



Capitolo 3

Misura di rumore

3.1 Misure di rumore di ampiezza

Il rumore è una forma di energia indesiderata che si somma al segnale utile degradandone il contenuto informativo, ed impedendo così di rilevare, in ricezione, l'insieme delle informazioni trasmesse.

Esistono vari tipi di rumore che interessano il campo dell'Elettronica e delle Telecomunicazioni e che si schematizzano come segue:

- **Rumore bianco** - Forma di rumore il cui spettro comprende energia a tutte le frequenze dello spettro elettromagnetico ed equamente distribuita.
- **Rumore di intermodulazione** - Rumore prodotto dalla non linearità dei dispositivi elettronici e che consiste nella presenza, nel segnale in uscita dal dispositivo, di armoniche indesiderate non presenti nel segnale in ingresso.
- **Rumore di modo comune** o di modo normale - Rumore presente in ingresso ad uno strumento di misura insieme al segnale da misurare e non separabile da questo.
- **Rumore di quantizzazione** - Perdita di informazione che ha luogo durante la trasformazione di un segnale analogico in digitale, ad esempio nel P.C.M.
- **Rumore tipo shot** - Rumore presente in un tubo termoionico e dovuto alle fluttuazioni di corrente presenti fra anodo e catodo. Anche il rumore dovuto alle candele nei motori a scoppio è di tipo impulsivo e si può classificare di tipo shot.



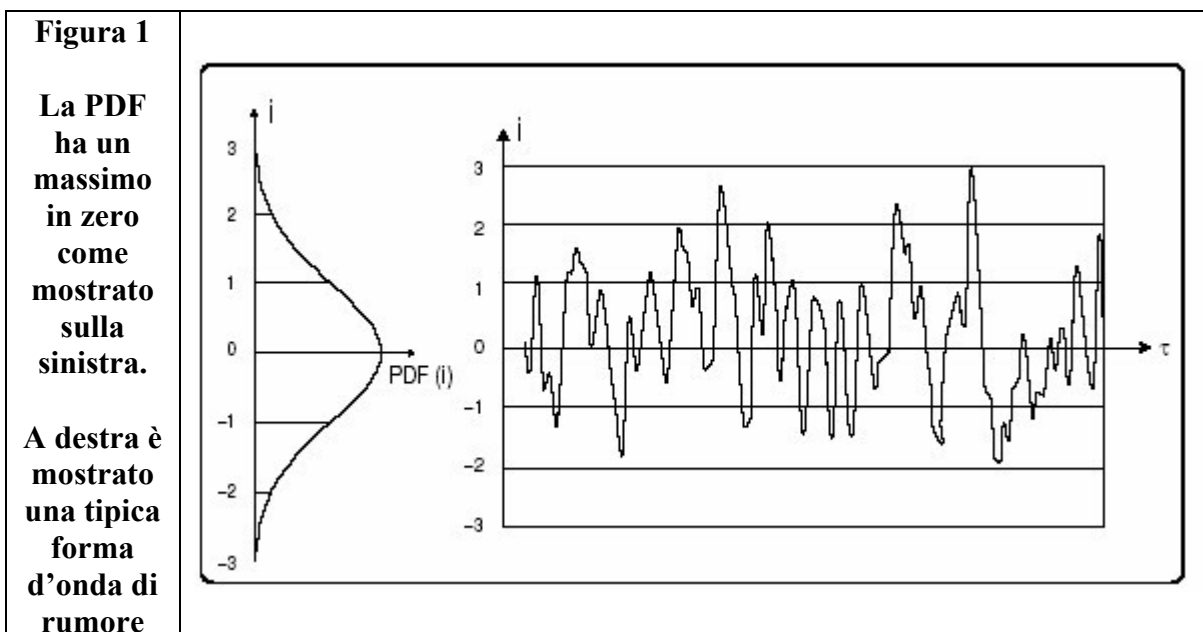
- **Rumore termico** - Rumore dovuto all'agitazione termica degli elettroni presenti in una resistenza. È funzione della temperatura ma è anche un rumore bianco.

Introduciamo le caratteristiche generali di rumore e la sua misurazione diretta.

3.1.1 Rumore semplice – Bandabase, Reale, Gaussiano

Il rumore è dovuto al moto indipendente e casuale degli elettroni. Per questo motivo, la variazione del flusso di corrente è riportato su di una curva sagomata a campana nota come la Funzione Densità di Probabilità (PDF) avente come variabile aleatoria una Gaussiana.

La PDF Gaussiana è mostrata in Figura 1





La PDF Gaussiana spiega alcune delle caratteristiche di un rumore visto su uno strumento come quello di un oscilloscopio.

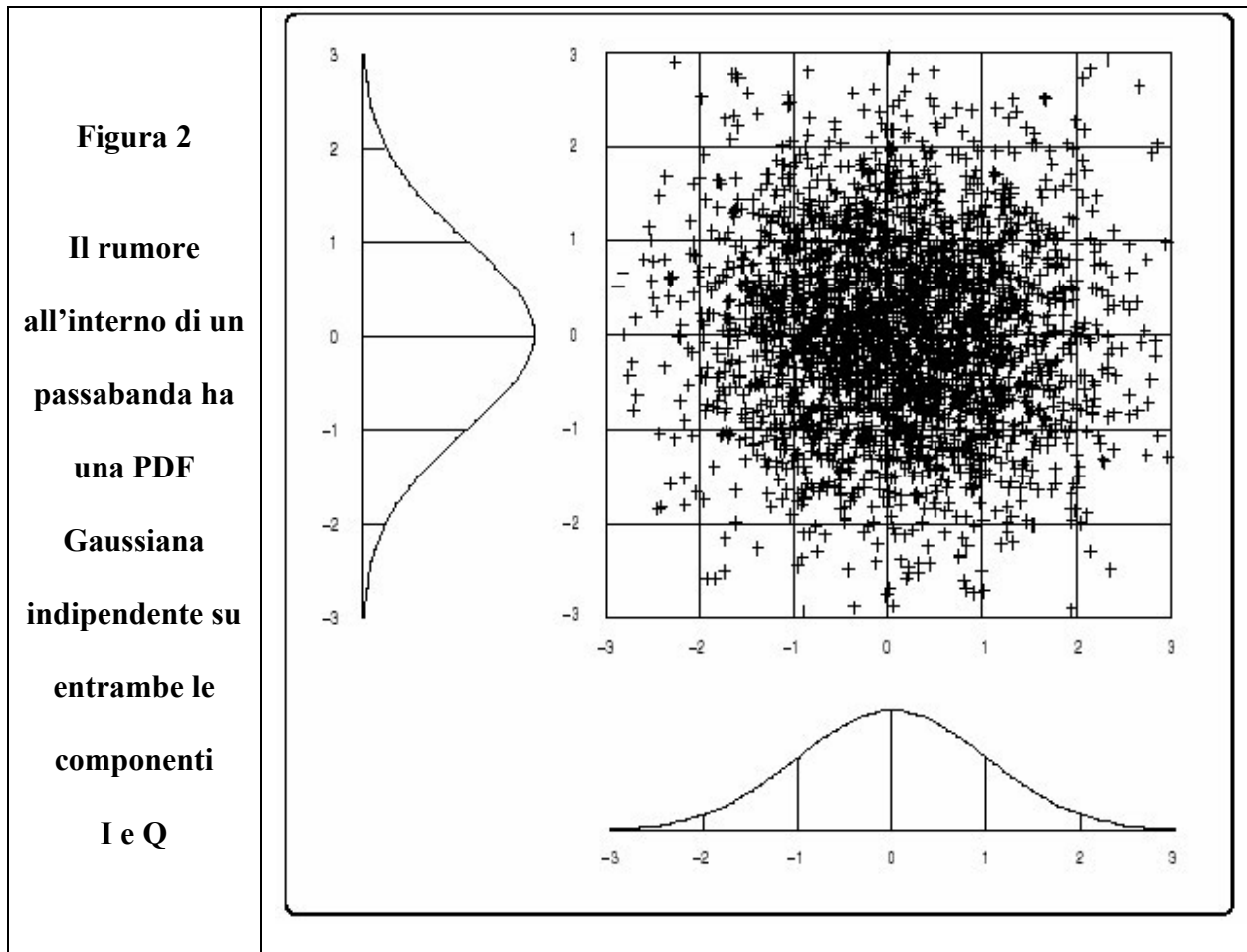
3.1.2 Rumore passabanda – Componenti I e Q

Quando si lavora in radiofrequenza RF utilizzando un analizzatore di spettro, di solito si studiano segnali all’interno di un passabanda, come ad esempio in un canale di comunicazione wireless. Il rumore in questa banda ha ancora una PDF Gaussiana e purtroppo pochi strumenti RF visualizzano questa metrica.

Si può, di un segnale passabanda analizzare, invece, i loro moduli e fasi (coordinate polari) oppure le componenti I e Q. Queste ultime sono la In-fase (I) e la Quadratura (Q) ovvero le componenti reali ed immaginarie del segnale *analitico* nella rappresentazione in coordinate cartesiane. Di base gli analizzatori di spettro misurano il modulo di un segnale. In questo paragrafo si è interessati alle caratteristiche del modulo di un rumore.

Si può considerare il rumore all’interno di un passabanda come un segnale composto dalle componenti I e Q indipendenti, ognuno delle quali con una PDF Gaussiana.

