Levine, Krehbiel, Berenson

Statistica

Casa editrice: Pearson

Capitolo 9

Verifica di ipotesi: test basati su un campione

Insegnamento: Statistica
Corsi di Laurea Triennale in Economia

Dipartimento di Economia e Management, Università di Ferrara
Docenti: Prof. Stefano Bonnini, Dott.ssa Angela Grassi

Argomenti

- La verifica di ipotesi
- Test di ipotesi *Z* per la media (σ noto)
- Approccio del *p*-value alla verifica di ipotesi
- Legame tra intervalli di confidenza e verifica di ipotesi
- I test a una coda
- Test di ipotesi *t* per la media (σ non noto)
- Test di ipotesi *Z* per la proporzione

La verifica di ipotesi

- **La verifica di ipotesi** è una procedura inferenziale che ha come scopo quello di considerare l'informazione empirica (ottenuta da una statistica campionaria) e di stabilire se questa è favorevole ad una asserzione di interesse sui parametri della popolazione
- Ad esempio, potremmo asserire che il processo produttivo di riempimento delle scatole di cerali può essere considerato appropriato (sotto controllo) se il peso medio μ delle scatole è di 368 grammi
- La verifica di ipotesi ha inizio proprio con una considerazione di una teoria o proposizione riguardante un particolare parametro della popolazione e l'ipotesi che il valore del parametro della popolazione sia uguale ad un dato valore prende il nome di **ipotesi nulla**

La verifica di ipotesi

- L'ipotesi nulla in genere coincide con lo stato delle cose e viene indicata con il simbolo H_0, quindi nell'esempio del processo produttivo

$$H_0: \mu = 368$$

- Sebbene le informazioni siamo tratte a partire dal campione, l'ipotesi è espressa con riferimento a un parametro della popolazione, perché si è interessati all'intero processo produttivo, vale a dire alla popolazione di tutte le scatole di cereali prodotte
- Se i risultati campionari non fossero favorevoli all'ipotesi nulla si dovrebbe concludere che l'ipotesi nulla sia falsa e chiaramente ci deve essere un'altra ipotesi che risulti vera. L'**ipotesi alternativa** H_1 è l'asserzione opposta all'ipotesi nulla, e nell'esempio in questione

$$H_1: \mu \neq 368$$

La verifica di ipotesi

- L'ipotesi alternativa rappresenta la conclusione a cui si giunge quando si rifiuta l'ipotesi nulla (**decisione forte**), cioè quando il campione osservato fornisce sufficiente evidenza del fatto che l'ipotesi nulla sia falsa
- D'altro canto il manca rifiuto dell'ipotesi nulla non prova che essa è vera. Quello che si può concludere è che non vi è sufficiente evidenza empirica contraria ad essa (**decisione debole**)
- Di seguito sono riassunti i punti principali che sintetizzano il concetto di ipotesi nulla e di ipotesi alternativa:
  - l'ipotesi nulla H_0 rappresenta lo stato attuale delle cose o l'attuale convinzione riguardo a una situazione
  - l'ipotesi alternativa H_1 è specificata come ipotesi opposta all'ipotesi nulla e rappresenta una certa …

La verifica di ipotesi

- … conclusione inferenziale che si è interessati a dimostrare
- se si rifiuta l'ipotesi nulla si accetta l'ipotesi alternativa
- se si accetta l'ipotesi nulla ciò non significa che si è dimostrare che l'ipotesi nulla sia vera
- l'ipotesi nulla H_0 si riferisce sempre a un valore specifico del parametro della popolazione (ad esempio μ), e non a una statistica campionaria (ad esempio $\bar{X}$)
- l'ipotesi nulla contiene sempre un segno di eguale relativo al valore specificato del parametro della popolazione (ad esempio H_0: $\mu = 368$ grammi)
- l'ipotesi alternativa non contiene mai un segno di eguale relativo al valore specificato del parametro della popolazione (ad esempio H_1: $\mu \neq 368$ grammi)

