Domande

1. Quando viene tagliata la corda, le lame hanno lo stesso valore di velocità, ma ruotano in verso opposto: è, quindi, corretto dire che le lame hanno velocità angolari uguali, ma opposte.

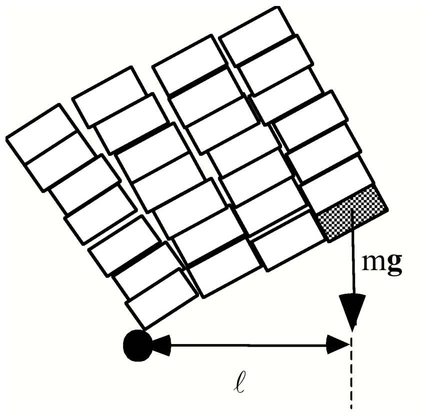
2. Prima che la batteria venga rimossa la lancetta dei secondi ruota in senso orario con velocità angolare costante: quindi, l'accelerazione angolare è nulla. Quando la batteria viene rimossa, la lancetta dei secondi continua a ruotare ancora in verso orario, ma rallentando: l'accelerazione angolare allora è opposta alla velocità, cioè ha verso antiorario.

3. Ogni punto di un oggetto in rotazione possiede un'accelerazione centripeta rivolta radialmente. Questo è valido anche per il battistrada del pneumatico di un'auto indipendentemente dal fatto che si stia muovendo a velocità costante o che stia accelerando.

4. Per svitare un tappo, bisogna applicargli una forza tangenziale e ruotarlo intorno a un asse perpendicolare all'estremo superiore passante per il suo centro. Questa forza genera un momento torcente: maggiore è il momento e più diventa facile svitare il tappo. Il momento di una forza dipende, oltre che dalla forza applicata, anche dal suo braccio, cioè dalla distanza dall'asse di rotazione. Nel caso dei due tubetti, il braccio del tubetto di sinistra è maggiore di quello di destra e, quindi, il momento corrispondente è, a parità di forza, maggiore: è così più facile svitare il tappo di sinistra.

5. Quando la ragazza lascia la corda, il suo momento angolare è uguale a zero. Per lei è possibile raggomitolarsi, ma, dato che il suo momento angolare è nullo, non può cambiare la sua velocità angolare esercitando un momento interno. Per cominciare a ruotare, invece, dovrebbe essere applicato un momento esterno: la ragazza non può, quindi, raggomitolarsi e iniziare a ruotare.

6.
Lo scatolone che esercita il momento maggiore è quello ombreggiato nel disegno a destra. Infatti il peso di ogni scatolone è lo stesso (*mg*), mentre il braccio maggiore, rispetto all'asse di rotazione, è proprio quello dello scatolone ultimo, in basso a destra e il momento, a parità di forza, è direttamente proporzionale al braccio.



Test

1. A
2. C
3. D
4. B
5. A
6. A
7. C
8. B

9. A
10. C
11. B
12. B
13. C
14. B
15. C

Problemi

1.
In un giro la pulsar descrive un angolo pari a 2π radianti: la su velocità angolare media è, allora

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi \text{ rad}}{0{,}033 \text{ s}} = 1{,}9 \cdot 10^2 \text{ rad/s}$$

2.
$$\omega = \omega_0 + \alpha t = 0 \text{ rad/s} + (328 \text{ rad/s}^2)(1{,}50 \text{ s}) = 492 \text{ rad/s}$$

3.
$$t = \frac{\omega - \omega_0}{\bar{\alpha}} = \frac{0{,}24 \text{ rad/s} - 0 \text{ rad/s}}{0{,}030 \text{ rad/s}^2} = 8{,}0 \text{ s}$$

4.
$$\bar{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \left(\frac{210 \text{ rev/min} - 480 \text{ rev/min}}{74 \text{ min}}\right)\left(\frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}}\right)\left(\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}\right)^2 = -6.4 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s}^2$$

The magnitude of the average angular acceleration is $6.4 \cdot 10^{-3}$ rad/s^2

5.
Nello stesso intervallo di tempo, i due astronauti descrivono lo stesso angolo.

$$\theta = s_A / r_A$$

e, contemporaneamente $\theta = s_B / r_B$

Uguagliando le due equazioni e risolvendo in funzione di s_B, otteniamo

$s_B = (r_B/r_A)s_A = [(1{,}10 \cdot 10^3 \text{ m}) / (3{,}20 \cdot 10^2 \text{ m})](2{,}40 \cdot 10^2 \text{ m}) = 825 \text{ m}$

6.
$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{(1420\text{-}420) \text{ rad/s}}{5{,}00 \text{ s}} = 200 \text{ rad/s}^2$$

