**CORPI LEGATI DA UNA CORDA**



In altri appunti[[1]](#footnote-1) abbiamo visto come risolvere il problema di studiare il moto di 2+ corpi che si muovono spingendosi o tirandosi l’uno con l’altro. Adesso vediamo cosa accade nel caso particolare in cui questi siano **legati da una corda**. Poiché, come vedremo, la corda funge da corpo ulteriore (cioè: non c’è alcuna differenza sostanziale se dico: “ho due corpi legati da una corda!” o se invece dico: “ho 3 corpi, di cui uno è una corda”), non c’è diversità fra trattare il caso generale di due corpi legati da una corda e quello di tre corpi, che abbiamo già studiato1. Però nel caso in cui la corda abbia una massa molto minore di quella dei corpi che essa collega, il Sistema acquista delle importanti proprietà: è quello che studieremo attraverso questi appunti.

**DUE CORPI LEGATI INSIEME**

Iniziamo dal caso generale: un corpo **A** che è legato da una **corda** ad un secondo corpo **B**. In pratica, ho tre corpi di cui uno, quello del mezzo, è la corda. Supponiamo che A venga spinto da una forza **F0** (vedi figura 1). Vogliamo determinare in che modo si muove il Sistema A+B. Come sempre, suddivideremo il Sistema A+B nelle tre singole parti separate: A, corda, B. Su ogni singola parte disegneremo le forze agenti e poi applicheremo F=m⋅a.

**Forze applicate**

Per prima cosa, disegniamo tutte le forze in gioco. F0 spinge la massa A che tira a sé la corda che a sua volta tira la massa B. Perciò disegno la forza **F0** applicata su A e poi la forza con cui A tira la corda e la rispettiva reazione con cui la corda tira A (**f**): poi disegno la coppia di forze azione-reazione fra la corda e B (**g**).

Figura 1

Applichiamo adesso **F=m⋅a** a tutti e tre i corpi:

**Forze applicate su A: F0 – f**

**Forze applicate sulla corda: f - g**

**Forze applicate su B: g**

Scriviamo perciò il sistema[[2]](#footnote-2) usando F=m⋅a:

**(1)**

Poiché i corpi sono collegati dalla corda, essi hanno le stesse accelerazioni e perciò vale l’**eq. vincolare**:

**aA = aB = acorda = a (2) equazione vincolare**

e di conseguenza scrivo l’**eq. del moto** come:

**(3) equazione del moto**

Ho un sistema con 3 equazioni e 3 incognite (f, g, a) e lo posso risolvere come già sappiamo, senza alcun problema aggiuntivo. “Prof, ma allora qual è la differenza fra ciò che abbiamo già fatto con i corpi collegati? Corda o non corda, è la stessa cosa!” “Mimmo, segui invece di trastullarti con l’i-phone: ho già detto che, corda o non corda, nel caso generale non cambia nulla: la corda funge da terza massa e non porta alcuna differenza. **Le cose cambiano quando la massa della corda è così piccola da essere trascurabile rispetto a quelle degli altri oggetti**. Segui e vedrai cosa accade”.

**CORDA SENZA MASSA – esempio**

Per capire cosa accade quando la massa della corda è piccola, risolviamo un semplice problema. Poniamo di spingere con una forza di 5N (F0 = 5N) un carrello di 3kg (mA=3kg) legato con una corda di 20g ad un secondo carrello di 2kg (mcorda=20g, mB=2kg). L’eq. (3) diventa:

**(4)**

La **soluzione esatta** del sistema è: **a=0,996 m/s2** ; **f=2,012 N** ; **g=1,992 N**.

Cosa noti? Confronta le due forze vincolari f e g… **esse sono quasi identiche**! Infatti, differiscono l’una dall’altra solo di 0,018N, cioè circa dello 0,9% rispetto al loro valore! Come mai f e g sono praticamente identiche? E’ un caso? No! Il mistero è risolto se noi guardiamo la seconda equazione del sistema:

Poiché mcorda è molto piccola rispetto a mA e mB, il membro destro dell’equazione – cioè mcorda⋅a - è praticamente nullo poiché mcorda ≈ 0. Perciò:

**f - g ≈ 0⋅a → f - g ≈ 0 → f ≈ g**

La quasi-uguaglianza fra f e g avviene perché abbiamo supposto che mcorda sia piccolissima. Adesso vediamo come si semplifica il sistema (3) se facciamo l’approssimazione che **mcorda sia esattamente zero**.

**CORDA SENZA MASSA – approssimazione del sistema**

Nel caso in cui **la massa della corda sia trascurabile** (caso “massless rope”) **possiamo semplificare il sistema ponendo direttamente mcorda=0** ed ottenere il sistema approssimato:

**(5a) eq. del moto, mcorda trascurabile (mcorda = 0)**

La seconda equazione, cioè **f - g = 0**, ci dice subito che **se mcorda=0 ogni differenza fra f e g sparisce** e perciò **f = g.** Cosicché quello che si fa è di porre: **f = g = T**; il sistema diminuisce sia di un’incognita (T al posto di f,g) sia di un’equazione. Otteniamo perciò il **sistema approssimato**:

**(5b) eq. del moto, mcorda trascurabile (mcorda = 0)**

La forza **T** si chiama **tensione della corda**: è la forza che stira la corda quando noi la allunghiamo.

Se risolviamo il sistema di prima con l’approssimazione mcorda=0 otteniamo le soluzioni:

**a=1m/s2 ; f = g = T = 2N**

Le **soluzioni approssimate** così ottenute sono precise entro lo 0,6% !!!

1. Negli appunti “CORPI A CONTATTO” [↑](#footnote-ref-1)
2. In questi appunti, e in altri che seguiranno, la parola “sistema” avrà due significati del tutto diversi: uno per indicare un sistema matematico, cioè un insieme di equazioni che condividono le stesse soluzioni (“sistema” con la “s” minuscola), l’altro per indicare l’insieme degli oggetti fisici che sono studiati (“Sistema” con la S maiuscola). [↑](#footnote-ref-2)