La Figura 2 mostra le componenti I e Q di rumore rappresentato nel piano I/Q



Il segnale nel passabanda è dato dalla somma del modulo I, $[v_i]$, moltiplicato per un'onda cosinusoidale, e dal modulo Q, $[v_q]$, moltiplicato per un'onda sinusoidale (entrambe alla stessa frequenza centrale del passabanda). Di conseguenza si possono discutere solo le componenti I e Q senza la complicazione delle onde sinusoidali e cosinusoidali.

Gli analizzatori di spettro rispondono al modulo del segnale all'interno del loro passabanda RBW.

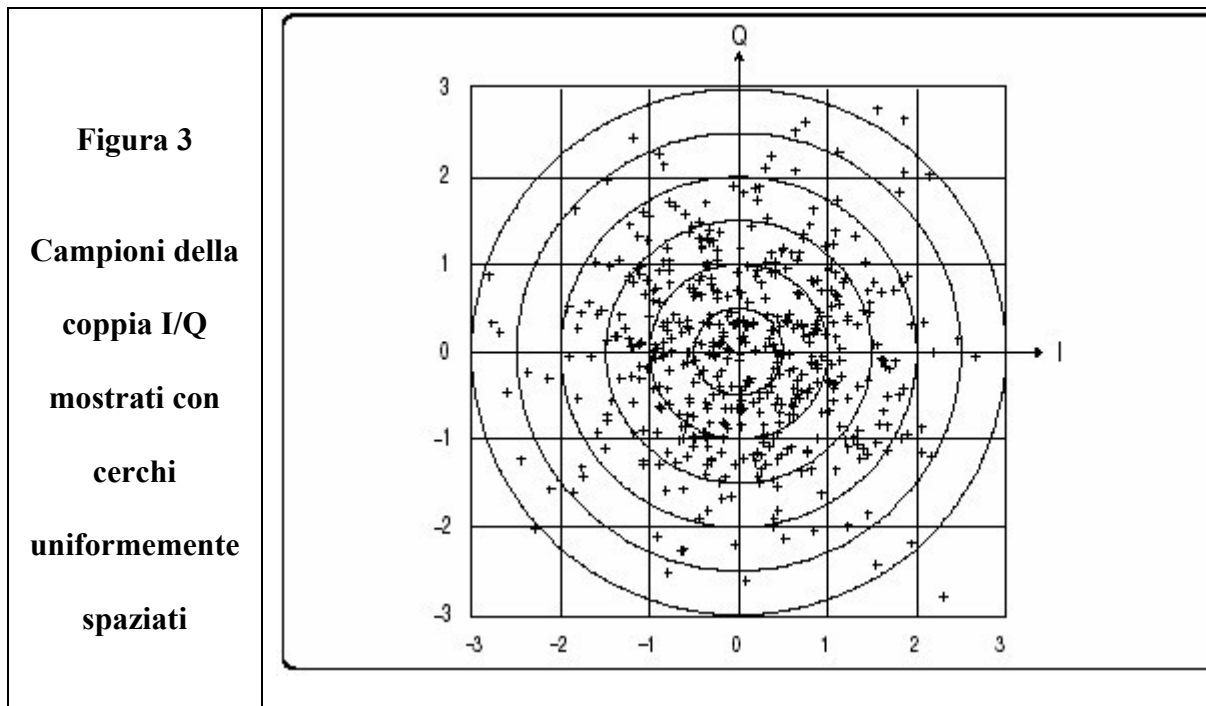


Il modulo, o l'involuppo, del segnale rappresentato dalle componenti I e Q è dato da:

$$u_{env} = \sqrt{(v_I^2 + v_Q^2)}$$

Graficamente, l'involuppo è la lunghezza del vettore dall'origine degli assi I e Q.

E' istruttivo tracciare cerchi di ampiezza o involuppo costante uniformemente spazati come mostrato in Figura 3.



Se si contasse il numero dei campioni all'interno di ogni anello, si vedrebbe che l'area attorno allo zero volts non ha il maggior numero di campioni. Nonostante la densità dei campioni sia alta, quell'area risulta piccola rispetto agli'altri anelli.



Il conteggio di ogni anello costituisce un istogramma della distribuzione dell'involuppo. Se la distanza degli anelli si riducesse al limite, si otterrebbe una funzione continua della distribuzione.

Questa funzione continua è la PDF dell'involuppo del rumore passabanda. Essa è una distribuzione Rayleigh della tensione v_{env} dell'involuppo, indicata semplicemente con v , dipendente da sigma dalla seguente equazione:

$$PDF(v) = \left(\frac{v}{\sigma^2}\right) \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{v}{\sigma}\right)^2\right)$$

La distribuzione Rayleigh è mostrata in Figura 4

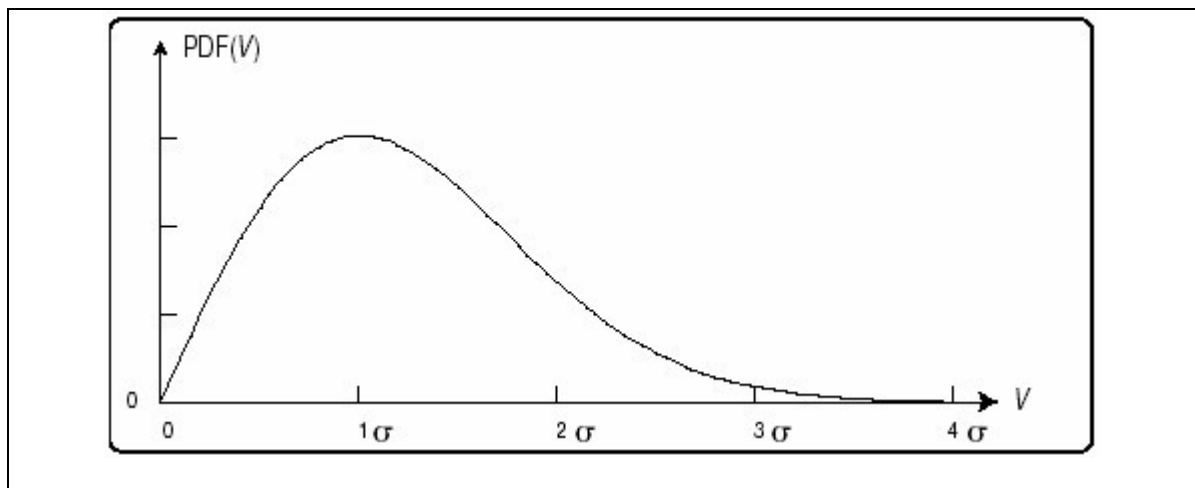


Figura 4 La PDF della tensione d'involuppo di un rumore è una distribuzione di Rayleigh La PDF è zero a 0 Volts anche se le PDF delle componenti individuali I e Q sono massime a 0 Volts. La PDF risulta massima per $V = \sigma$



3.1.3 Misurazione della potenza di rumore con un rivelatore d'involuppo

La potenza di rumore è il parametro che di solito si vuole misurare con un analizzatore di spettro. Matematicamente, è la media temporale di $v^2(t)/R$, dove R è l'impedenza e $v(t)$ è la tensione all'istante t .

A primo sguardo, si pensa di misurare la potenza trovando la media dell'involuppo della tensione in un intervallo di osservazione fare il quadrato, e poi dividere per R . Ma trovare *il quadrato della media* non è la stessa cosa che trovare *la media dei quadrati*. Infatti, si ottiene una sotto-misura del rumore di 1,05 dB dal quadrato della media rispetto alla media dei quadrati.

La media dell'involuppo della tensione è dato dall'integrale del prodotto della tensione con la funzione densità di probabilità che l'involuppo porta su questa tensione.

$$\bar{v} = \int_0^{\infty} v \text{PDF}(v) dv = \sigma \sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

Dove questa probabilità è la PDF Rayleigh.

La potenza media del segnale è dato da una espressione analoga con $v^2(t)/R$ al posto della v .

$$\bar{p} = \int_0^{\infty} \left(\frac{v^2}{R}\right) \text{PDF}(v) dv = \frac{2\sigma^2}{R}$$



Si può comparare la vera potenza \bar{p} con il valore di \bar{v}^2/R dove \bar{v} è la media dell'involuppo della tensione, si trova che il rapporto è di 1,05 dB indipendentemente dai valori di σ ed R .

$$10 \log\left(\frac{\bar{v}^2/R}{\bar{p}}\right) = 10 \log\left(\frac{\pi}{4}\right) = -1.05 \text{ dB}$$

Così, se si volesse misurare il rumore con un analizzatore di spettro usando la rilevazione d'involuppo della tensione (in scala lineare) e mediando, bisognerebbe aggiungere 1,05 dB al risultato per compensare la media dei valori della tensione al quadrato.

3.1.4 Modalità logaritmica

Gli analizzatori di spettro sono usati più comunemente nella visualizzazione logaritmica, nella quale l'asse verticale è calibrato in decibels.

Questo permette di vedere di nuovo la PDF, per l'involuppo della tensione del rumore, in funzione dei valori logaritmici, e segnando l'asse delle x con punti egualmente spazati su una scala in decibel, che, nel caso in Figura 5, spazati di 1 dB.