7.
La velocità angolare è il rapporto tra la velocità tangenziale e il raggio e, in questo caso, la velocità tangenziale è il rapporto tra la lunghezza della lenza riavvolta e il tempo impiegato a riavvolgerla. Quindi:

$$\omega = \frac{v_T}{r} = \frac{\frac{x}{t}}{r} = \frac{\frac{2{,}6\ \text{m}}{9{,}5\ \text{s}}}{3{,}0 \cdot 10^{-2}\ \text{m}} = 9{,}1\ \text{rad/s}$$

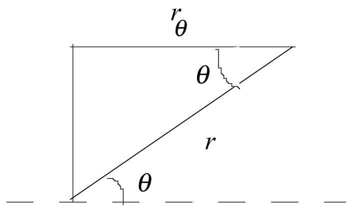
8.
Un punto dell'equatore compie un giro completo (2π rad) ogni 23,9 ore ($8{,}60 \cdot 10^4$ s). La sua velocità angolare è allora, ω = (2π rad) / ($8{,}60 \cdot 10^4$ s) = $7{,}31 \cdot 10^{-5}$ rad/s e la sua velocità tangenziale è

$$v_T = r\omega = \left(6{,}38 \cdot 10^6\,\text{m}\right)\left(7{,}31 \cdot 10^{-5}\ \text{rad/s}\right) = 4{,}66 \cdot 10^2\,\text{m/s}$$

Rappresentando la geometria relativa, possiamo vedere che, partendo da

$$\frac{v_T}{3} = r_\theta \omega$$

possiamo ricavare



$$r_\theta = \frac{v_T}{3\omega} = \frac{4{,}66 \cdot 10^2\,\text{m/s}}{3\left(7{,}31 \cdot 10^{-5}\ \text{rad/s}\right)} = 2{,}12 \cdot 10^6\,\text{m d}$$

a cui

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{2{,}12 \cdot 10^6\ \text{m}}{6{,}38 \cdot 10^6\ \text{m}}\right) = 70{,}6°$$

9.

$$\omega = \frac{v_T}{r} = \frac{1{,}20\ \text{m/s}}{\frac{1}{2}(0{,}400\ \text{m})} = 6{,}00\ \text{rad/s}$$

$$v_T = r\omega = \left(5{,}00 \cdot 10^{-2}\ \text{m}\right)\left(6{,}00\ \text{rad/s}\right) = 0{,}300\ \text{m/s}$$

Se assumiamo che la corda non scivoli, ogni suo punto si muoverà con la stessa velocità tangenziale di ogni punto della manovella: di conseguenza anche il secchio scenderà con la velocità di 0,300 m/s.

10.

$$\omega = \bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi\ \text{rad}}{3{,}16 \cdot 10^7\ \text{s}} = 1{,}99 \cdot 10^{-7}\ \text{rad/s}$$

$$v_T = r\,\omega = \left(1{,}50 \cdot 10^{11}\ \text{m}\right)\left(1{,}99 \cdot 10^{-7}\ \text{rad/s}\right) = 2{,}98 \cdot 10^4\ \text{m/s}$$

$$a_c = r\omega^2 = \left(1{,}50 \cdot 10^{11}\ \text{m}\right)\left(1{,}99 \cdot 10^{-7}\ \text{rad/s}\right)^2 = 5{,}94 \cdot 10^{-3}\ \text{m/s}^2$$

11.

$$x = v\,t = r\,\omega t = \left(0{,}45\ \text{m}\right)\left(9{,}1\ \text{rad/s}\right)\left(35\ \text{min}\right)\left(\frac{60\ \text{s}}{1\ \text{min}}\right) = 8{,}6 \cdot 10^3\ \text{m}$$

12.

$$\theta = \omega t = \left(\frac{v}{r}\right)t = \left(\frac{v}{r}\right)\left(\frac{x}{v}\right) = \frac{x}{r} = \frac{96\,000 \cdot 10^3 \text{ m}}{0{,}31 \text{ m}} = 3{,}1 \cdot 10^8 \text{ rad}$$

$$\theta = \left(3{,}1 \cdot 10^8 \text{ rad}\right)\left(\frac{1 \text{ giro}}{2\pi \text{ rad}}\right) = 4{,}9 \cdot 10^7 \text{ giri}$$

13.
La palla ha una velocità angolare:

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{3{,}60 \text{ m/s}}{0{,}200 \text{ m}} = 18{,}0 \text{ rad/s}$$

Per coprire la distanza indicata, partendo da ferma, impiegherà un tempo:

$$t = \sqrt{\frac{2y}{a_y}} = \sqrt{\frac{2(-2{,}10 \text{ m})}{(-9{,}80 \text{ m/s}^2)}} = 0{,}655 \text{ s}$$

