazione per ogni singola componente come nel caso 1D. Anche in questo caso la teoria è semplicissima e si fa prima a comprenderla vedendo qualche esempio che a descriverla a parole: risolveremo il Problema di esempio precedente in modo matematico, supponendo che a solita massa m=400g si muova a 2m/s ma stavolta con un’inclinazione di 20° verso il basso (Figura2).

**Figura 1**

Problema di esempio: Voglio calcolare il vettore finale della quantità di moto,

1. Devo calcolare le componenti iniziali Pix e Piy del vettore i.

Per prima cosa calcolo i| = m⋅i| = 0,4kg⋅2m/s = 0,8kg⋅m/s. Poi calcolo le componenti:

Pix = Pi⋅cos(20°) = 0,752kg⋅m/s

Piy = P⋅sen(20°) = -0,274kg⋅m/s. Il segno “-“ in Piy deriva dal fatto che la componente Py punta verso il basso mentre il “+” della Y è verso l’alto.

1. Devo calcolare le componenti Ωx e Ωy del vettore .

Calcolo || = |0|⋅Δt = 0,25N⋅3s = 0,75N⋅s = 0,75kg⋅m/s. Poi calcolo le componenti:

Ωx = Ω⋅cos(40°) = 0,574kg⋅m/s

Ωy = Ω⋅sen(40°) = 0,482kg⋅m/s.

1. Calcolo le componenti finali del vettore usando le eq. (1a) e (1b):

Pfx = Pix + Ωx → Pfx = 0,752kg⋅m/s + 0,574kg⋅m/s = 1,326kg⋅m/s

Pfy = Piy + Ωy → Pfy = -0,274kg⋅m/s + 0,482kg⋅m/s = 0,208kg⋅m/s

Dalle componenti al vettore

Una volta che ho le componenti del vettore è bene trasformarle nelle tre grandezze che identificano geometricamente un vettore: **modulo**, **direzione** e **verso**.

* Il modulo di si ottiene con il Th. di Pitagora: | = = 1,342kg⋅m/s
* La direzione di si ottiene calcolando l’angolo ϑ attraverso la sua tangente:

tan(ϑ) = Pfy/Pfx = 0,157 → ϑ = tan-1(0,157) = 8,9°

* Il verso di si ottiene dal disegno.

Adesso risolvete voi in modo matematico i Problemi che vi propongo!

Problema1: un aereo decolla! muovendosi verso destra, con una velocità di 540km/h inclinata verso l’alto di un angolo ϑ=25° dal suolo. I suoi motori gli forniscono per 12s una spinta in avanti F0=80.000N che risulta inclinata di un angolo α=50° dal suolo. Se l’aereo possiede una massa di 5000kg, qual è la quantità di moto finale? Trova modulo, direzione e verso.

**[Pfx=1.296.807kg⋅m/s ; Pfy=1.052.366kg⋅m/s ; P=1.670.085kg⋅m/s ; ϑf=39,06]**

Problema2: Una sfera di 3kg di massa viene lanciata con una velocità di 8m/s in alto a destra, inclinata di 35° rispetto all’orizzontale. Su di essa agisce una forza F0 di 6N diretta a destra ed inclinata di 60° verso il basso che agisce per 7s. Trova la velocità finale in modulo, direzione e verso.

**[Vfx=13,55⋅m/s ; Vfy=-7,54m/s ; V=15,51m/s ; ϑf=-29,07°]**

Problema3: Come cambia la risposta al Problema2 se sulla solita sfera invece agisse per 7s la solita forza F0 che però stavolta è diretta a sinistra, inclinata di 30° verso l’alto?

**[Vfx=-5,57⋅m/s ; Vfy=11,59m/s ; V=12,86m/s ; ϑf=-64,32°]**

Problema4: Un uccellino di 100g schizza via alla velocità di 5m/s in orizzontale: il peso lo spinge in verticale verso il basso con una forza di 0,2N. Quanto tempo impiega l’uccellino ad avere una quantità di moto verticale in modulo uguale a quella orizzontale? **[Δt=2,5s]** Trova il valore del modulo e dell’angolo della quantità di moto in tale istante.

**[Pfx=5N⋅s ; Pfy=-5N⋅s ; ϑf=-45°]**

Problema5: un razzo viene lanciato orizzontalmente con quantità di moto iniziale Pix=2.000kg⋅m/s. La gravità lo spinge verso il basso con un impulso Ωy=400N⋅s. La traiettoria del razzo si inclina sempre più… finché ad un certo istante Δt0 essa forma un angolo di -20° con l’orizzontale (cioè: un angolo inclinato di 20° rispetto al suolo e puntante verso il basso). Qual è il valore Δt0? **[Δt0=1,82s]** Qual è il modulo della quantità di moto finale? **[Pf=2.128,36N⋅s]**