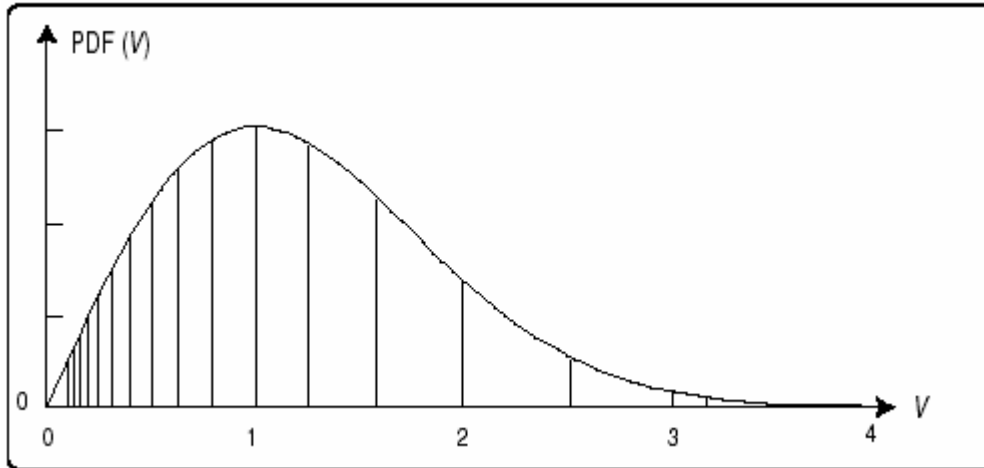
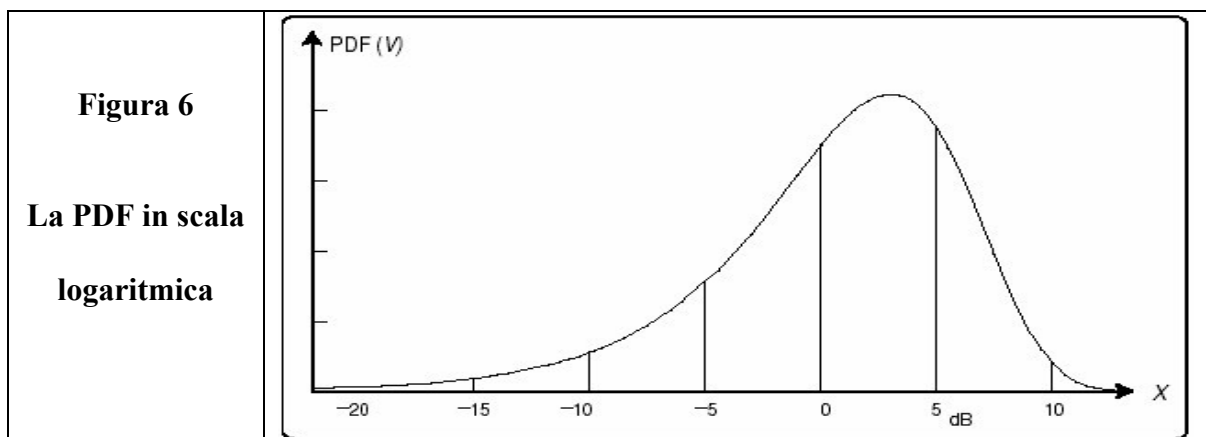


Figura 5 Il grafico della PDF dell'involuppo della tensione di rumore. L'intervallo di 1 dB segnato sull'asse delle x mostra come la densità di probabilità è diversa su scala logaritmica rispetto a quella lineare.

L'area sotto la curva tra 2 marcatori adiacenti è la probabilità dell'involuppo della tensione all'interno di un intervallo di 1 dB.

La Figura 6 rappresenta la PDF continua sull'asse logaritmico. Si noti che la PDF del rumore in scala logaritmica è larga di circa 30 dB.





3.1.5 Misura della potenza di rumore in scala logaritmica

Quando un analizzatore di spettro è visualizzato nel modo logaritmico (dB), è possibile ottenere il valore della media dei risultati in diversi modi. Tracce multiple possono essere mediate, ovvero, l'involuppo può essere mediato mediante l'azione di un filtro video, oppure il risultato può essere visualizzato mediante la media eseguita sull'asse delle x. Alcuni analizzatori di recente costruzione presentano anche un rilevatore che media l'ampiezza del segnale per la durata del tempo di misurazione.

Quando si esprime la potenza media del rumore in decibels, si calcola un logaritmo. Quando si media l'uscita della scala logaritmica di un analizzatore di spettro, si calcola la media del logaritmo. Il *logaritmo della media* non è uguale alla *media del logaritmo*. Così come per la media dell'involuppo della tensione che è diversa dall'involuppo medio della potenza, si trova che la potenza espressa in logaritmo causa una risposta inferiore al rumore di 2,51 dB, piuttosto che 1,05 dB.

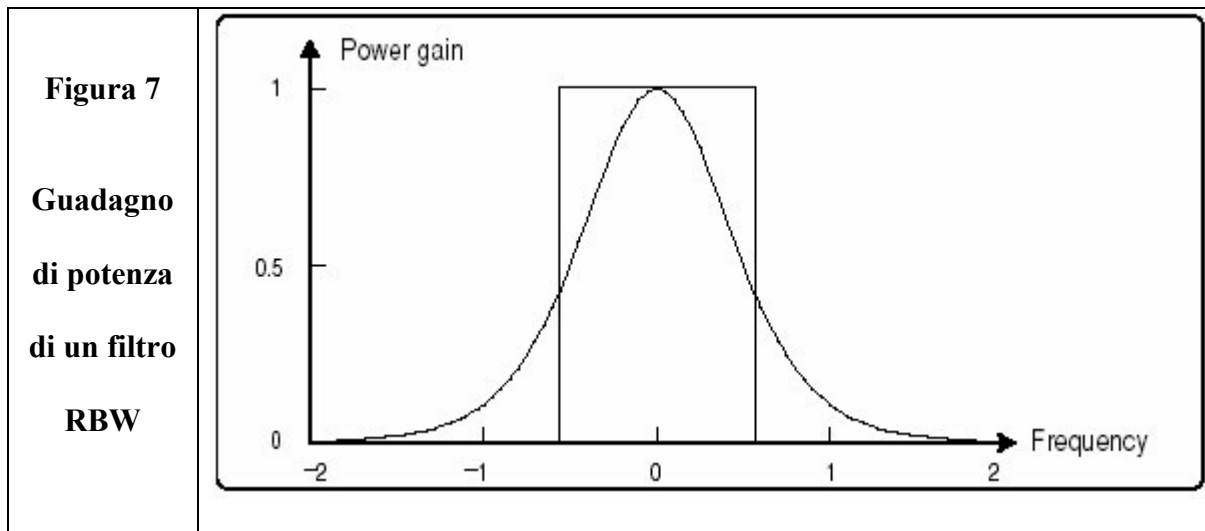
L'azione del logaritmo causa una compressione per grandi picchi di rumore, infatti con un picco di 10 volte il livello medio si ottiene solamente 1 dB di valore più alto. Viceversa, l'involuppo attorno allo zero causa un'espansione in decibel verso l'infinito negativo. La combinazione di questi due aspetti della curva logaritmica ci suggerisce l'utilità dei decibel per una misurazione delle basse potenze.



3.1.6 Larghezza di banda equivalente di rumore

Prima di discutere la misura del rumore con un analizzatore di spettro, è necessario capire prima il filtro RBW di un analizzatore.

Il filtro ideale RBW è piatto nel passabanda ed ha un'attenuazione infinita fuori dal passabanda. La maggior parte degli analizzatori di spettro usano quattro filtri sincronizzati per i loro RBW filtri. Si può disegnare il guadagno della potenza (ovvero il quadrato del guadagno della tensione) del filtro RBW come mostrato in Figura 7.



La risposta del filtro al rumore può essere modellato come un filtro rettangolare avente la stessa area e livello di picco e la cui larghezza di tale filtro è detta *larghezza di banda equivalente di rumore*. La densità di rumore all'ingresso del filtro RBW è dato dalla potenza in uscita diviso la larghezza di banda equivalente di rumore.