Quindi:
$\theta = \omega t = (18{,}0 \text{ rad/s})(0{,}655 \text{ s}) = 11{,}8 \text{ rad}$

14.
Il modulo del momento di una forza é
$M = Fb$

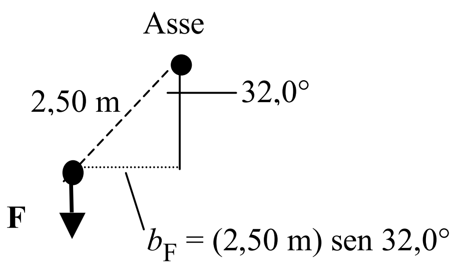
dove F è l'intensità della forza applicata e b il suo braccio. Da cui:

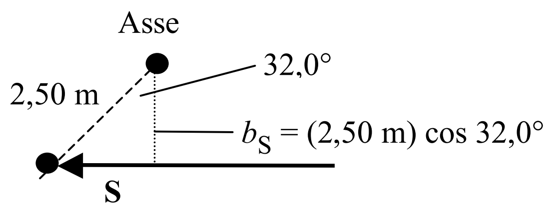
$$F = \frac{\text{Modulo del momento}}{b} = \frac{45 \text{ Nm}}{(0{,}28 \text{ m}) \text{ sen } 50{,}0°} = 2{,}1 \cdot 10^2 \text{ N}$$

15.

$$M = Fb = F_1 \frac{l}{2} + F_2 \frac{l}{2} = \left(185 \text{ N}\right)\left(4{,}60 \text{ m}\right) + \left(185 \text{ N}\right)\left(4{,}60 \text{ m}\right) = 1{,}70 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}$$

16.
La figura che segue rende chiaro il calcolo del braccio di ogni forza.





E conseguentemente possiamo ricavare:

$$M_F = Fb_F = \left(10\,200 \text{ N}\right)\left(2{,}5 \text{ m}\right)\text{sen } 32° = 13\,500 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_S = Sb_S = (62\ 300\ \text{N})(2{,}5\ \text{m})\cos 32° = 132\ 000\ \text{N} \cdot \text{m}$$

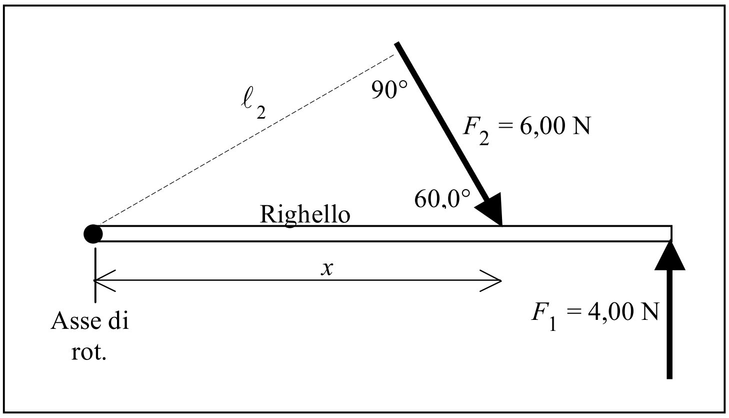
17.
Se l'asse passa per A
$$\tau = \tau_A + \tau_C = 0 + FL = FL$$

Se l'asse passa per B
$$\tau = \tau_A + \tau_C = F\left(\frac{L}{2}\right) + F\left(\frac{L}{2}\right) = FL$$

Se l'asse passa per C
$$\tau = \tau_A + \tau_C = FL + 0 = FL$$

Il momento torcente *non* dipende dalla scelta dell'asse.

18.



[In questo caso usiamo ℓ al posto di b]
$\tau_1 = +F_1\ell_1$, dove $\ell_1 = 1{,}00$ m , è un momento positivo (determina una rotazione in verso antiorario)
$\tau_2 = -F_2\ell_2$, dove $\ell_2 = x \sin 60{,}0°$, è un momento negativo (determina una rotazione in senso orario).

$$\underbrace{+F_1\ell_1 + (-F_2\ell_2)}_{\Sigma\tau} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad +F_1\underbrace{(1{,}00\ \text{m})}_{\ell_1} - F_2\underbrace{(x\ \text{sen}\ 60{,}0°)}_{\ell_2} = 0$$

Da cui

$$x = \frac{F_1(1{,}00\ \text{m})}{F_2\ \text{sen}\ 60{,}0°} = \frac{(4{,}00\ \text{N})(1{,}00\ \text{m})}{(6{,}00\ \text{N})\ \text{sen}\ 60{,}0°} = 0{,}770\ \text{m}$$