La verifica di ipotesi

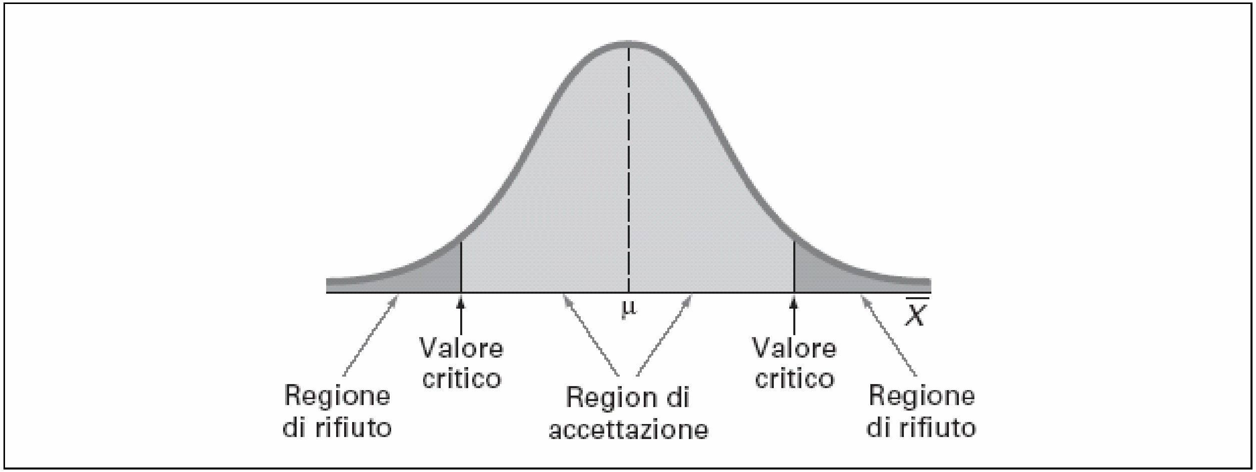
- La logica sottostante alla verifica di ipotesi è quella di stabilire la plausibilità dell'ipotesi nulla alla luce delle informazioni campionarie
- Se ipotesi nulla asserisce che il peso medio dei cereali contenuti in tutte le scatole prodotte è 368 grammi (il valore del parametro specificato dall'azienda) si procede all'estrazione di un campione di scatole e si pesa ciascuna scatola per calcolare la media campionaria (statistica che stima il vero valore del parametro μ)
- Anche se l'ipotesi nulla è vera, è probabile che la statistica differisca dal vero valore del parametro per effetto del caso o di un errore campionario.
- Ciononostante ci aspettiamo che in questo caso la statistica campionaria sia vicina al parametro della popolazione

La verifica di ipotesi

- La teoria della verifica di ipotesi fornisce definizioni chiare sulla base delle quali valutare le differenze osservate tra la statistica e il parametro
- Il processo decisionale è sostenuto dal punto di vista quantitativo, valutando la probabilità di ottenere un dato risultato campionario, se l'ipotesi nulla fosse vera
- Tale probabilità si ottiene determinando prima la distribuzione campionaria della statistica di interesse (ad es. la media campionaria) e poi calcolando la probabilità che la **statistica test** assuma il valore osservato in corrispondenza del campione estratto
- La distribuzione campionaria della statistica test spesso è una distribuzione statistica nota, come la normale o la *t*, e quindi possiamo ricorrere a queste distribuzioni per decidere se rifiutare o meno a un'ipotesi nulla

La verifica di ipotesi

- La distribuzione campionaria della statistica test è divisa in due regioni: una **regione di rifiuto** (chiamata anche **regione critica**) e una **regione di accettazione**



- Se la statistica test cade nella regione di accettazione, l'ipotesi nulla non può essere rifiutata e se la statistica test cade nella regione di rifiuto, l'ipotesi nulla deve essere rifiutata
- La regione di rifiuto può essere vista come l'insieme di ...

La verifica di ipotesi

- … tutti i valori della statistica test che non è probabile che si verifichino quando l'ipotesi nulla è vera, mentre è probabile che questi valori si verifichino quando l'ipotesi nulla è falsa
- Per prendere una decisione sull'ipotesi nulla, dobbiamo in primo luogo definire le regioni di rifiuto e di accettazione e questo viene fatto determinando il cosiddetto **valore critico** della statistica test
- La determinazione di questo valore dipende dall'ampiezza della regione di rifiuto, che è legata al rischio comportato dal prendere una decisione sul parametro alla luce delle sole informazioni campionarie
- Quando si applica un procedimento di verifica di ipotesi, si possono commettere due tipi di errori, l'errore di prima specie e l'errore di seconda specie

La verifica di ipotesi

L'**errore di prima specie** (detto anche **livello di significatività**) si verifica se si rifiuta l'ipotesi nulla quando è vera e quindi non dovrebbe essere rifiutata. La probabilità che si verifichi un errore di prima specie è indicata con α

L'**errore di seconda specie** si verifica se si accetta l'ipotesi nulla quando è falsa e quindi dovrebbe essere rifiutata. La probabilità che si verifichi un errore di seconda specie è indicata con β

	Situazione reale	
Decisione statistica	H_0 vera	H_0 falsa
Non rifiutare H_0	Decisione corretta Confidenza = $1 - \alpha$	Errore di seconda specie P (errore di seconda specie) β
Rifiutare H_0	Errore di prima specie P (errore di prima specie) = α	Decisione corretta Potenza = $1 - \beta$

La verifica di ipotesi

- In genere, si controlla l'errore di prima specie fissando il livello del rischio α che si è disposti a tollerare
- Dal momento che il livello di significatività è specificato prima di condurre la verifica di ipotesi, il rischio di commettere un errore di prima specie α è sotto il controllo di chi compie l'analisi (in genere i valori assegnati ad α sono 0.01, 0.05 o 0.1)
- La scelta di α dipende fondamentalmente dai costi che derivano dal commettere un errore di prima specie
- Una volta specificato il valore di α, si ottiene anche la regione di rifiuto perché è la probabilità che la statistica test cada nella regione di rifiuto quando l'ipotesi nulla è vera. Il valore critico che separa la regione di accettazione da quella di rifiuto viene determinato di conseguenza

La verifica di ipotesi

Il **coefficiente di confidenza**, indicato con $(1-\alpha)$, rappresenta la probabilità che l'ipotesi nulla non sia rifiutata quando è vera (quindi non dovrebbe essere rifiutata). Il **livello di confidenza** di un test di ipotesi è dato da $(1-\alpha)\times 100\%$