Il rapporto della larghezza di banda di rumore alla larghezza di banda di -3 dB (un RBW è solitamente identificato dai suoi -3 dB BW) è data dalla seguente tabella:

Filter type	Application	NBW/ -3 dB BW
4-pole sync	Most SAs analog	1.128 (0.52 dB)
5-pole sync	Some SAs analog	1.111 (0.46 dB)
Typical FFT	FFT-based SAs	1.056 (0.24 dB)

3.1.7 Il marcatore di rumore

Come si è discusso prima, il livello misurato all'uscita di un analizzatore di spettro deve essere manipolato per ottenere la desiderata misura della densità di rumore all'ingresso. Questa manipolazione coinvolge tre fattori, che possono essere aggiunti in unità in decibel:

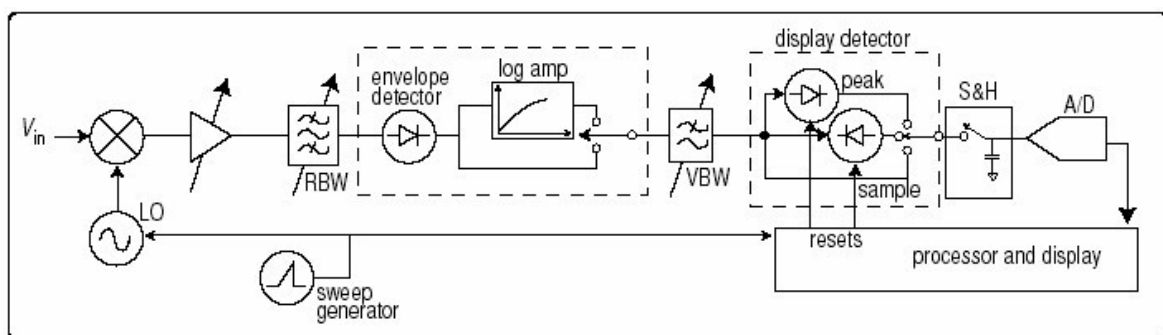
- Sotto-risposta dovuta alla rilevazione d'involuppo della tensione (si aggiunge 1,05 dB) o risposta in scala logaritmica (si aggiunge 2,51 dB)
- Sovra-risposta dovuta al rapporto della larghezza equivalente di rumore alla larghezza di banda -3 dB (si sottrae 0,52 dB)
- Normalizzazione ad una larghezza di banda di 1 Hz (si sottrae 10 volte il log della RBW, dove la RBW è dato in unità di Hz)



Molti analizzatori di spettro includono un marcatore di rumore che mettono in conto questi fattori. Per ridurre la variazione del risultato, l'analizzatore (nel caso degli analizzatori Agilent 8590 e 8560) calcola la media di 32 tracce di punti centrati attorno al marcatore localizzato. La famiglia degli analizzatori Agilent permettono di selezionare il numero dei punti in una traccia, calcola la media sulla metà di una divisione centrata sul marcatore localizzato. Per una misurazione più accurata, bisogna essere sicuri di non mettere il marcatore troppo vicino ad una componente spettrale discreta. Il risultato finale di questi calcoli è una misura ideale della densità di rumore, teoricamente, in una larghezza di banda di 1 Hz. Le unità sono tipicamente espresse in dBm/Hz.

3.1.8 Rilevazione d'involuppo di un analizzatore di spettro

Uno schema a blocchi semplificato di un analizzatore di spettro è mostrato nella seguente figura:





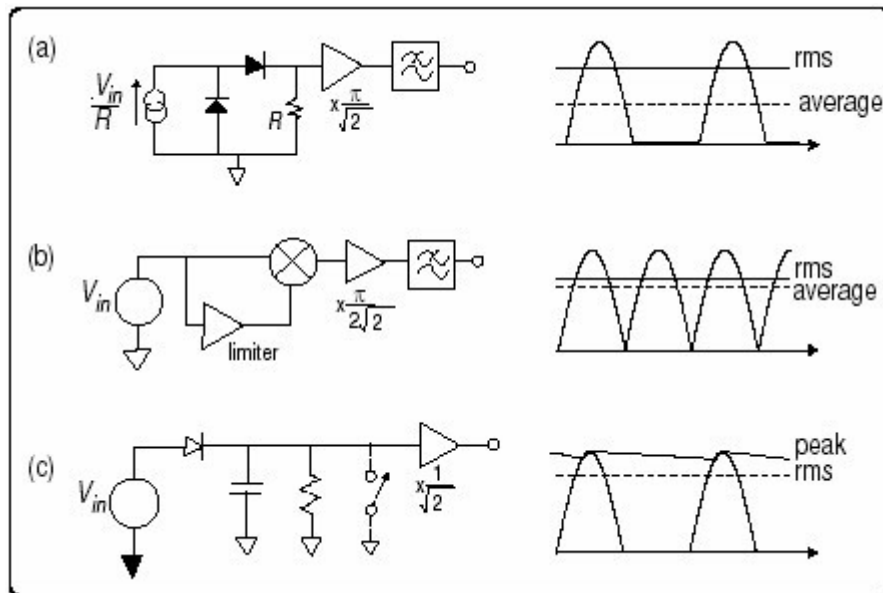
Il blocco rilevatore logaritmo d’involuppo è mostrato nella tipica configurazione degli analizzatori di spettro (qui nel caso degli analizzatori Agilent 8560 Serie E). Anche se l’ordine di questi due circuiti può essere invertito, il concetto importante per il riconoscimento dell’involuppo è che un segnale IF va in questo blocco ed esce poi un segnale bandabase (riferito come il segnale “video” è stato usato per deflettere gli elettroni negli analizzatori di spettro analogici).

Si nota che c’è un secondo set di rilevatori nel diagramma a blocco: il campionamento di picco *peek/pit/sample* di quello che è normalmente chiamato il *detector mode* dell’analizzatore di spettro. Questi *display detectors* non sono rilevanti per questa discussione., e non deve essere confuso con il rilevatore d’involuppo.

Le caratteristiche salienti del rilevatore d’involuppo sono due:

- La tensione di uscita è proporzionale all’involuppo della tensione in ingresso.
- La larghezza di banda per la variazione d’involuppo che segue è grande comparato alla più larga RBW.

La figura seguente mostra le rilevazioni d’involuppo e le loro forme d’onda in (a) e (b) associate.

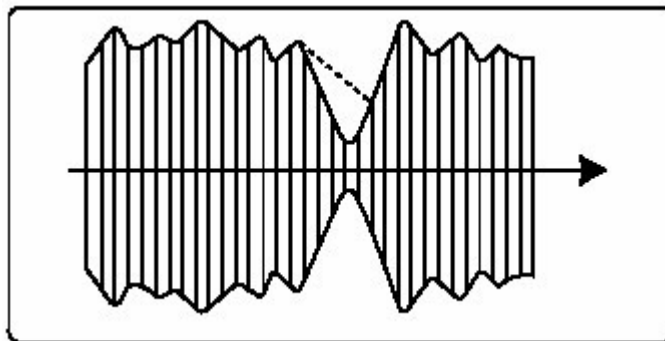


Si noti che il guadagno richiesto per ottenere l'uscita media uguale al valore quadratico medio (rms) di un ingresso sinusoidale è differente per le tipologie diverse.

In genere si afferma che “un rivelatore d'involuppo è un rivelatore di picco”, dopo tutto, un rivelatore idealizzato che risponde al picco di ogni ciclo di IF è un facile modello concettuale di un comportamento ideale. Ma in realtà i rivelatori di picco non si azzerano su ogni ciclo IF. In figura (parte c) mostra un tipico rivelatore di picco con il suo fattore di guadagno calibrato. E' chiamato rivelatore di picco perché la sua risposta è proporzionalmente alla tensione di picco del segnale. Se il segnale è puramente sinusoidale senza modulazione, un rivelatore di picco e un rivelatore d'involuppo operano identicamente.



Ma se il segnale ha variazione nel suo inviluppo, il rilevatore d'inviluppo con il filtro passa basso LPF mostrato seguirà linearmente quelle variazioni dato appunto dalle sue caratteristiche lineari.; viceversa il rilevatore di picco lo seguirà in modo non lineare, suscettibile alle variazioni negative dv/dt come mostrato nella seguente figura.



La non linearità costituirà un comportamento imprevedibile per segnali con rumore come variazioni statistiche.

3.1.9 Precauzioni da usare quando si misura il rumore

Ci sono tre modi in cui la misurazione del rumore può risultare fedele su di uno schermo di un analizzatore di spettro.

1° Cautela, input mixer level. Un rumore, come segnale di ampiezza molto alto, potrebbe essere *overdrive* per il front-end dell'analizzatore di spettro, mentre che il segnale è visualizzato all'interno di un normale range. Questo problema nasce ogni qualvolta la



