

Seno e coseno di un angolo

Nella figura è disegnato un triangolo rettangolo ABC , con l'angolo retto nel vertice A . Consideriamo uno dei suoi angoli acuti, per esempio l'angolo \hat{C} .

Il seno e il coseno dell'angolo \hat{C} sono definiti nel modo seguente:

- il seno di \hat{C} ($\text{sen } \hat{C}$) è uguale al rapporto tra il cateto opposto a \hat{C} e l'ipotenusa;
- il coseno di \hat{C} ($\text{cos } \hat{C}$) è uguale al rapporto tra il cateto adiacente a \hat{C} e l'ipotenusa.

In formule:

$$\text{sen } \hat{C} = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} \quad \text{e} \quad \text{cos } \hat{C} = \frac{\overline{CA}}{\overline{BC}} .$$

La tabella fornisce alcuni valori del seno e del coseno di un angolo.

Angolo	0°	30°	45°	60°	90°
Seno	0	1/2	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
Coseno	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	1/2	0

Dalle formule precedenti possiamo ricavare che

$$\overline{AB} = \overline{BC} \text{sen } \hat{C} \quad \text{e} \quad \overline{CA} = \overline{BC} \text{cos } \hat{C} .$$

A parole, queste espressioni significano che, in un triangolo rettangolo:

- un cateto è uguale all'ipotenusa, moltiplicata per il seno dell'angolo apposto al cateto;
- un cateto è uguale all'ipotenusa, moltiplicata per il coseno dell'angolo adiacente al cateto.

Per vedere una prima applicazione di queste idee, supponiamo che le due rette r e s lungo cui si vuole scomporre il vettore \vec{b} siano perpendicolari tra loro, come nella figura. In questo caso il problema è particolarmente semplice, poiché si possono usare il seno e il coseno dell'angolo α .

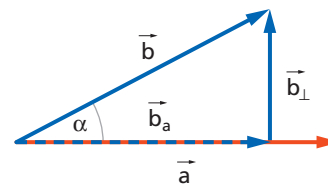
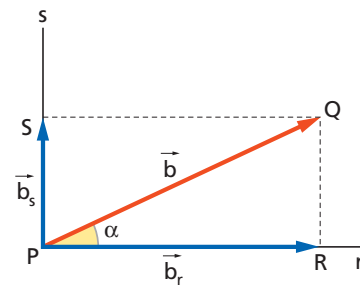
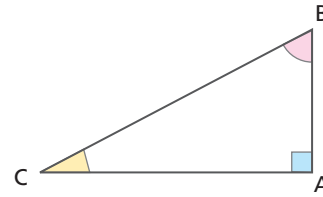
Si vede facilmente, infatti, che è possibile calcolare i moduli b_r e b_s dei due componenti del vettore \vec{b} lungo le due direzioni r e s conoscendo, per esempio, l'angolo α compreso tra la direzione di \vec{b} e quella della retta r . In effetti l'angolo \hat{R} è retto, per cui si ottiene:

$$\begin{aligned} b_r &= \overline{PR} = b \text{cos } \alpha, \\ b_s &= \overline{PS} = b \text{sen } \alpha. \end{aligned}$$

DOMANDA

Un triangolo rettangolo ABC ha l'ipotenusa \overline{BC} lunga 24 cm e l'angolo \hat{ACB} è di 30°.

- Quanto è lungo il cateto \overline{AB} ?



ESERCIZI

2 Test. In un triangolo rettangolo l'ipotenusa misura 20 cm e un cateto misura 12 cm.

▶ Quanto vale il seno dell'angolo opposto a quel cateto?

- A 1,5
 B 0,65
 C 0,7
 D 0,5

2 Completa la frase. In un triangolo rettangolo..... è uguale a un cateto per il coseno dell'angolo.....

3 L'ipotenusa \overline{BC} di un triangolo rettangolo misura 68,4 cm e l'angolo $\hat{A}BC$ vale 52° . La calcolatrice fornisce il valore $\sin 52^\circ = 0,788$.

- ▶ Calcola la lunghezza del cateto \overline{AC} del triangolo.
 ▶ Determina la lunghezza del cateto \overline{AB} .

[53,9 cm; 42,1 cm]

4 Il vettore \vec{F} è inclinato di 60° rispetto all'orizzontale e ha modulo $F = 410$ N.

- ▶ Disegna il vettore \vec{F} e disegna i suoi vettori componenti \vec{F}_x e \vec{F}_y , rispettivamente lungo la direzione orizzontale e lungo quella verticale.
 ▶ Calcola i moduli di \vec{F}_x e \vec{F}_y .

[205 N; 355 N]

5 Un triangolo rettangolo ABC ha l'ipotenusa \overline{BC} lunga 3,28 m e il cateto \overline{AB} che misura 2,11 m.

- ▶ Calcola il seno dell'angolo $\hat{A}CB$.
 ▶ Calcola la lunghezza del cateto \overline{AC} .
 ▶ Determina il coseno dell'angolo $\hat{A}CB$.