- A differenza dell'errore di prima specie, che controlliamo fissando α, la probabilità di commettere un errore di seconda specie dipende dalla differenza tra il valore ipotizzato e il vero valore del parametro della popolazione: se la differenza è grande, è probabile che β sia piccolo

La **potenza del test**, indicata con $(1-\beta)$, rappresenta la probabilità di rifiutare l'ipotesi nulla quando è falsa (e quindi dovrebbe essere rifiutata)

La verifica di ipotesi

- Un modo per controllare e ridurre l'errore di seconda specie consiste nell'aumentare la dimensione del campione perché un'elevata dimensione del campione consente di individuare anche piccole differenze tra la statistica campionaria e il parametro della popolazione
- Per un dato valore di α, l'aumento della dimensione campionaria determina una riduzione di β e quindi un aumento della potenza del test per verificare se l'ipotesi nulla H_0 è falsa
- Tuttavia per una data ampiezza campionaria dobbiamo tenere conto del trade-off tra i due possibili tipi di errori: possiamo fissare un valore piccolo per α, tuttavia al diminuire di α, β aumenta e pertanto una riduzione del rischio connesso all'errore di prima specie si accompagna a un aumento di quello connesso a un errore di seconda specie

Test di ipotesi *Z* per la media (σ noto)

Tornando al problema di stabilire se il processo produttivo funziona in maniera adeguata, viene estrae un campione di 25 scatole, esse sono pesate e si confronta il peso medio delle scatole del campione (la statistica campionaria) con la media di 368 grammi (il valore ipotizzato del parametro).

L'ipotesi nulla e l'ipotesi alternativa in questo esempio sono rispettivamente:

$$H_0: \mu = 368 \qquad\qquad H_1: \mu \neq 368$$

Se si assume che la popolazione abbia distribuzione normale e che scarto quadratico medio della popolazione σ sia noto, la verifica di ipotesi viene condotta utilizzando il cosiddetto test di ipotesi *Z*. Tale test può essere applicato anche se la distribuzione non è normale purché l'ampiezza sia sufficientemente elevata (Teorema del Limite Centrale).

Test di ipotesi *Z* per la media (σ noto)

L'equazione (9.1) illustra come si ottiene la **statistica test *Z***. Il numeratore dell'equazione misura di quanto la media osservata $\overline{X}$ differisce dalla media μ ipotizzata, mentre al denominatore troviamo l'errore standard della media. Pertanto *Z* ci dice per quanti errori standard $\overline{X}$ differisce da μ.

Statistica *Z* per la verifica d'ipotesi sulla media (σ noto)

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \qquad \textbf{(9.1)}$$

Per definire le regioni di accettazione e di rifiuto è necessario determinare i valori critici della statistica test, facendo riferimento alla distribuzione normale standardizzata una volta fissato l'errore di prima specie α.

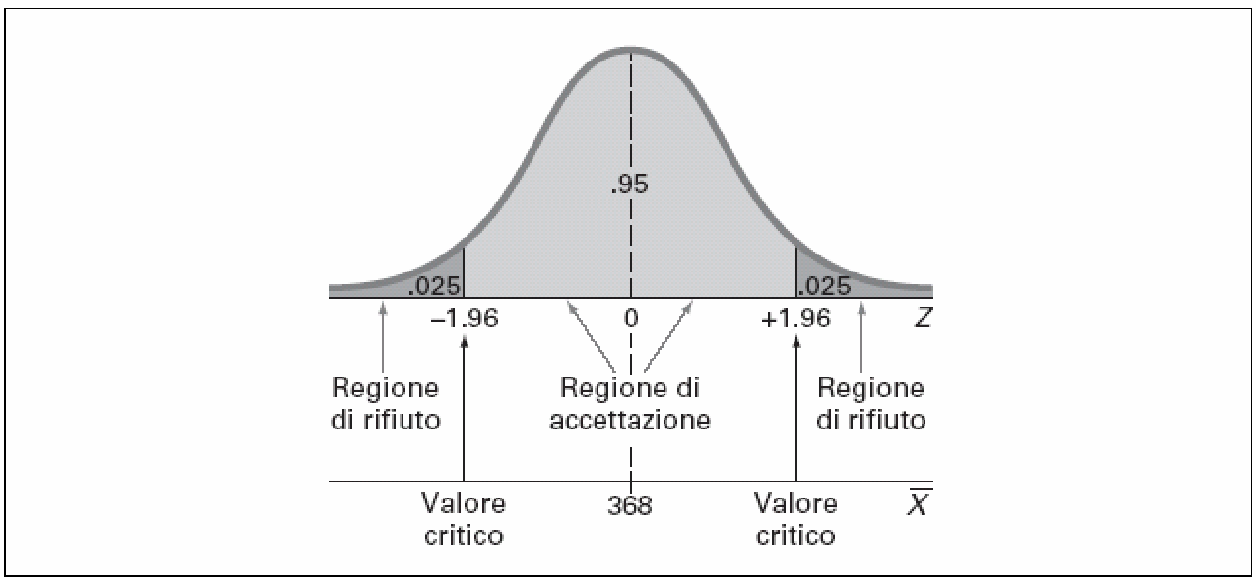
Test di ipotesi Z per la media (σ noto)

Ad esempio, se si fissa α=0.05, l'area sottesa in corrispondenza della regione di rifiuto deve essere pari a 0.05. Poiché la regione di rifiuto coincide con le due code della distribuzione (si parla di un **test a due code**), l'area 0.05 viene divisa in due aree di 0.025. Una regione di rifiuto di 0.025 nelle due code della distribuzione normale dà luogo a un'area cumulata di 0.025 alla sinistra del valore critico più piccolo e a un'area pari a 0.975 alla sinistra del valore critico più grande.