19.
Taking upward to be the positive direction, we have
$$F_{\text{FEET}} + F_{\text{HANDS}} - W = 0$$

Remembering that counterclockwise torques are positive and using the axis and the lever arms shown in the drawing, we find

$$W\ell_{\text{W}} - F_{\text{HANDS}}\ell_{\text{HANDS}} = 0$$

$$F_{\text{HANDS}} = \frac{W\ell_{\text{W}}}{\ell_{\text{HANDS}}} = \frac{(584\text{ N})(0.840\text{ m})}{1.250\text{ m}} = 392\text{ N}$$

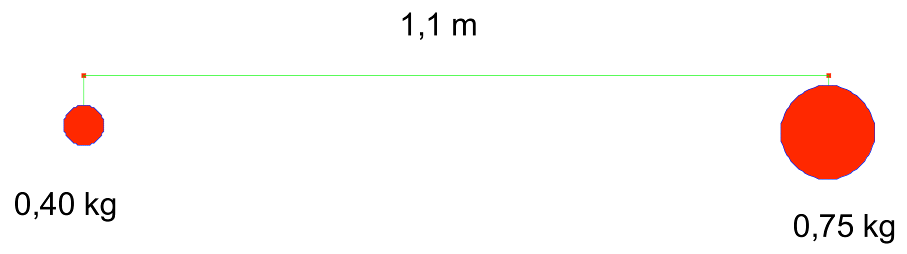
Substituting this value into the balance-of-forces equation, we find

$$F_{\text{FEET}} = W - F_{\text{HANDS}} = 584\text{ N} - 392\text{ N} = 192\text{ N}$$

The force on each hand is half the value calculated above, or 196 N. Likewise, the force on each foot is half the value calculated above, or 96 N.

20.
Il momento totale deve essere nullo, quindi
$\vec{\mathbf{F}}_1 \times \vec{\mathbf{d}}_1 = \vec{\mathbf{F}}_2 \times \vec{\mathbf{d}}_2$.
Allora $m_1 g d_1 = m_2 g d_2 = m_2 g x$, ovvero $m_1 g(d - x) = m_2 g x$,

$$x = \frac{m_1 g d}{m_2 g + m_1 g} = \frac{m_1 d}{m_2 + m_1} = \frac{(0{,}75\text{ kg})\,(1{,}1\text{ m})}{(0{,}40 + 0{,}75)\text{ kg}} = 0{,}72\text{ m}$$



21.
L'avambraccio è in equilibrio, quindi:
$\Sigma\tau = Mb_{\text{M}} - Fb_{\text{F}} = 0$
Da cui

$$M = \frac{Fb_{\text{F}}}{b_{\text{M}}} = \frac{(190\text{ N})(0{,}34\text{ m})}{0{,}054\text{ m}} = 1200\text{ N}$$

verso sinistra.

22.
Se indichiamo con F_{f} l'intensità della forza normale che la pista esercita sulla ruota anteriore, sapendo che il momento totale che agisce sull'aereo è nullo, possiamo impostare la relazione:

$$\Sigma\tau = -P\, b_{\text{P}} + F_{\text{f}}\, b_{\text{f}} = 0$$

dove P è il peso dell'aereo e , b_{P} e b_{f} sono i bracci delle forze P e F_{f}, rispettivamente. Quindi,

$\Sigma\tau = -(1{,}00 \cdot 10^6 \text{ N})(15{,}0 \text{ m} - 12{,}6 \text{ m}) + F_\text{f}\,(15{,}0 \text{ m}) = 0$

Quindi
$F_\text{f} = 1{,}60 \cdot 10^5 \text{ N}$
Imponiamo ora che la risultante delle forze verticali sia nulla (ricordando che ci sono 2 ruote posteriori)
$\Sigma F_y = F_\text{f} + 2F_\text{p} - W = 0$

Per sostituzione otteniamo
$\Sigma F_y = 1{,}60 \cdot 10^5 \text{ N} + 2F_\text{p} - 1{,}00 \cdot 10^6 \text{ N} = 0$
$F_\text{p} = 4{,}20 \cdot 10^5 \text{ N}$

23.
Il momento totale rispetto all'articolazione del gomito è:
$\Sigma\tau = M\,(0{,}0510 \text{ m}) - (22{,}0 \text{ N})\,(0{,}140 \text{ m}) - (178 \text{ N})\,(0{,}330 \text{ m}) = 0$
e, risolvendo in funzione di M,
$M = 1{,}21 \cdot 10^3 \text{ N}$

Il momento totale rispetto al baricentro è:
$\Sigma\tau = -(1210 \text{ N})\,(0{,}0890 \text{ m}) + F\,(0{,}140 \text{ m}) - (178 \text{ N})\,(0{,}190 \text{ m}) = 0$
e, risolvendo in funzione di *F,*
$F = 1{,}01 \cdot 10^3$ N rivolta verso il basso.