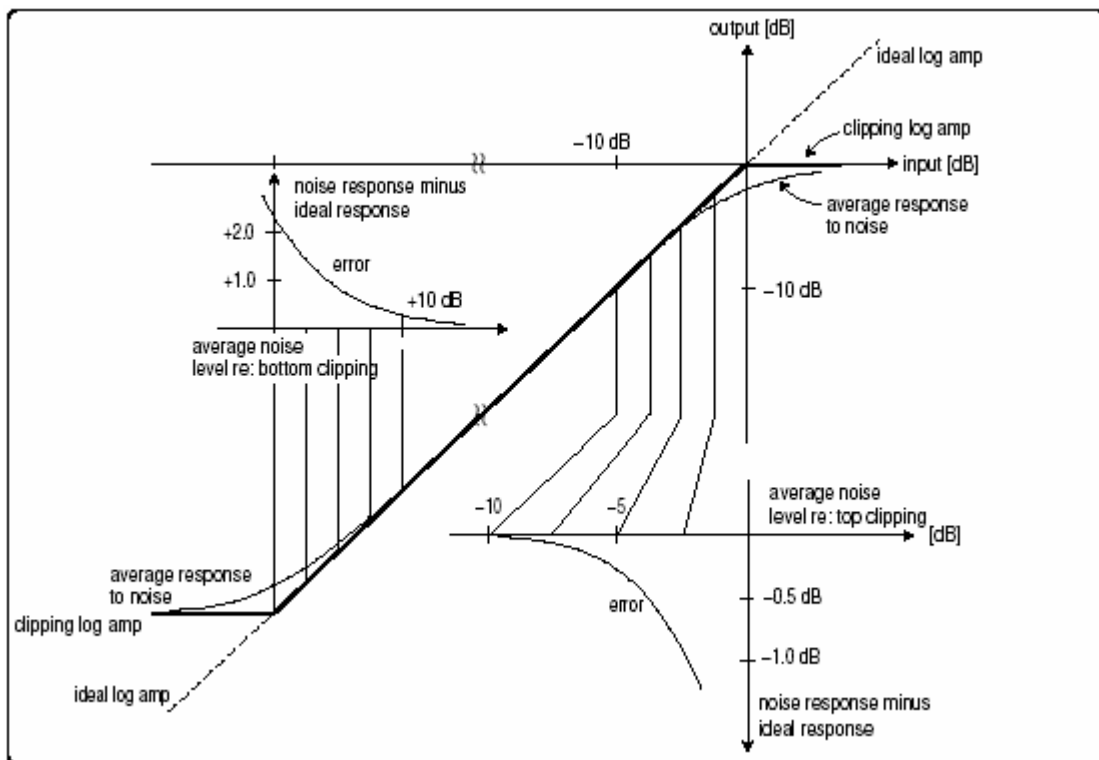
larghezza di banda del rumore sia molto più larga del RBW. La potenza all'interno del RBW sarà più bassa di circa 10 volte in decibel della potenza totale rispetto al rapporto della larghezza di banda del segnale in ingresso al RBW. Per esempio, un segnale CDMA IS-95, con una larghezza di banda di 1,23 MHz è 31 dB più ampia della potenza in una RBW a 1 kHz. Se la potenza indicata all'ingresso del mixer con un RBW di 1 kHz è -20 dBm, allora il mixer in tal caso vede circa +11 dBm. Molti analizzatori di spettro sono specificati per -10 dBm al loro ingresso al mixer; il livello sotto il quale la compressione del mixer è specificato essere sotto 1 dB, per segnali CW (Carrier Wave – segnali sinusoidali senza modulazione) è solitamente 5 dB o molto più di -10 dBm. Il comportamento del mixer con un rumore Gaussiano non è garantito, specialmente perché il suo rapporto di picco medio è molto più alto che quello del segnale CW.

Mantenere la potenza del mixer sotto i -10 dBm è una buona cosa rispetto all'improbabilità di permettere una non linearità significativa del mixer. Quindi, in conclusione, la prima avvertenza è mantenere la potenza totale all'ingresso del mixer al di sotto dei -10 dBm.

2° Cautela, *overdriving the log amp.* Spesso il livello mostrato viene mediato usando la *trace averaging* o una larghezza di banda video (VBW) molto più piccola della RBW. In tal caso, picchi di rumore istantanei si evidenziano sul livello medio. Se il livello è abbastanza alto, per questi picchi la media risulterà in errore. La figura seguente mostra l'errore corretto dovuto per *overdriving* in scala logaritmica nel basso angolo, basato su un modello che ha il ritaglio in scala logaritmica al top del suo range. Tipicamente, le



amplificazioni in scala logaritmica, sono vicine al caso ideale per pochi dB. E' possibile fare lo switch dal modo logaritmico al comportamento nel modo lineare a livelli alti, che nel caso di errore più grande (e di segno opposto) a quelli calcolati dal modello sono possibili. Quindi, la 2° avvertenza è mantenere il livello medio visualizzato almeno 7 dB al di sotto del livello massimo calibrato del *log amp*.



3° **Cautela, underdriving the log amp.** L'opposto del problema *overdriving log amp* è il problema *underdriving log amp*. Con un modello ritagliato per la log amp, il risultato è stato ottenuto nell'angolo superiore sinistro della figura precedente. Quindi, la 3° avvertenza è mantenere il livello medio visualizzato almeno 14 dB sopra del livello minimo calibrato del log amp.

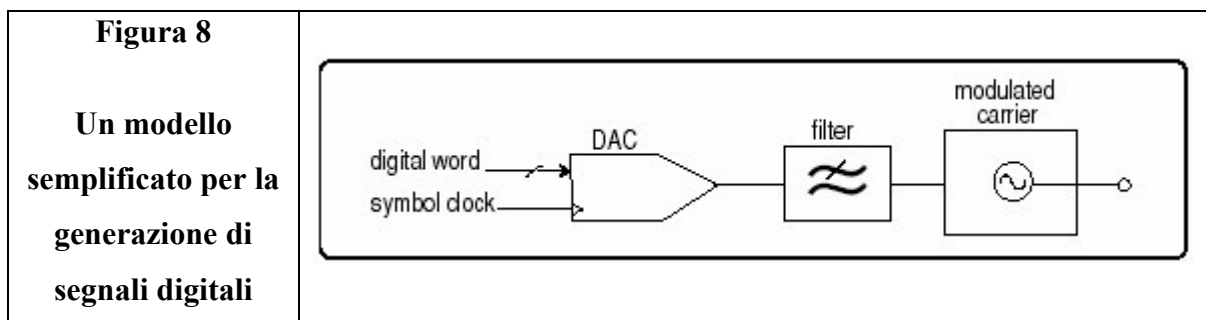


3.2 Misure su segnali "Noise-like"

Dopo aver discusso le caratteristiche del rumore e la sua misurazione, ora si discute tre differenti misure di segnali modulati digitalmente, dopo aver mostrato perché loro sono molto simili al rumore.

3.2.1 Il rumore come natura di segnali digitali

I segnali modulati digitalmente possono essere creati da un Convertitore Analogico Digitale (DAC) con simboli considerati come un gruppo di bit simultaneamente trasmessi, l'uscita poi viene filtrata per ridurre la larghezza di banda trasmessa, e poi modulando la portante. Si veda la figura 8.



Il segnale risultante non è ovviamente come il rumore se il segnale digitale è rappresentato da un semplice modello. Non ha neanche una distribuzione come il rumore nonostante la larghezza di banda di osservazione sia abbastanza larga data dalla natura discreta dell'uscita del DAC.



Ma, sotto molti aspetti, i bits dei segnali digitali, specialmente nelle condizioni di test, sono casuali. E di conseguenza l'osservazione della larghezza di banda viene ad essere stretta. Se il periodo del simbolo (reciproco del symbol rate) è meno che 1/5 della durata della maggiore risposta impulsiva del filtro RBW, il segnale all'interno della risoluzione della larghezza di banda del filtro è approssimativamente una Gaussiana in accordo al teorema del limite centrale.

Un tipico esempio è il segnale CDMA IS-95. Compiendo un'analisi spettrale, così come il test del rapporto di potenza del canale adiacente (ACPR) è usualmente fatto usando i 30 kHz RBW per osservare il segnale. Questa larghezza di banda è solo 1/40 della frequenza di base di simbolo (1,23 Msymbols/s), così il segnale nel RBW è la somma delle risposte impulsive a circa quaranta bits digitali pseudocasuali. Una PDF Gaussiana è un'eccellente approssimazione alla PDF di questo segnale.

3.2.2 Misura della potenza del canale

La maggior parte dei moderni analizzatori di spettro permettono la misura della potenza all'interno di un range di frequenze, chiamato larghezza di banda del canale. Il risultato visualizzato è ottenuto dal seguente calcolo:

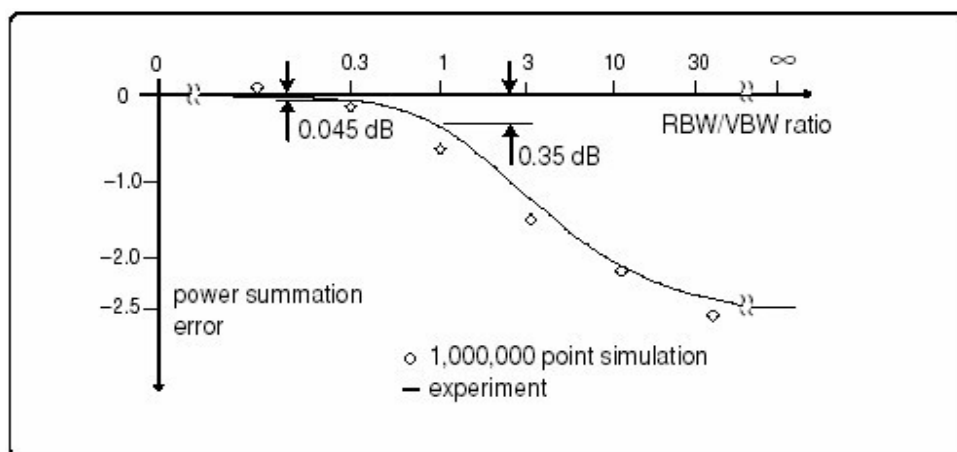
$$P_{ch} = \left(\frac{B_s}{B_n}\right) \left(\frac{1}{N}\right) \sum_{i=n1}^{n2} 10^{(P_i/10)}$$



P_{ch} è la potenza nel canale, B_s è la larghezza di banda specifica (conosciuta anche come la larghezza di banda del canale), B_n è la banda equivalente di rumore del RBW usata, N è il numero di punti nella sommatoria, p_i è il campione della potenza nella cella i in unita di dB (se p_i è in dBm, P_{ch} è in milliwatts). $n1$ ed $n2$ sono gli estremi dell'indice i dell'intervallo dei punti all'interno della larghezza di banda del canale. L'intervallo N è dato da:

$$N=(n2 - n1) + 1.$$

I calcoli sono efficienti per i segnali CW, così come per la modulazione sinusoidale. Il calcolo è un sommatoria di potenze. Se si è sicuri che il segnale è una sorgente di rumore si può fare la media del segnale e poi aggiungere 2,51 dB al risultato per avere una accurata misura. Ma se non si conosce le statistiche del segnale, la migliore tecnica di misurazione è non fare la media prima della sommatoria. Si usa un $VBW \geq 3RBW$ che è richiesto per una media accettabile. Nella figura seguente è mostrato la relazione che si determina sperimentalmente tra il rapporto VBW su RBW e la sotto-risposta della media parziale logaritmica del rumore.