Cercando queste aree nella tavola della distribuzione normale [Tavola E.2b], troviamo che i valori critici che dividono la regione di rifiuto da quella di accettazione sono –1.96 e +1.96.

Test di ipotesi Z per la media (σ noto)

La Figura mostra che se la media μ ha valore 368, come ipotizza H_0, allora la statistica test Z ha una distribuzione normale standardizzata. Valori di Z maggiori di +1.96 o minori di –1.96 indicano che $\overline{X}$ è così $\overline{X}$ distante dal valore ipotizzato per μ (368) che non è probabile che questo valore si verifichi quando H_0 è vera.



Test di ipotesi Z per la media (σ noto)

Pertanto la regola decisionale è la seguente:

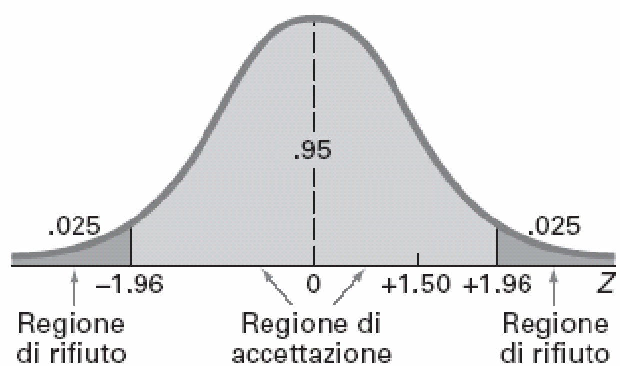
Rifiutare H_0 se $Z < -1.96$ oppure se $Z > +1.96$

Non rifiutare H_0 altrimenti

Supponiamo che la media campionaria calcolata a partire dal campione di 25 scatole sia 372.5 grammi e che σ sia 15 grammi, allora

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{372.5 - 368}{15 / \sqrt{25}} = +1.50$$

e quindi non è possibile rifiutare l'ipotesi nulla.



Test di ipotesi *Z* per la media (σ noto)

Riquadro 9.1 Le 6 fasi della verifica di ipotesi utilizzando l'approccio del valore critico

1. Specificare l'ipotesi nulla e l'ipotesi alternativa
2. Scegliere il livello di significatività α e l'ampiezza campionaria *n*. Il livello di significatività viene fissato in base all'importanza relativa che si accorda ai rischi derivanti dal commettere un errore di prima specie e dal commettere un errore di seconda specie.
3. Individuare la tecnica statistica a cui fare riferimento e la corrispondente distribuzione campionaria
4. …

Test di ipotesi *Z* per la media (σ noto)

3. …
4. Calcolare i valori critici che separano la regione di rifiuto da quella di accettazione.
5. Raccogliere i dati e calcolare il valore campionario della statistica test.
6. Prendere la decisione statistica. Se la statistica test cade nella regione di accettazione, l'ipotesi nulla H_0 non può essere rifiutata. Se la statistica test cade nella regione di rifiuto, l'ipotesi nulla H_0 viene rifiutata. Esprimere la decisione statistica con riferimento al problema che si sta affrontando.

Approccio del *p*-value alla verifica di ipotesi

Esiste un altro approccio alla verifica di ipotesi: l'approccio del *p*-value.

Il *p*-value rappresenta la probabilità di osservare un valore della statistica test uguale o più estremo del valore che si calcola a partire dal campione, quando l'ipotesi H_0 è vera.

Un *p*-value basso porta a rifiutare l'ipotesi nulla H_0.

Il *p*-value è anche chiamato **livello di significatività osservato**, in quanto coincide con il più piccolo livello di significatività in corrispondenza del quale H_0 è rifiutata.

In base all'approccio del *p*-value, la regola decisionale per rifiutare H_0 è la seguente:

- Se il *p*-value è $\geq \alpha$, l'ipotesi nulla non è rifiutata.
- Se il *p*-value è $< \alpha$, l'ipotesi nulla è rifiutata.