24.
Il momento totale rispetto ad un asse passante per il punto di contatto tra il pavimento e le scarpe della ragazza è:
$\Sigma\tau = -(5{,}00 \cdot 10^2 \text{ N})(1{,}10 \text{ m}) \text{ sen } 30{,}0° + F_\text{N}\,(\cos 30{,}0°)\,(1{,}50 \text{ m}) = 0$, da cui
$F_\text{N} = 212 \text{ N}$

Per la seconda legge di Newton avremo, in direzione orizzontale, $F_\text{O} - F_\text{N} = 0$ e di conseguenza
$F_\text{O} = 212 \text{ N}$
In direzione verticale, invece,
$F_\text{V} - P = 0$, da cui $F_\text{V} = 5{,}00 \cdot 10^2 \text{ N}$

25.
$\Sigma\tau = -(120 \text{ N})\,L \cos 60{,}0° - FL \cos 30{,}0° + T\,(2L) \cos 60{,}0° = 0$

dove F è la componente orizzontale della forza esercitata dall'asta e T è la tensione sulla "gamba" di destra. Per ragioni di simmetria anche la tensione a sinistra vale *T.* Per la seconda legge di Newton, avremo in verticale:

$2T - 2P = 0 \quad \rightarrow \quad T = 120 \text{ N}$
Sostituendo nell'equazione precedente questo valore, otteniamo
$$F = \frac{T(2L)\left(\cos 60{,}0°\right) - \left(120N\right)L\left(\cos 60{,}0°\right)}{L\left(\cos 30{,}0°\right)} = \frac{\left(240 \text{ N}\right)0{,}5 - \left(120 \text{ N}\right)0{,}5}{0{,}866} = 69 \text{ N}$$

26.

$$\Sigma\tau = I\alpha, \rightarrow \quad I = \frac{\Sigma\tau}{\alpha} = \frac{10{,}0\ \text{N}\cdot\text{m}}{8{,}00\ \text{rad/s}^2} = 1{,}25\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$$

27.
Il momento torcente totale rispetto all'asse è:
$\Sigma\tau = F_1R - F_2R$ = (0,314 m) (90,0 N – 125 N) = – 11 N
$\alpha = \Sigma\tau/I$ dove I = (1/2) MR^2 = (1/2) (24,3 kg) (0,314 m)^2 = 1,20 kg · m^2

quindi, α = (–11 N · m) / (1,20 kg · m^2) = – 9,2rad/s^2

28.

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{3{,}7\ \text{rad/s} - 13{,}1\ \text{rad/s}}{3{,}0\ \text{s}} = -3{,}1\ \text{rad/s}^2$$

$$\Sigma\tau = I\alpha = (mr^2)\alpha \quad = \quad -2f_\text{d}b \qquad (\text{dove } f_\text{d} = \mu_\text{d}F_\text{N})$$

Quindi $mr^2\alpha = -2\,\mu_\text{d}F_\text{N}b \rightarrow F_\text{N} = \dfrac{-mr^2\alpha}{2\mu_\text{k}b} = \dfrac{-(1{,}3\ \text{kg})(0{,}33\ \text{m})^2(-3{,}1\ \text{rad/s}^2)}{2(0{,}85)(0{,}33\ \text{m})} = 0{,}78\ \text{N}$

29.

$$I = \tfrac{1}{3}ML^2 + \tfrac{1}{3}ML^2 = \tfrac{2}{3}ML^2 = \tfrac{2}{3}\left(240\ \text{kg}\right)\left(6{,}7\ \text{m}\right)^2 = 7200\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$$

$$K_\text{R} = \tfrac{1}{2}I\omega^2 = \tfrac{1}{2}\left(7200\ \text{kg}\cdot\text{m}^2\right)\left(44\ \text{rad/s}\right)^2 = 7{,}0\cdot 10^6\ \text{J}$$

30.
L'energia cinetica totale è la somma dell'energia cinetica di traslazione e di quella di rotazione, quindi la frazione richiesta è:

$$\frac{K_\text{R}}{K_\text{R}+K_\text{T}} = \frac{\frac{1}{2}I\omega^2}{\frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2} = \frac{\frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}mR^2\right)\omega^2}{\frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}mR^2\right)\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2} = \frac{\frac{2}{5}R^2\omega^2}{\frac{2}{5}R^2\omega^2 + v^2}$$

ma $v = R\omega$, da cui

$$\frac{K_\text{R}}{K_\text{R}+K_\text{T}} = \frac{\frac{2}{5}R^2\omega^2}{\frac{2}{5}R^2\omega^2 + v^2} = \frac{\frac{2}{5}R^2\omega^2}{\frac{2}{5}R^2\omega^2 + \left(R\omega\right)^2} = \frac{2}{7}$$