3.2.3 Potenza del canale adiacente (ACP)

Ci sono molti standard per la misura dell'ACP con un analizzatore di spettro. Per segnali modulati digitalmente, la misura dell'ACP e la misura della potenza del canale sono entrambi simili, eccetto per l'ACP che è più facile. ACP è di solito il rapporto della potenza del canale principale alla potenza in un canale adiacente. Se la modulazione è digitale, il canale principale avrà un rumore statistico. Se i segnale adiacenti nel canale adiacente sono dovuti al rumore in broadband, rumore di fase, o rumore di intermodulazione, il canale adiacente avrà un rumore statistico. Un segnale spurio nel canale adiacente è molto probabile che sia modulato ed è anche possibile che si manifesti come un tono CW.

Se il canale principale e adiacente sono entrambi rumori, allora il loro rapporto sarà accuratamente misurato nonostante le loro vere potenze o potenze medie logaritmiche siano misurate. Così, a meno dei toni distinti CW trovati nei segnali, ACP è non soggetto alla cautele riguardo al VBW ed altre medie notate nel paragrafo precedente sulla potenza del canale.

Ma qualche standard ACP richiamano la misura della potenza assoluta, piuttosto che un rapporto di potenze. In tal caso, le cautele sul VBW ed altre medie vengono applicate.



3.2.4 Potenza della portante

Le portanti burst, o impulsive, come quelle usate nel TDMA, sono misurate diversamente rispetto alle portanti continue. La potenza del trasmittente è chiamata potenza della portante.

La potenza della portante è misurata con l'analizzatore di spettro in *zero span*. In questo modo, l'oscillatore locale dell'analizzatore non effettua lo sweep, così lo span sweep è zero. Il display allora mostra normalmente l'ampiezza sull'asse delle y, ed il tempo sull'asse delle x. Se settiamo la RBW ampia rispetto alla larghezza di banda del segnale burst, allora tutti i punti tracciati sul display rappresentano tutta la potenza nel canale. La potenza della portante è calcolata semplicemente mediando la potenza di tutti i punti del display rappresentati nel dominio del tempo. In base al tipo di modulazione, ogni punto viene spesso a trovarsi all'interno dei 20 dB dell'ampiezza più alta registrata.

Usando una larga RBW per la misura della portante significa che il segnale non avrà rumore di tipo statistico. In questo caso si setta il VBW come più ampio possibile. Consideriamo qualche esempio:

Per i PDC (Personal Digital Cellular), NADC (North American Dual model Cellular), e TETRA (Trans-European Trunked Radio), il symbol rates è sotto i 25 kb/s, così, un VBW settato al massimo lavorerà bene.



3.2.5 Rumore di picco rilevato e misura dell'ACP TDMA

I sistemi TDMA (Time Division Multiple Access, o burst RF) sono solitamente misurati con rilevatori di picco, gli eventi burst "off" non sono mostrati sullo schermo dell'analizzatore di spettro, distraendo potenzialmente l'utente.

Il picco di rumore supererà la potenza media di un valore che aumenta con la lunghezza del tempo sul quale il picco è osservato. Una combinazione di analisi, approssimazioni e sperimentazione conduce alla equazione per v_{pk} , il rapporto della potenza media di picco misurata sulla potenza media della misura campionata:

$$v_{pk} = [10 \text{ dB}] \log_{10} [\log_e (2\pi \tau BW_i + e)]$$

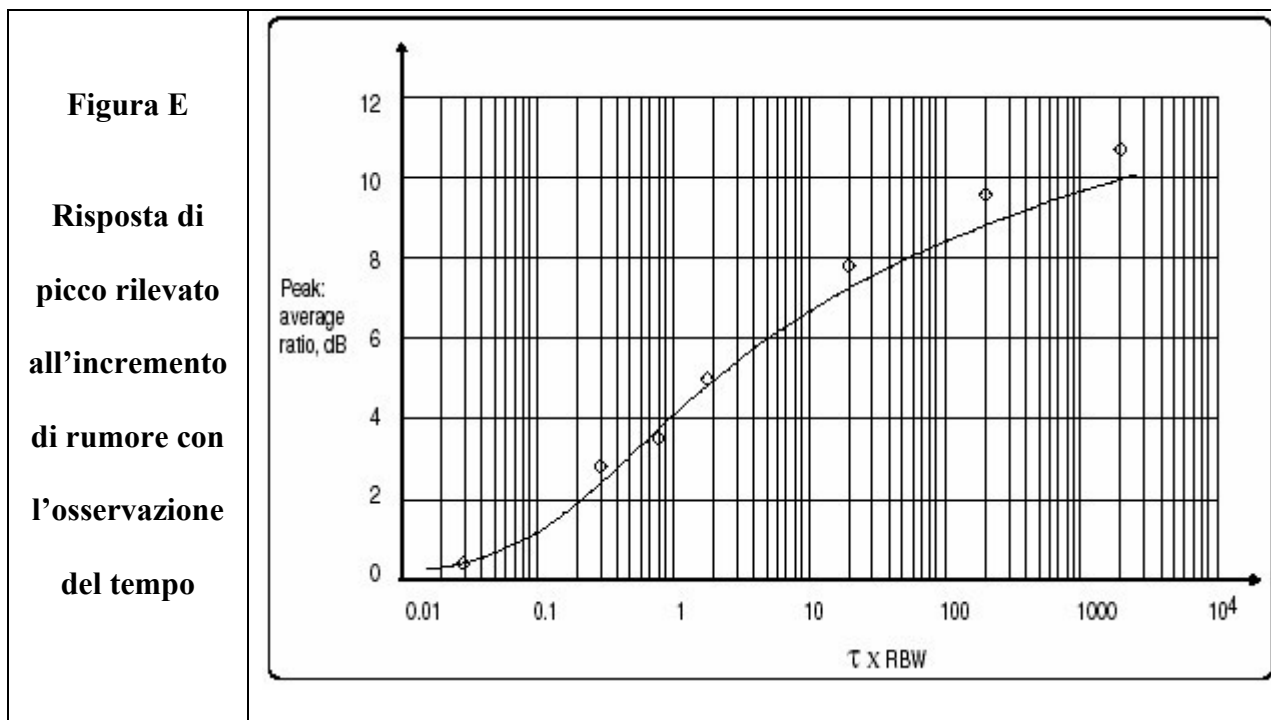
Tau (τ) è il periodo osservato, solitamente dato o dalla lunghezza del RF burst, o dallo sweep time dell'analizzatore di spettro diviso per i numeri di celle in uno sweep. BW_i è la larghezza di banda dell'impulso del filtro RBW.

Per un ideale filtro a fase lineare Gaussiano, BW_i è 1,499 volte la larghezza di banda a -3 dB. In questo caso, VBW sostanzialmente riduce la larghezza di banda dell'impulso.

Si nota che v_{pk} è il risultato di una "potenza media", la media del logaritmo del rapporto sarà differente. Il grafico in figura E mostra un paragone di questa equazione con dei risultati sperimentali. I risultati sperimentali andrebbero meglio se si adottassero



nell'equazione precedente 10,7 dB in luogo dei 10 dB, anche se l'analisi non sopporta tale cambio.



3.3 Media e dispersione nelle misure di rumore

I risultati della misura di rumore, visti come segnali, sono dispersivi. In effetti, questa dispersione è dovuta effettuando la media nei seguenti modi:



- dall'incremento della media all'interno di ogni misurazione di cella dell'analizzatore di spettro riducendo il VBW, o usando un rilevatore di media con un lungo *sweeptime*.
- dall'incremento della media come risultato all'interno del calcolo della potenza del canale dovuto all'incremento del numero di celle misurate che contribuiscono al risultato.
- mediando un numero di risultati calcolati.

3.3.1 Varianza e media

La varianza di un risultato è definito come il quadrato della sua deviazione standard σ^2 . La varianza è inversamente proporzionale al numero dei risultati mediati indipendentemente, così quando N risultati sono combinati, la varianza del risultato finale è σ^2/N .

La varianza del risultato di potenza di un canale calcolata da N celle misurate indipendentemente è similmente σ^2/N dove σ è la varianza della singola cella misurata. Questo σ^2 è un parametro molto interessante.

Se si misurasse la deviazione standard dell'involuppo del rumore logaritmico, troveremmo che σ è 5,57 dB. Così, il σ della potenza del canale su 100 celle misurate sarebbe 0.56 dB ($5.6/\sqrt{100}$). Ma compiendo la media su dato logaritmico non solo causa



una sotto-risposta di 2,51 dB, ma ha anche un'alta varianza desiderata. Gli spikes negativi, come a -30 dB, danno un significativo contributo alla varianza anche se rappresentano potenze molto piccole. La misura di una varianza calcolata mediando la potenza è più bassa di quella fatta calcolando la media del logaritmo di un fattore di 1,64.