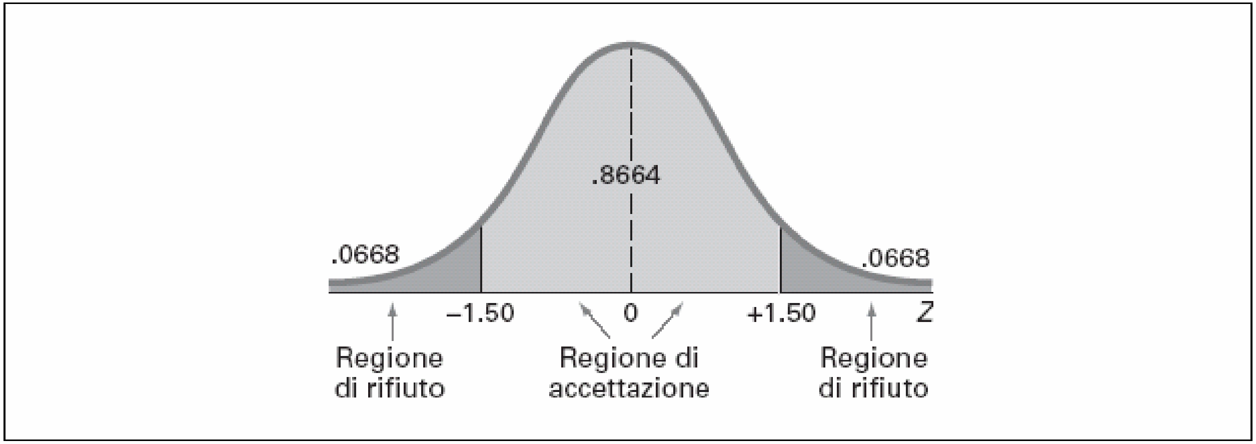
Approccio del *p*-value alla verifica di ipotesi

Torniamo ancora una volta all'esempio relativo alla produzione delle scatole di cereali. Nel verificare se il peso medio dei cereali contenuti nelle scatole è uguale a 368 grammi, abbiamo ottenuto un valore di Z uguale a 1.50 e non abbiamo rifiutato l'ipotesi, perché 1.50 è maggiore del valore critico più piccolo –1.96 e minore di quello più grande +1.96.

Risolviamo, ora, questo problema di verifica di ipotesi facendo ricorso all'approccio del *p*-value. Per questo test a due code, dobbiamo, in base alla definizione del *p*-value, calcolare la probabilità di osservare un valore della statistica test uguale o più estremo di 1.50.

Approccio del *p*-value alla verifica di ipotesi

Si tratta, più precisamente, di calcolare la probabilità che Z assuma un valore maggiore di 1.50 oppure minore di –1.50. In base alla Tavola E.2, la probabilità che Z assuma un valore minore di –1.50 è 0.0668, mentre la probabilità che Z assuma un valore minore di +1.50 è 0.9332, quindi la probabilità che Z assuma un valore maggiore di +1.50 è 1 – 0.9332 = 0.0668. Pertanto il *p*-value per questo test a due code è 0.0668 + 0.0668 = 0.1336.



Legame tra intervalli di confidenza e verifica di ipotesi

In questo e nel capitolo precedente abbiamo preso in considerazione i due elementi principali dell'inferenza statistica – gli intervalli di confidenza e la verifica di ipotesi. Sebbene abbiano una stessa base concettuale, essi sono utilizzati per scopi diversi: gli intervalli di confidenza sono stati usati per stimare i parametri della popolazione, mentre la verifica di ipotesi viene impiegata per poter prendere delle decisioni che dipendone dai valori dei parametri.

Tuttavia è importante sottolineare che anche gli intervalli di confidenza possono consentire di valutare se un parametro è minore, maggiore o diverso da un certo valore: anziché sottoporre a verifica l'ipotesi $\mu=368$ possiamo risolvere il problema costruendo un intervallo di confidenza per la media μ. In questo caso accettiamo l'ipotesi nulla se il valore ipotizzato è compreso nell'intervallo costruito, …

Legame tra intervalli di confidenza e verifica di ipotesi

… perché tale valore non può essere considerato insolito alla luce dei dati osservati. D'altronde, l'ipotesi nulla va rifiutata se il valore ipotizzato non cade nell'intervallo costruito, perché tale valore risulta insolito alla luce dei dati.

Con riferimento al problema considerato, sulla base dell'equazione (8.1), l'intervallo di confidenza è costruito ponendo: n=25, $\bar{X}$=372.5 grammi, σ = 15 grammi.

Per un livello di significatività del 95% (corrispondente al livello di significatività del test α =0.05), avremo:

$$\bar{X} \pm Z_{\alpha/2} \cdot \sigma / \sqrt{n} \Rightarrow 372.5 \pm (1.96) \cdot 15 / \sqrt{25} \Rightarrow 366.6 \leq \mu \leq 378.4$$

Poiché l'intervallo comprende il valore ipotizzato di 368 grammi, non rifiutiamo l'ipotesi nulla e concludiamo che non c'è motivo per ritenere che il peso medio dei cereali contenuti nelle scatole sia diverso da 368 grammi.

I test ad una coda

Nel paragrafo precedente abbiamo considerato i cosiddetti test a due code ad esempio abbiamo contrapposto all'ipotesi nulla $\mu = 368$ grammi l'ipotesi alternativa $\mu \neq 368$. Tale ipotesi si riferisce a due eventualità: o il peso medio è minore di 368 oppure è maggiore di 368. Per questo motivo, la regione critica si divide nelle due code della distribuzione della media campionaria.

In alcune situazioni, tuttavia, l'ipotesi alternativa suppone che il parametro sia maggiore o minore di un valore specificato (ci si focalizza in una *direzione particolare*). Per esempio, il direttore dell'area finanziaria può essere interessato all'eventualità che il peso dei cereali contenuti ecceda i 368 grammi, perché in tal caso, essendo il prezzo delle scatole basato su un peso di 368 grammi, la società subirebbe delle perdite. In questo caso si intende stabilire se il peso medio è superiore a 368 grammi.