31.
La conservazione dell'energia , per il cubo, fornisce $v_c = \sqrt{2gh}$
Per la sfera avremo, invece,

$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = mgh$, dove $\omega = v/R$ e $I = (2/5)\ mR^2 \rightarrow v_s = \sqrt{\frac{10gh}{7}}$

Quindi

$$\frac{v_c}{v_s} = \sqrt{\frac{7}{5}} = 1{,}18$$

32.

$$\underbrace{I\omega}_{\substack{\text{Momento angolare}\\ \text{finale}}} = \underbrace{I_0\omega_0}_{\substack{\text{Momento angolare}\\ \text{iniziale}}}$$

$$\omega = \frac{I_0\omega_0}{I} = \frac{(5{,}40\ \text{kg}\cdot\text{m}^2)(2{,}00\ \text{rad/s})}{(3{,}80\ \text{kg}\cdot\text{m}^2)} = 2{,}84\ \text{rad/s}$$

33.

Quando la sabbia urta il disco, nascono dei momenti torcenti che agiscono sui due elementi del sistema (disco pieno e sabbia), ma sono momenti interni al sistema. Il momento angolare, quindi, si conserva, per cui:

$$\underbrace{I\omega}_{\substack{\text{Momento angolare}\\ \text{finale}}} = \underbrace{I_0\omega_0}_{\substack{\text{Momento angolare}\\ \text{iniziale}}}$$

Il momento d'inerzia iniziale è dato, mentre quello finale è $I = I_{\text{sabbia}} + I_0$ e, sapendo che la sabbia forma un anello, $I_{\text{sabbia}} = M_{\text{sabbia}}R^2_{\text{sabbia}}$. Possiamo, allora, ricavare,

$$\omega = \omega_0\left(\frac{I_0}{I}\right) = \omega_0\left(\frac{I_0}{I_{\text{sabbia}} + I_0}\right) = \omega_0\left(\frac{I_0}{M_{\text{sabbia}}R^2_{\text{sabbia}} + I_0}\right) =$$

$$= (0{,}067\ \text{rad/s})\left[\frac{0{,}10\ \text{kg}\cdot\text{m}^2}{(0{,}50\ \text{kg})(0{,}40\ \text{m})^2 + 0{,}10\ \text{kg}\cdot\text{m}^2}\right] = 0{,}037\ \text{rad/s}$$

34.

$$I_A\omega_A + I_B\omega_B = (I_A + I_B)\omega_{finale}$$

Da cui

$$I_B = I_A\left(\frac{\omega_{finale} - \omega_A}{\omega_B - \omega_{finale}}\right) = (3{,}4\ \text{kg}\cdot\text{m}^2)\left[\frac{-2{,}4\ \text{rad/s} - 7{,}2\ \text{rad/s}}{-9{,}8\ \text{rad/s} - (-2{,}4\ \text{rad/s})}\right] = 4{,}4\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$$

35.

Per la conservazione del momento angolare

$I_d\omega_d + M_pR_p{}^2\omega_p = 0$ dove $\omega_p = v_p/R_p$ e $I_d = (1/2)\, M_dR_d{}^2$

$$\omega_d = -2(M_p/M_d)(R_p/R_d{}^2)v_p = -2\left(\frac{40{,}0\ \text{kg}}{1{,}00\cdot 10^2\ \text{kg}}\right)\left[\frac{1{,}25\ \text{m}}{(2{,}00\ \text{m})^2}\right](2{,}00\ \text{m/s}) = -0{,}500\ \text{rad/s}$$

Il segno negativo indica che il disco ruota in direzione opposta a quella della persona.

36.

$$\underbrace{I\omega}_{\text{Momento angolare finale}} = \underbrace{I_0\omega_0}_{\text{Momento angolare iniziale}}$$

dove $I = I_{insetto} + I_0$ e $I_{insetto} = mL^2$, dove m è la sua massa e L la lunghezza dell'asta. Allora

$$\omega = \omega_0\left(\frac{I_0}{I}\right) = \omega_0\left(\frac{I_0}{I_{insetto} + I_0}\right) = \omega_0\left(\frac{I_0}{mL^2 + I_0}\right) =$$

$$= (0{,}32\ \text{rad/s})\left[\frac{1{,}1\cdot 10^{-3}\ \text{kg}\cdot\text{m}^2}{(4{,}2\cdot 10^{-3}\ \text{kg})(0{,}25\ \text{m})^2 + (1{,}1\cdot 10^{-3}\ \text{kg}\cdot\text{m}^2)}\right] = 0{,}26\ \text{rad/s}$$