Così, il σ della misura della potenza di un canale è più bassa di quella logaritmica di un fattore della radice quadrata di questo 1,64.

$$\begin{aligned}\sigma_{noise} &= 4.35 \text{ dB}/\sqrt{N} \quad [\text{power averaging}] \\ \sigma_{noise} &= 5.57 \text{ dB}/\sqrt{N} \quad [\text{log processing}]\end{aligned}$$

3.3.2 Media su un numero di risultati calcolati

Per ottenere una stima di una piccola varianza facendo la media individuale delle misure della potenza del canale, non bisogna convertire la potenza logaritmica in potenza assoluta. Le misure individuali, essendo i risultati di molte misure di celle sommate assieme, non ha alla lunga una distribuzione come la "logger Rayleigh" ma piuttosto tende ad una Gaussiana. Anche se le loro distribuzioni sono sufficientemente strette, la scala logaritmica è lineare abbastanza per avere una buona approssimazione.



3.3.3 Lo sweep rispetto all'analisi FFT

In merito alla discussione, si è assunto che la varianza ridotta di un fattore N era dato da un risultato indipendente. Questa indipendenza è tipica nel caso dell'analizzatore di spettro sweep, ed è dovuto al tempo richiesto per spaziare da una cella misurata alla successiva sotto le condizioni tipiche di span., RBW e sweep time. Gli analizzatori FFT avranno di solito molti meno punti indipendenti in una misura del canale, riducendoli, ma non eliminandoli, hanno il vantaggio teorico di avvicinarsi ad un vero rumori.

Per segnali di comunicazioni digitali, gli analizzatori FFT hanno l'enorme vantaggio in velocità nel compiere i calcoli. Si consideri una modulazione con inviluppo costante, così come usato nel telefonia cellulare GSM. La modulazione d'inviluppo costante significa che la potenza misurata sarà costante quando questa potenza è misurata su una larghezza di banda abbastanza larga ad includere tutta la potenza. L'analisi FFT fatto in larga scala compirà delle misurazioni di potenza nel canale con varianza molto bassa.

Ma l'analisi sweep sarà tipicamente compiuta con un RBW molto stretto che del symbol rate. In questo caso lo spettro è visto come un rumore e la potenza del canale misurato avrà una varianza molto grande che non è influenzato dall'ampiezza costante della modulazione.

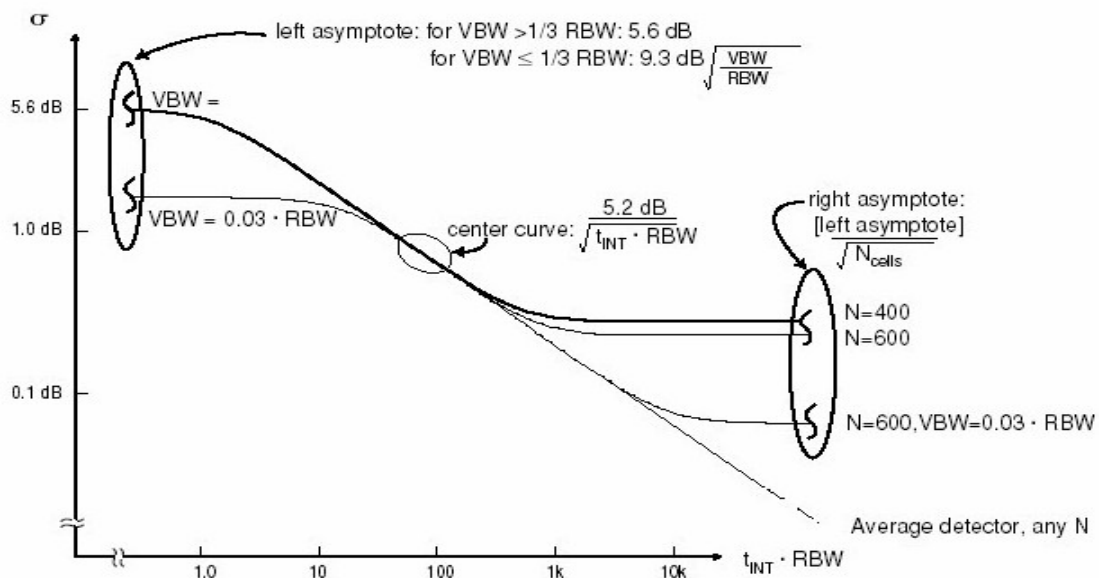


3.3.4 Zero span

Una misura *zero span* della potenza della portante è fatta con una larga RBW, così l'indipendenza dei punti è determinata dal symbol rate della modulazione digitale. I punti spaziatosi nella lunga durata di tempo saranno quasi completamente indipendenti. Lo *zero span* è qualche volta usata per altri rumori dove la larghezza di banda è molto più grande del RBW.

3.3.5 La deviazione standard della misura di rumore

La figura seguente mostra la deviazione standard della misura di rumore usando un analizzatore di spettro in zero span, mediando il risultato attraverso l'intero schermo ed usando la scala logaritmica.





t_{INT} è il tempo d'integrazione (sweep time). La curva è anche utile per la misura dello spettro swept, così come la misura della potenza del canale. Ci sono tre regioni che si individuano sulla curva. La regione di sinistra si applica ogni qualvolta il tempo d'integrazione è piccolo rispetto al rapporto di cambio dell'involuppo del rumore. Come discusso prima, senza filtro VBW, la deviazione standard σ è 5,6 dB. Quando il filtro video è applicato, la deviazione standard è migliorato da un fattore, il quale è la radice quadrata del rapporto delle due larghezze di banda del rumore: quello della larghezza di banda del video e quello della rilevazione d'involuppo del rumore.. La rilevazione d'involuppo del rumore ha metà larghezza di banda del rumore inosservato. Raggruppando i termini otteniamo la seguente equazione:

$$\sigma = (9.3 \text{ dB}) \sqrt{VBW/RBW}$$

La regione centrale si applica ogni qualvolta l'involuppo di rumore può muoversi significativamente durante il tempo d'integrazione, ma non così rapidamente a che i punti divengano incorrelati. In questo caso, l'integrazione si comporta come un filtro di rumore con risposta in frequenza di $\sin(\pi t_{INT})$ ed una larghezza di banda equivalente di rumore di $1/(2 t_{INT})$. Il rumore totale dovrebbe essere poi 5,6 dB volte la radice quadrata del rapporto della larghezza di banda del rumore dell'involuppo rilevato, ottenendo

$$5.2 \text{ dB} / \sqrt{t_{INT} RBW}$$

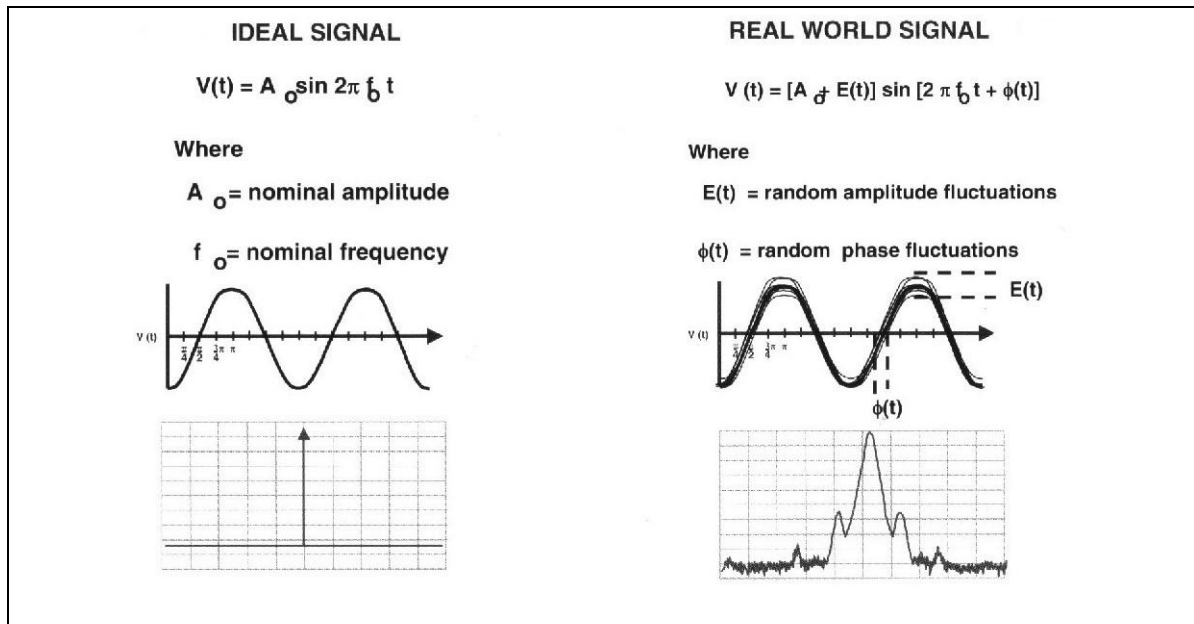


Nella regione di destra, lo sweep time dell'analizzatore di spettro è così lungo da misurare le celle individualmente, misurate con il rilevatore di campione, e sono indipendenti l'uno dalle altre. L'informazione sul segnale tra questi campioni è persa mentre aumentiamo il sigma del risultato. In questo caso, la deviazione standard è ridotta da quello del caso sinistro (il sigma di un campione individuale) dalla radice quadrata del numero delle celle misurate in uno sweep. Ma in un analizzatore che usa un rilevatore che media continuamente attraverso la misurazione di cella, nessuna informazione è persa, così la curva centrale si estende attraverso la parte destra del grafico indefinitamente.