I test ad una coda

L'ipotesi nulla e l'ipotesi alternativa in questo caso sono specificate rispettivamente:

H_0: $\mu \leq 368$ H_1: $\mu > 368$

La regione di rifiuto in questo caso è interamente racchiusa nella coda destra della distribuzione della media campionaria, perché rifiutiamo l'ipotesi nulla H_0 solo se la media è significativamente superiore a 368 grammi. Quando la regione di rifiuto è contenuta per intero in una coda della distribuzione della statistica test, si parla di **test a una coda**.

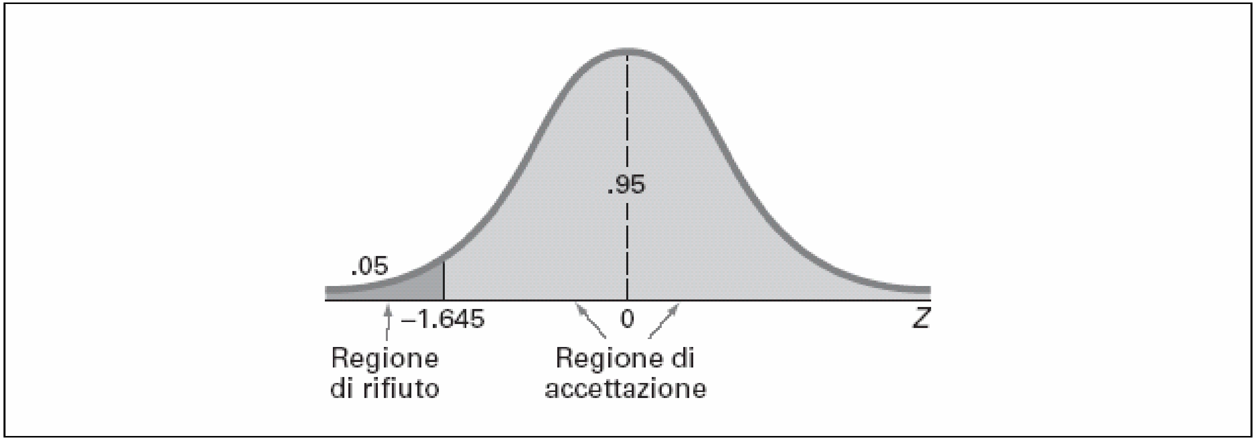
Fissato il livello di significatività α, possiamo individuare, anche in questo caso, il valore critico di Z_α.

Nel caso H_0: $\mu \geq 368$ contro H_1: $\mu < 368$ possiamo individuare il valore critico di Z_α come segue.

I test ad una coda

Come potete osservare dalla Tabella 9.2 e dalla Figura 9.6, poiché la regione critica è contenuta nella coda di sinistra della distribuzione normale standardizzata e corrisponde a un'area di 0.05, il valore critico lascia alla sua sinistra una massa pari a 0.05; pertanto tale valore è −1.645 (media di −1.64 e −1.65).

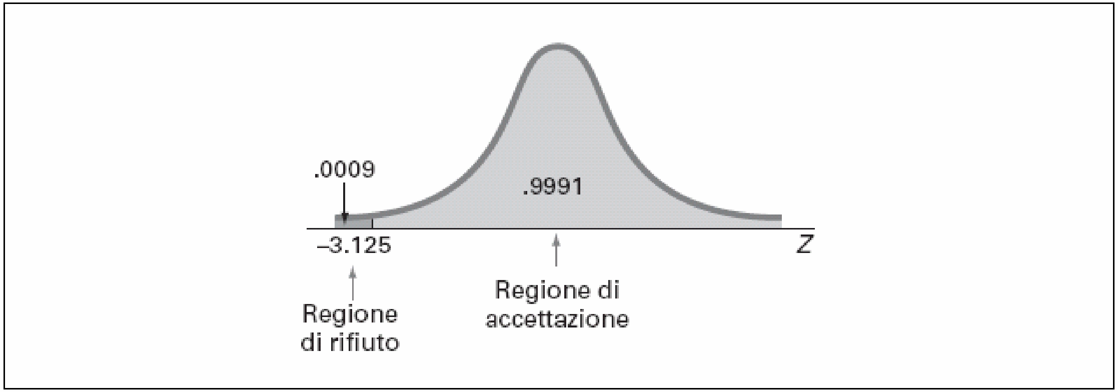
Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
−1.8	.0359	.0351	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
−1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
−1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455



I test ad una coda

Nell'approccio del *p*-value al test a una coda, si calcola la probabilità di ottenere o un valore della statistica test più grande di quello osservato o un valore più piccolo a seconda della direzione dell'ipotesi alternativa.

Se la regione di rifiuto risulta contenuta per intero nella coda di sinistra della distribuzione della statistica test *Z*, dobbiamo calcolare la probabilità che *Z* assuma un valore minore di *Z* osservato, ad esempio −3.125. Tale probabilità, in base alla Tavola E.2, è 0.009.



Il test di ipotesi *t* per la media (σ non noto)

In molte applicazioni lo scarto quadratico medio della popolazione σ non è noto ed è quindi necessario stimarlo con lo campionarie scarto quadratico medio *S*.