37.

$$\underbrace{I\omega}_{\text{Momento angolare finale}} = \underbrace{I_0\omega_0}_{\text{Momento angolare iniziale}}$$

dove $I_0 = 2M\left(\frac{L_0}{2}\right)^2$ e $I_f = 2M\left(\frac{L_0}{4}\right)^2$ e, quindi,

$$2M\left(\frac{L_0}{2}\right)^2\omega_0 = 2M\left(\frac{L_0}{4}\right)^2\omega_f \Rightarrow \omega_f = 4\omega_0 \text{ ma}$$

$\omega_f = v_f / (L/4)$ e $\omega_0 = v_0 / (L/2)$, quindi

$$\frac{v_f}{L/4} = 4\frac{v_0}{L/2} \Rightarrow v_f = 2v_0 = 2(17\ \text{m/s}) = 34\ \text{m/s}$$

38.

$\left[\theta = \tfrac{1}{2}(\omega_0 + \omega)t\right]$, da cui, risolvendo in funzione del tempo:

$$t = \frac{2\theta}{\omega_0 + \omega} = \frac{2(0{,}500\ \text{giri})}{3{,}00\ \text{giri/s} + 5{,}00\ \text{giri/s}} = 0{,}125\ \text{s}$$

39.

$$\omega_0 = \omega - \alpha t = 83{,}8\ \text{rad/s} - (-42{,}0\ \text{rad/s}^2)(1{,}75\ \text{s}) = 157{,}3\ \text{rad/s}$$

40.
La distanza percorsa dalla moneta in movimento rispetto al proprio asse è:

$$d = 2\pi(2r) = 4\pi r$$

dove r è il raggio della moneta, e, ovviamente, deve coincidere con la lunghezza dell'arco di circonferenza, $s = r\theta$, descritto sul bordo della seconda moneta. Quindi
$4\pi r = r\theta$ da cui $\theta = 4\pi$ rad, che è equivalente a:

$$(4\pi\,\text{rad})\left(\frac{1\ \text{giro}}{2\pi\,\text{rad}}\right) = 2\ \text{giri}$$

41.

$$\omega = \frac{v_D}{r} = \frac{5{,}6\ \text{m/s}}{4{,}0\cdot 10^{-2}\ \text{m}} = 140\ \text{rad/s} = \left(140\ \text{rad/s}\right)\left(\frac{1\ \text{giro}}{2\pi\ \text{rad}}\right) = 22\ \text{giri/s}$$

42.
Per il principio di conservazione dell'energia:

$$mgh + (1/2)\,mv^2 + (1/2)\,I\omega^2 = (1/2)\,mv_0^{\,2} + (1/2)\,I\omega_0^{\,2}$$

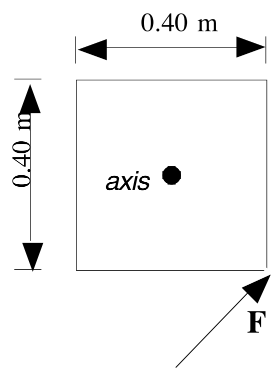
dove, $\omega = v/R$, $\omega_0 = v_0/R$ e $I = (2/5)\,mR^2$

$$v = \sqrt{v_0^2 - \tfrac{10}{7}gh} = \sqrt{\left(3{,}50\ \text{m/s}\right)^2 - \tfrac{10}{7}\left(9{,}80\ \text{m/s}^2\right)\left(0{,}760\ \text{m}\right)} = 1{,}3\ \text{m/s}$$

43.
Il modulo massimo del momento si ha quando la forza è applicata perpendicolarmente alla diagonale del quadrato e il suo braccio è, conseguentemente, la metà della diagonale. Quindi:

$$b = \frac{1}{2}\sqrt{\left(0{,}40\ \text{m}\right)^2 + \left(0{,}40\ \text{m}\right)^2} = 0{,}28\ \text{m} \quad \text{e}$$

$$\tau = Fb = \left(15\ \text{N}\right)\left(0{,}28\ \text{m}\right) = 4{,}2\ \text{N}\cdot\text{m}$$



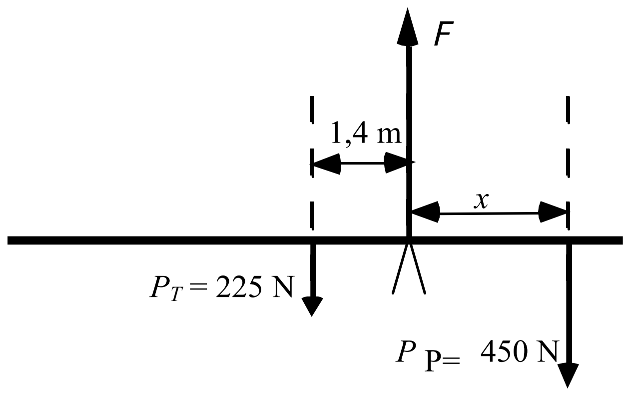
44.

