**LAVORO DI UNA FORZA NON COSTANTE NELLO SPAZIO**

Se una forza F0 è costante, sappiamo che il suo Lavoro (**L**) dopo uno spostamento (**ΔS**) è dato da:

**L = F//⋅ΔS (1)**

Cosa accade se invece la forza cambia via che l’oggetto si sposta? Non posso più usare l’eq. (1) perché F// non è costante su tutto il tratto ΔS. In questi appunti descriverò la tecnica per calcolare il Lavoro anche in casi di forza che cambia al cambiare della posizione.

Immagine che contiene testo

Descrizione generata con affidabilità elevata**Un semplice esempio**  
Supponiamo, tanto per fare un esempio, di spingere un allievo in avanti, qualche volta di più qualche volta di meno. In questo caso F è parallelo allo spostamento e perciò F// = F.

Partiamo con una spinta di 1,5N; aumentiamo la spinta e dopo che lo studente è giunto ad 1m (S=1m) la spinta è diventata 4N. Aumentiamo ancora la spinta fino a 5N quando S=2m e poi diminuiamola fino a raggiungere il valore di 3N quando S=3m;

spingiamo sempre di meno finché si arriva a 1N quando S=4m.

**Figura 1**

Mettiamo sul grafico questo andamento, con F0 sull’asse delle Y e S su quello delle X (figura 1). Ottengo una curva (linea nera).

Adesso andiamo a calcolare il Lavoro fatto da F0 durante questo spostamento. Dimostreremo subito che:

**il Lavoro di una forza è uguale all’area sottesa dal grafico della forza rispetto allo spostamento**

La Figura1 riporta sovraimpressa la struttura a “grattacieli” su cui si basa la dimostrazione che **L = area sottesa dal grafico S-F//** (grattacieli gialli: area ottenuta considerando i valori minori della forza ; grattacieli rossi: area ottenuta considerando i valori maggiori della forza) giusto per rinfrescarvi la memoria.

La cosa interessante è… che non ho bisogno di fare alcuna dimostrazione! Posso semplicemente affermare che, **poiché abbiamo già dimostrato che lo spostamento ΔS = area sottesa dal grafico t-V** (dimostrazione del III anno), **sicuramente vale anche che Lavoro = area sottesa dal grafico S-F//.**

Infatti, posso ripetere esattamente gli stessi passaggi matematici che abbiamo fatto quando abbiamo dimostrato il teorema dello spostamento per un moto uniformemente accelerato. Riporto qui ciò che intendo dire:

Abbiamo già dimostrato che **ΔS = area sottesa dal grafico t-V**; per dimostrare che il **Lavoro = area sottesa dal grafico S-F//** è sufficiente fare una semplice considerazione.

Pongo **t≡X** , **V≡Y** nel **grafico t-V**; so anche che per lo spostamento vale l’equazione: **ΔS=V⋅Δt** che ora diventa **ΔS=Y⋅ΔX**. Indico il prodotto Y⋅ΔX con il simbolo Z, cosicché posso dire che **ΔS≡Z**. Posso perciò dichiarare che il teorema: “**ΔS coincide con l’area sottesa dal grafico t-V**” si trasforma nel teorema“**la grandezza Z=Y⋅ΔX coincide con l’area sottesa dal grafico X-Y**”.

A questo punto, per quanto riguarda il **grafico S-F//**, posso fare le stesse trasformazioni: **S≡X** , **F//≡Y** cosicché posso scrivere: **Lavoro=F//⋅ΔS** → **Lavoro=Y⋅ΔX** e di conseguenza **Lavoro ≡ Z**.

Immagine che contiene indossando, acqua

Descrizione generata con affidabilità elevataMa abbiamo già dimostrato sopra che la grandezza **Z=Y⋅ΔX** coincide con l’area che è sottesa dal grafico X-Y! E perciò, nel nostro caso (cioè **S≡X** , **F//≡Y** , **Lavoro≡Z**) risulta che il Lavoro coincide con l’area sottesa dal grafico S-F//. ***C.V.D.***

Questa non è scienza: questa è MAGIA! Con un semplice cambio di lettere siamo riusciti a dimostrare un teorema Fisico della massima importanza! Non abbiamo fatto nessuna considerazione Fisica né ci siamo basati su un qualche esperimento: l’unica cosa che abbiamo fatto è stato prendere un teorema che non ha alcuna attinenza con il Lavoro -quello che dimostra che l’area sottesa dal grafico t-V coincide con lo spazio percorso- e lo abbiamo immediatamente adattato a concetti Fisici del tutto differenti… modificando qualche lettera qua e là!! Eppure il risultato è fisicamente corretto… Come è possibile?

La risposta è semplice: la MAGIA esiste! E non è quella delle streghe ma quella dei matematici e della Matematica stessa! Infatti, la Matematica ha in sé una proprietà fondamentale che le permette di applicare le **medesime** regole a tutte le Scienze: **la matematica si interessa solo di oggetti astratti e non di oggetti concreti.**

Per un teorema matematico non fa alcuna differenza se **t≡X** , **V≡Y** o se **S≡X** , **F//≡Y**: per la matematica le X rimangono X e le Y rimangono Y qualunque cosa esse rappresentino concretamente. E se scrivo **Z=Y⋅ΔX**, per la matematica non fa alcuna differenza se Z rappresenta uno spostamento o un Lavoro: Z rimane sempre Z, cioè è sempre la variabile che ottengo moltiplicando le variabili Y⋅ΔX.

Ma allora se dimostro che il valore di Z=Y⋅ΔX è uguale all’area sottesa dal grafico X-Y, *qualunque* grandezza fisica che sia scrivibile come Z=Y⋅ΔX sarà sempre uguale all’area sottesa dal grafico X-Y!

Detto in linguaggio formale:

**due grandezze fisiche differenti fra loro ma che obbediscono alla stessa legge formale matematica hanno identiche proprietà matematiche**

Nel nostro caso, la legge **formale** è: **Z=Y⋅ΔX** ; qualunque grandezza fisica che sia esprimibile come il prodotto di una grandezza Y moltiplicata una grandezza ΔX sarà sempre uguale all’area sottesa dal grafico X-Y, qualunque grandezza sia rappresentata da X e Y.

Un esempio di calcolo di Lavoro di forza non costante è negli appunti “LAVORO DI UNA MOLLA”.