Se si assume che la popolazione abbia distribuzione normale allora la media campionaria si distribuisce secondo una *t* di Student con (n−1) gradi di libertà

Statistica *t* per la verifica d'ipotesi sulla media (σ non noto)

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{S / \sqrt{n}} \qquad \textbf{(9.2)}$$

Se variabile casuale *X* non ha una distribuzione normale la statistica *t* ha comunque approssimativamente una distribuzione *t* di Student in virtù del Teorema del Limite Centrale.

Il test di ipotesi *t* per la media (σ non noto)

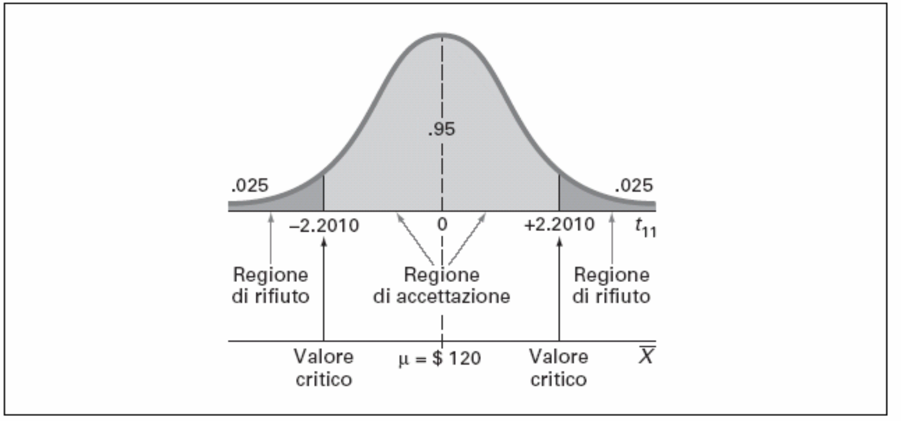
Per illustrare l'uso del test t si consideri un campione di fatture per valutare se l'ammontare medio delle fatture è stato uguale a $120.

1. H_0: $\mu = 120$ H_1: $\mu \neq 120$
2. α=0.05 e $n=12$
3. poiché σ non è noto la statistica test è t con $n-1$ gradi di libertà
4. il test è a due code e i valori critici si determinano dalla Tav. E3.

	Area nella coda destra					
Gradi di libertà	0.25	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
1	1.0000	3.0777	6.3138	12.7062	31.8207	63.6574
2	0.8165	1.8856	2.9200	4.3027	6.9646	9.9248
3	0.7649	1.6377	2.3534	3.1824	4.5407	5.8409
4	0.7407	1.5332	2.1318	2.7764	3.7469	4.6041
5	0.7267	1.4759	2.0150	2.5706	3.3649	4.0322
6	0.7176	1.4398	1.9432	2.4469	3.1427	3.7074
7	0.7111	1.4149	1.8946	2.3646	2.9980	3.4995
8	0.7064	1.3968	1.8595	2.3060	2.8965	3.3554
9	0.7027	1.3830	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498
10	0.6998	1.3722	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693
11	0.6974	1.3634	1.7959	2.2010	2.7181	3.1058

Fonte: Tavola E.3.

Il test di ipotesi *t* per la media (σ non noto)



5. dati i valori delle 12 fatture campionate
108.98 152.22 111.45 110.59 127.46 107.26
93.32 91.97 111.56 75.71 128.58 135.11
si ottiene $\overline{X}$= 112.85 e *S*= 20.80 e quindi

$$t=\frac{\overline{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}=\frac{112.85-120}{20.80/\sqrt{12}}=-1.19$$

6. poiché −2.201 < t = −1.19 < +2.201 l'ipotesi nulla non va rifiutata

Il test di ipotesi *Z* per la proporzione

In alcuni casi si è interessati a verificare ipotesi su π, la proporzione di unità nella popolazione che possiedono una certa caratteristica. A tale scopo, per un campione casuale estratto dalla popolazione, si deve calcolare la **proporzione campionaria** $p=X/n$. Se il numero di successi X e di insuccessi $(n-X)$ sono entrambi >5, la distribuzione della proporzione di successi può essere approssimata dalla distribuzione normale e, quindi, si può ricorrere alla statistica Z per la proporzione.

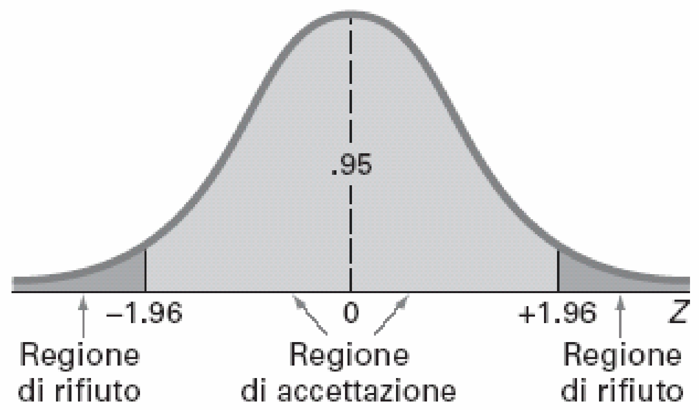
Statistica test *Z* per la verifica d'ipotesi sulla proporzione

$$Z = \frac{p-\pi}{\sqrt{\pi(1-\pi)/n}} \qquad \textbf{(9.3)}$$

La statistica test Z ha approssimativamente una distribuzione normale standard

Il test di ipotesi Z per la proporzione

Esempio: dato un campione casuale di 899 persone che lavorano a casa, 369 delle quali sono donne, si è interessati a stabilire se la proporzione di donne è il 50%, cioè H_0: $\pi=0.5$. Si ha quindi $p=X/n=369/899=0.41$. Fissato un livello di significatività $\alpha=0.05$, le regioni di accettazione e rifiuto sono illustrate in figura (dalla tavola E.2 il valore critico è $Z_{0.025}=1.96$).