$$\Sigma\tau = I\alpha = \left(\tfrac{1}{2}MR^2\right)\alpha =$$

$$= \left(\tfrac{1}{2}MR^2\right)\left(\frac{\omega-\omega_0}{t}\right) =$$

$$= \left[\tfrac{1}{2}\left(17\cdot10^{-3}\ \text{kg}\right)\left(6{,}0\cdot10^{-2}\ \text{m}\right)^2\right]\left(\frac{21\ \text{rad/s}-0\ \text{rad/s}}{0{,}80\ \text{s}}\right) = 8{,}0\cdot10^{-4}\ \text{N}\cdot\text{m}$$

45.



Il momento della forza F è nullo, il braccio della forza peso della trave è b = 2,5 m − 1,1 m = 1,4 m e il braccio della forza peso dell'uomo è x . Quindi:

$-P_P x + P_T(1{,}4\ \text{m}) = 0$ da cui

$$x = \frac{P_T(1{,}4\ \text{m})}{P_P} = \frac{(225\ \text{N})(1{,}4\ \text{m})}{450\ \text{N}} = 0{,}70\ \text{m}$$

46.

Consideriamo il lato sinistro dell'oggetto che ha una lunghezza L e un peso di (356 N) / 2 = 178 N. Indichiamo con F_V la forza esercitata dal terreno sul lato e con f_S la forza di attrito statico, che agisce in direzione orizzontale. Esprimiamo i momenti relativamente a un asse passante per il vertice del triangolo, ottenendo:

$$+ (178\ \text{N})(\text{sen}\ 30{,}0°)\left(\frac{L}{2}\right) + f_S(L\cos 30{,}0°) - F_V\,(L\ \text{sen}\ 30{,}0°) = 0$$

$$44{,}5\ \text{N} + f_s\cos 30{,}0° - F_V\ \text{sen}\ 30{,}0° = 0$$

da cui

$$f_s = \frac{(178\ \text{N})(\text{sen}\ 30{,}0°) - 44{,}5\ \text{N}}{\cos 30{,}0°} = 51{,}4\ \text{N}$$

47.

Applicando la legge di Newton all'oggetto di 11,0 kg, otteniamo:

$T_2 - (11{,}0\ \text{kg})\ (9{,}80\ \text{m/s}^2) = (11{,}0\ \text{kg})\ (4{,}90\ \text{m/s}^2) \quad\rightarrow\quad T_2 = 162\ \text{N}$

Analogamente per l'oggetto di 44,0 kg
$T_1 - (44{,}0\ \text{kg})\ (9{,}80\ \text{m/s}^2) = (44{,}0\ \text{kg})\ (-4{,}90\ \text{m/s}^2)\quad \rightarrow T_1 = 216\ \text{N}$
da cui l'equazione dei momenti
$T_2r - T_1r\ =\ I(-\alpha) =\ (1/2)\ Mr^2\ (-a/r)$
e, risolvendo in funzione di M
$M\ =\ (-2/a)(T_2 - T_1)\ =\ [-2/(4{,}90\ \text{m/s}^2)](162\ \text{N} - 216\ \text{N}) = 22{,}0\ \text{kg}$

Olimpiadi della fisica

1. C
2. C
3. E
4. In un sistema di riferimento solidale con il terreno la velocità $\vec{\mathbf{V}}$ del punto P di contatto di una ruota con il terreno vale $\vec{\mathbf{V}} = \vec{\mathbf{v}}_1 + \vec{\mathbf{v}}_2$ dove $\vec{\mathbf{v}}_1$ è la velocità del punto P rispetto al centro della ruota e $\vec{\mathbf{v}}_2$ la velocità del centro della ruota rispetto al terreno. Nell'ipotesi di rotolamento puro vale la condizione $V = 0$ la quale, per ciascuna delle due ruote A e B, diventa $v_{1,A} - v_{2,A} = 0 \Rightarrow \omega r = \Omega R$ e $v_{1,B} - v_{2,B} = 0 \Rightarrow \omega' r = \Omega(R + d)$ con Ω che rappresenta la velocità angolare del moto circolare dell'automobile ed r il raggio delle ruote. Combinando le due equazioni si ricava $\varepsilon = \dfrac{\omega' - \omega}{\omega} = \dfrac{d}{R}$

Test di ammissione all'Università

1. D
2. A