**LAVORO DI UNA FORZA NON COSTANTE NELLO SPAZIO**

Se una forza F0 è costante, sappiamo che il suo Lavoro (**L**) dopo uno spostamento (**ΔS**) è dato da:

**L = F//⋅ΔS (1)**

Cosa accade se invece la forza cambia via che l’oggetto si sposta? Non posso più usare l’eq. (1) perché F// non è costante su tutto il tratto ΔS. In questi appunti descriverò la tecnica per calcolare il Lavoro anche in casi di forza che cambia al cambiare della posizione.

**Un semplice esempio**
Supponiamo, tanto per fare un esempio, di spingere un allievo in avanti, qualche volta di più qualche volta di meno. In questo caso F è parallelo allo spostamento e perciò F// = F.

Partiamo con una spinta di 1,5N; aumentiamo la spinta e dopo che lo studente è giunto ad 1m (S=1m) la spinta è diventata 4N. Aumentiamo ancora la spinta fino a 5N quando S=2m e poi diminuiamola fino a raggiungere il valore di 3N quando S=3m;

spingiamo sempre di meno finché si arriva a 1N quando S=4m.

**Figura 1**

Mettiamo sul grafico questo andamento, con F0 sull’asse delle Y e S su quello delle X (figura 1). Ottengo una curva (linea nera).

Adesso andiamo a calcolare il Lavoro fatto da F0 durante questo spostamento. Dimostreremo subito che:

**il Lavoro di una forza è uguale all’area sottesa dal grafico della forza rispetto allo spostamento**

La Figura1 riporta sovraimpressa la struttura a “grattacieli” su cui si basa la dimostrazione che **L = area sottesa dal grafico S-F//** (grattacieli gialli: area ottenuta considerando i valori minori della forza ; grattacieli rossi: area ottenuta considerando i valori maggiori della forza) giusto per rinfrescarvi la memoria.

La cosa interessante è… che non ho bisogno di fare alcuna dimostrazione! Posso semplicemente affermare che, **poiché abbiamo già dimostrato che lo spostamento ΔS = area sottesa dal grafico t-V** (dimostrazione del III anno), **sicuramente vale anche che Lavoro = area sottesa dal grafico S-F//.**

Infatti, posso ripetere esattamente gli stessi passaggi matematici che abbiamo fatto quando abbiamo dimostrato il teorema dello spostamento per un moto uniformemente accelerato. Riporto qui ciò che intendo dire:

Abbiamo già dimostrato che **ΔS = area sottesa dal grafico t-V**; per dimostrare che il **Lavoro = area sottesa dal grafico S-F//** è sufficiente fare una semplice considerazione.

Pongo **t≡X** , **V≡Y** nel **grafico t-V**; so anche che per lo spostamento vale l’equazione: **ΔS=V⋅Δt** che ora diventa **ΔS=Y⋅ΔX**. Indico il prodotto Y⋅ΔX con il simbolo Z, cosicché posso dire che **ΔS≡Z**. Posso perciò dichiarare che il teorema: “**ΔS coincide con l’area sottesa dal grafico t-V**” si trasforma nel teorema“**la grandezza Z=Y⋅ΔX coincide con l’area sottesa dal grafico X-Y**”.

A questo punto, per quanto riguarda il **grafico S-F//**, posso fare le stesse trasformazioni: **S≡X** , **F//≡Y** cosicché posso scrivere: **Lavoro=F//⋅ΔS** → **Lavoro=Y⋅ΔX** e di conseguenza **Lavoro ≡ Z**.

Ma abbiamo già dimostrato sopra che la grandezza **Z=Y⋅ΔX** coincide con l’area che è sottesa dal grafico X-Y! E perciò, nel nostro caso (cioè **S≡X** , **F//≡Y** , **Lavoro≡Z**) risulta che il Lavoro coincide con l’area sottesa dal grafico S-F//. ***C.V.D.***

Questa non è scienza: questa è MAGIA! Con un semplice cambio di lettere siamo riusciti a dimostrare un teorema Fisico della massima importanza! Non abbiamo fatto nessuna considerazione Fisica né ci siamo basati su un qualche esperimento: l’unica cosa che abbiamo fatto è stato prendere un teorema che non ha alcuna attinenza con il Lavoro -quello che dimostra che l’area sottesa dal grafico t-V coincide con lo spazio percorso- e lo abbiamo immediatamente adattato a concetti Fisici del tutto differenti… modificando qualche lettera qua e là!! Eppure il risultato è fisicamente corretto… Come è possibile?

La risposta è semplice: la MAGIA esiste! E non è quella delle streghe ma quella dei matematici e della Matematica stessa! Infatti, la Matematica ha in sé una proprietà fondamentale che le permette di applicare le **medesime** regole a tutte le Scienze: **la matematica si interessa solo di oggetti astratti e non di oggetti concreti.**

Per un teorema matematico non fa alcuna differenza se **t≡X** , **V≡Y** o se **S≡X** , **F//≡Y**: per la matematica le X rimangono X e le Y rimangono Y qualunque cosa esse rappresentino concretamente. E se scrivo **Z=Y⋅ΔX**, per la matematica non fa alcuna differenza se Z rappresenta uno spostamento o un Lavoro: Z rimane sempre Z, cioè è sempre la variabile che ottengo moltiplicando le variabili Y⋅ΔX.

Ma allora se dimostro che il valore di Z=Y⋅ΔX è uguale all’area sottesa dal grafico X-Y, *qualunque* grandezza fisica che sia scrivibile come Z=Y⋅ΔX sarà sempre uguale all’area sottesa dal grafico X-Y!

Detto in linguaggio formale:

**due grandezze fisiche differenti fra loro ma che obbediscono alla stessa legge formale matematica hanno identiche proprietà matematiche**

Nel nostro caso, la legge **formale** è: **Z=Y⋅ΔX** ; qualunque grandezza fisica che sia esprimibile come il prodotto di una grandezza Y moltiplicata una grandezza ΔX sarà sempre uguale all’area sottesa dal grafico X-Y, qualunque grandezza sia rappresentata da X e Y.

Un esempio di calcolo di Lavoro di forza non costante è negli appunti “LAVORO DI UNA MOLLA”.