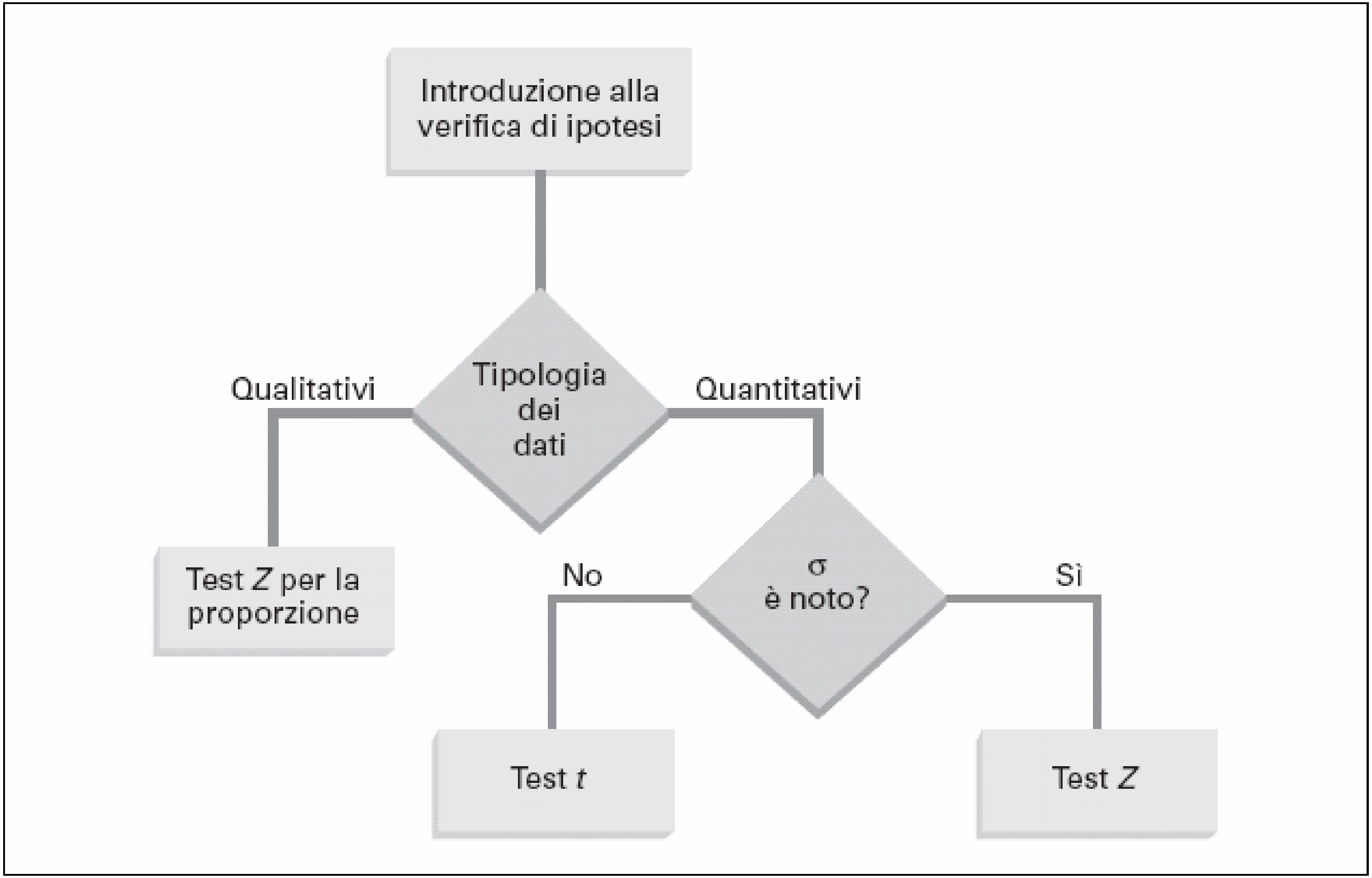


Il test di ipotesi *Z* per la proporzione

$$Z = \frac{p-\pi}{\sqrt{\pi(1-\pi)/n}} = \frac{0.41-0.50}{\sqrt{0.50(1-0.50)/899}} = \frac{-0.09}{0.0167} = -5.37$$

Poiché −5.37 < −1.96 l'ipotesi nulla va rifiutata. Possiamo quindi concludere che a livello di significatività α=0.05 la proporzione di donne che lavorano da casa non è pari a 0.50.

Riepilogo



Introduzione alla verifica di ipotesi
Tipologia dei dati
Qualitativi
Quantitativi
Test Z per la proporzione
σ è noto?
No
Sì
Test t
Test Z