SINTESI CON LO SPAZIO DI STATO (ALGORITMO)

Se il sistema viene fornito nella forma
$P(s) = \dfrac{N(s)}{D(s)}$ è necessario ricavare
le matrici A, B, C (problema di realizzazione)

RETROAZIONE DALLO STATO

① Calcolare la matrice $P = (B \,\vdots\, AB \,\vdots\, A^2B \,\vdots\, \dots \,\vdots\, A^{n-1}B)$

② Rango (P) massimo? VERO se $\det(P) \neq 0$...

SÌ $\Rightarrow$ Sistema Raggiungibile

NO $\Rightarrow$ Sistema NON COMPLETAMENTE RAGGIUNGIBILE.

A) CASO RAGGIUNGIBILE:

- calcolare $K = -\underbrace{\mu}_{} \, \overline{p^*(A)}$

polinomio caratteristico desiderato (le cui radici sono gli autovalori che si vogliono assegnare)

μ: ultima riga di P^{-1}

B) CASO NON COMPLETAMENTE RAGGIUNGIBILE:

- Trovare gli autovalori del sistema (radici del polinomio caratteristico). Polinomio caratt.: $|A - \lambda I|$.
- PBH TEST: per trovare gli autovalori non raggiungibili
  - se gli autovalori non RAGG. hanno $Re[\,] < 0$, posso ancora stabilizzare il sistema. ⊛

  Il PBH test si effettua come segue:

  rango $(A - \lambda_i I \,|\, B) = n$ per ogni λ_i

  Se rango $\neq n$, l'autovalore λ_i è IRRAGGIUNGIBILE
- Decomposizione di KALMAN risp. alla raggiungibilità

  * Calcolare T^{-1}:

$$T^{-1} = \Big(\underbrace{W_P \;\; W_P}_{\text{Base di } P} \;\; \underbrace{\;\; \cdots \;\;}_{} \Big)$$

arbitrari ma che rendono pieno il rango.

⊛ condizione di stabilizzabilità

carta riciclata

* ricavare: $\tilde{A} = TAT^{-1}$; $\tilde{B} = TB$; $\tilde{x} = Tx$

Vogliamo $u = \tilde{K}\tilde{x}$ ⟵ $\tilde{K} = (\tilde{K}_a \; \tilde{K}_b \; -- \,|\, \tilde{K}_c)$

$\dot{x} = (\tilde{A} + \tilde{B}\tilde{K})\tilde{x}$ | RICAVARE I MINORI RAGGIUNGIBILI DELLE MATRICI $\tilde{A}$ e $\tilde{B}$. Saranno $\tilde{A}_r$ e $\tilde{B}_r$.

* Trovare $\tilde{K}$ tale che gli autovalori modificabili siano piazzati dove vogliamo noi: ULTIMA RIGA DI $\tilde{P}_r = (\tilde{B}_r \, | \, A\tilde{B}_r ...)$

A SCELTA:
- usare ACKERMANN: $\tilde{K} = -\tilde{\mu}_r \, p_r^*(\tilde{A}_r)$, oppure:
- procedere per vie algebriche: imporre che il polinomio caratt. del minore della matrice $(\tilde{A} + \tilde{B}\tilde{K})$ raggiungibile sia uguale al polinomio caratt. desiderato.

* Tornare alle coordinate di partenza:

$$\boxed{K = \tilde{K}T.}$$

OSSERVATORE ASINTOTICO DELLO STATO

Si vanno a piazzare gli autovalori della dinamica di errore d'osservazione: $\dot{e} = (A - GC)e$.

(1) Calcolare la matrice Q:

$$Q = \begin{pmatrix} - C - \\ - CA - \\ \vdots \\ - CA^{n-1} - \end{pmatrix}$$

(2) Rango (Q) massimo? VERO SE DET(Q) $\neq 0$ --

SÌ ⟹ Sistema OSSERVABILE

NO ⟹ Sistema NON COMPLETAMENTE OSSERVABILE

A) Caso OSSERVABILE:

* Scrivere A' e B': $A' = A^T$; $B' = C^T$
* $-G^T = K'$
* calcolare $K' = -\mu_G \, p^*(A')$, dove:
  - μ_G è l'ultima colonna di Q^{-1}
  - $p^*(A') = (A' - \lambda_1 I) \cdot (A' - \lambda_2 I) ...$ per tutti i λ che servono.
* Tornare alla $G = -(K')^T$

* funzione dell'osservatore: $\dot{\xi} = A\xi + Bu + G(y - C\xi)$ ■

B) CASO NON COMPLETAMENTE OSSERVABILE

* Si può costruire un RICOSTRUTTORE:
* trovare gli autovalori del sistema (radici di $|A - \lambda I|$)
* PBH TEST per individuare gli autovalori non oss.:

$$\text{rango}\begin{pmatrix} A - \lambda_i I \\ C \end{pmatrix} = n \quad \text{per tutti i } \lambda_i.$$

Verificare che il rango valga n per gli autovalori a $Re[\,] \geq 0$ (*), altrimenti non si può proseguire.

* Decomposizione canonica risp. alla osservabilità:
  * $T^{-1} = \begin{pmatrix} \underbrace{| \quad |}_{\text{arbitrarie}} & \underbrace{W_1 \quad W_{n-r}}_{\text{BASE DI } N(Q)} \end{pmatrix} \longrightarrow \text{INVERTIRE} \longrightarrow T$
  * $\tilde{A} = TAT^{-1}$, $\tilde{C} = CT^{-1}$, $\tilde{x} = Tx$, $y = \tilde{C}x$
  * RICAVARE I MINORI OSSERVABILI
* Problema ausiliario: $\tilde{A}'_o = \tilde{A}^T$, $\tilde{B}'_o = \tilde{C}^T$, $\tilde{K}'_o = -\tilde{G}^T_o$
  * assegnare gli autovalori a $(\tilde{A} - \tilde{G}\tilde{C})$, cioè a $(\tilde{A}'_o + \tilde{B}'_o\tilde{K}'_o)$, calcolando $\tilde{K}'$:
  * ACKERMANN: $\tilde{K}' = -\mu_G\, p^*(\tilde{A}'_o)$ — polinomio caratt. desiderato — ultima colonna di Q_o^{-1}, ricavata da $Q_r^{-1} = \begin{pmatrix} C_o \\ C_o A_o \\ \vdots \end{pmatrix}$
* Tornare a G:
  * $\tilde{G} = -(\tilde{K}')^T$, quindi
  * $\boxed{G = T^{-1}\tilde{G}}$
* Scrivere l'eq del ricostruttore.

(*) condizione di RILEVABILITÀ

RICAVARE LA FUNZIONE DI TRASF. DEL COMPENSATORE (RETROAZIONE DALL'USCITA)

La formula per ricavare $G(s)$ è:

$$G(s) = K \cdot (sI - A - BK + GC)^{-1} \cdot G$$

Struttura del compensatore con retroazione dall'uscita:

$$\begin{cases} \dot{\xi} = (A + BK - GC)\xi + Gy \\ u = Kx \end{cases}$$

Per realizzare una retroazione dall'uscita:

1) REAZIONE DALLO STATO

2) OSSERVATORE ASINT. STATO

3) Scrivere la struttura del controllore, come sopra.

Funzione dell'osservatore asintotico: (o del ricostruttore):

$$\dot{\xi} = A\xi + Bu + G(y - C\xi)$$