Il rumore misurato dal grafico sigma dovrebbe essere moltiplicato da un fattore approssimato di 0,8 se la potenza del rumore è filtrato e mediato. (sigma va come la radice quadrata della varianza, il quale migliora di un fattore 1,64). Questo fattore si applica perché le misure della potenza del canale e la misura dell'ACP sono in scala di potenza. Comunque, quando si trattano misure filtrate VBW su una scala logaritmica in questo caso il fattore moltiplicativo non verrebbe applicato.

3.4 Misure di rumore di fase

Prima di dare la formale definizione di rumore di fase, si osservi la figura seguente che mostra la differenza tra un segnale ideale e lo stesso segnale affetto da rumore. Nel dominio della frequenza un segnale ideale è rappresentato da una singola linea spettrale.



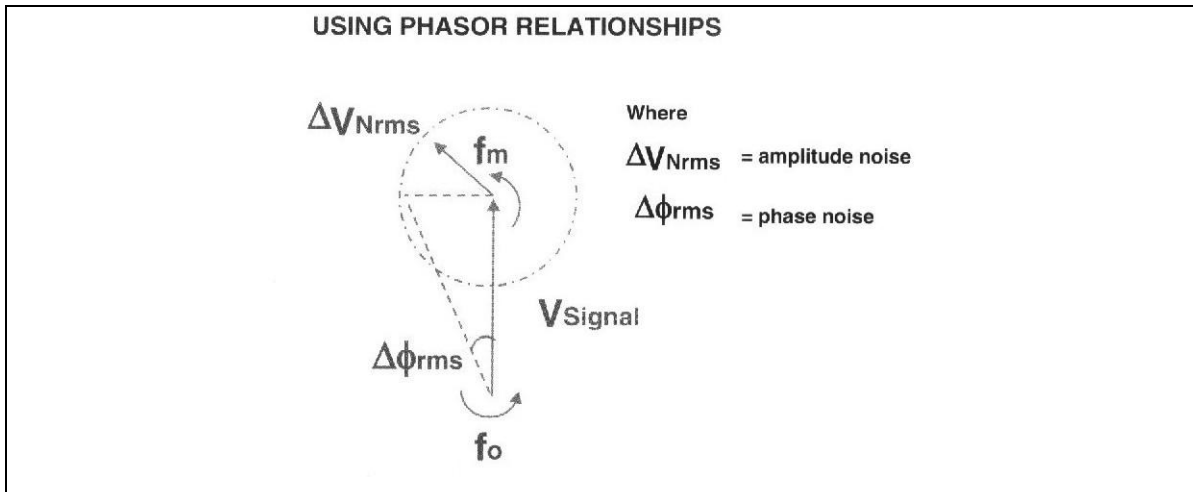
Su di un segnale reale sono sempre presente fluttuazioni di ampiezza e di fase non desiderati. Le fluttuazioni di frequenza sono viste come un termine aggiuntivo per la variazione dell'angolo di fase nell'equazione del dominio del tempo. Da questa osservazione, si può quindi discutere equivalentemente o sulle frequenze non desiderate o sulle fluttuazioni di fase.

Nel dominio della frequenza, il segnale reale è ora rappresentato da una espansione di linee spettrali che sono al di sopra e al sotto della frequenza del segnale nominale.

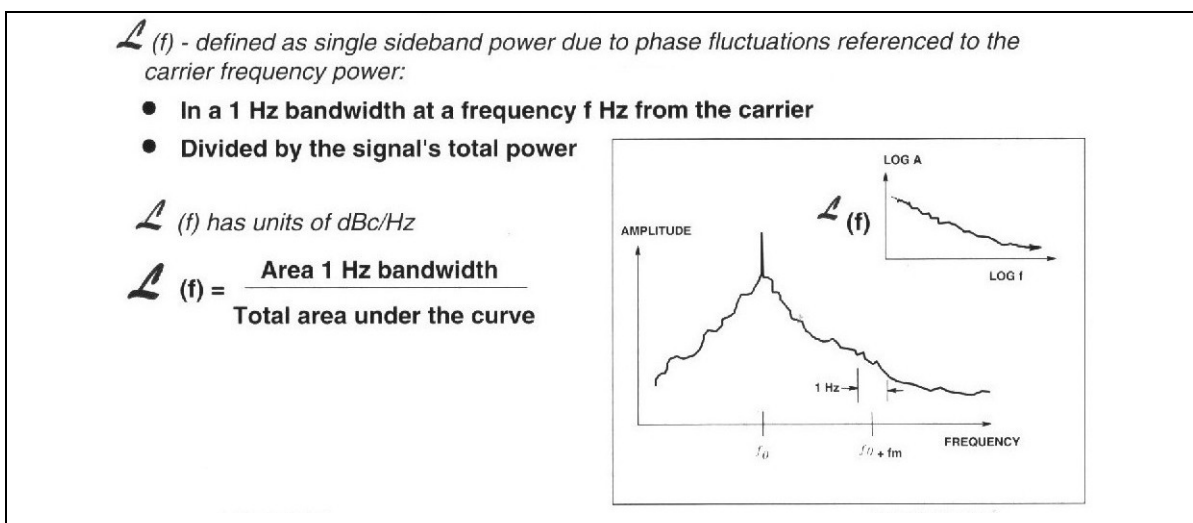
Si può anche usare la relazione del fasore per descrivere come la frequenza del segnale nominale sia affetta da fluttuazioni di ampiezza e fase.



Si veda la figura seguente:

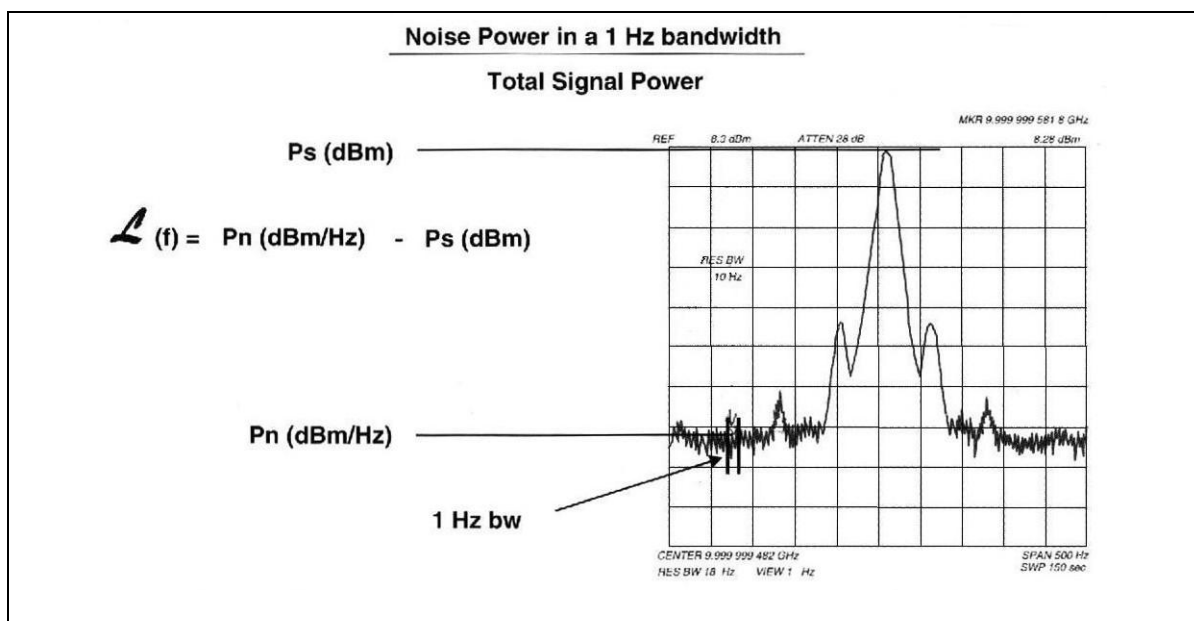


Storicamente, l'unità di misura del rumore di fase generalmente usata è stata la potenza della singola banda laterale all'interno di una larghezza di banda di un Herz ad una frequenza f relativa riferita alla frequenza portante (offset). Questa unità di misura è rappresentata come $\mathcal{L}(f)$ in unità di dBc/Hz. Si veda la figura seguente:





Quando si misura il rumore di fase direttamente con un analizzatore di spettro a scansione RF, il rapporto $\mathcal{L}(f)$ è la potenza di rumore in una larghezza di banda di 1 Hz (dall'offset della portante) relativa alla potenza della portante.



3.4.1 Tecniche di misura

Esistono diverse tecniche di misura del rumore di fase di un generatore di segnale sinusoidale. La scelta di una tra le tecniche possibili non è sempre immediata. Numerose considerazioni riguardanti le caratteristiche della sorgente da analizzare, i costi del sistema di misura e la sua semplicità d'impiego, le informazioni che si desidera ottenere e il livello d'incertezza ecc, possono far preferire una particolare soluzione ad altre. Naturalmente per



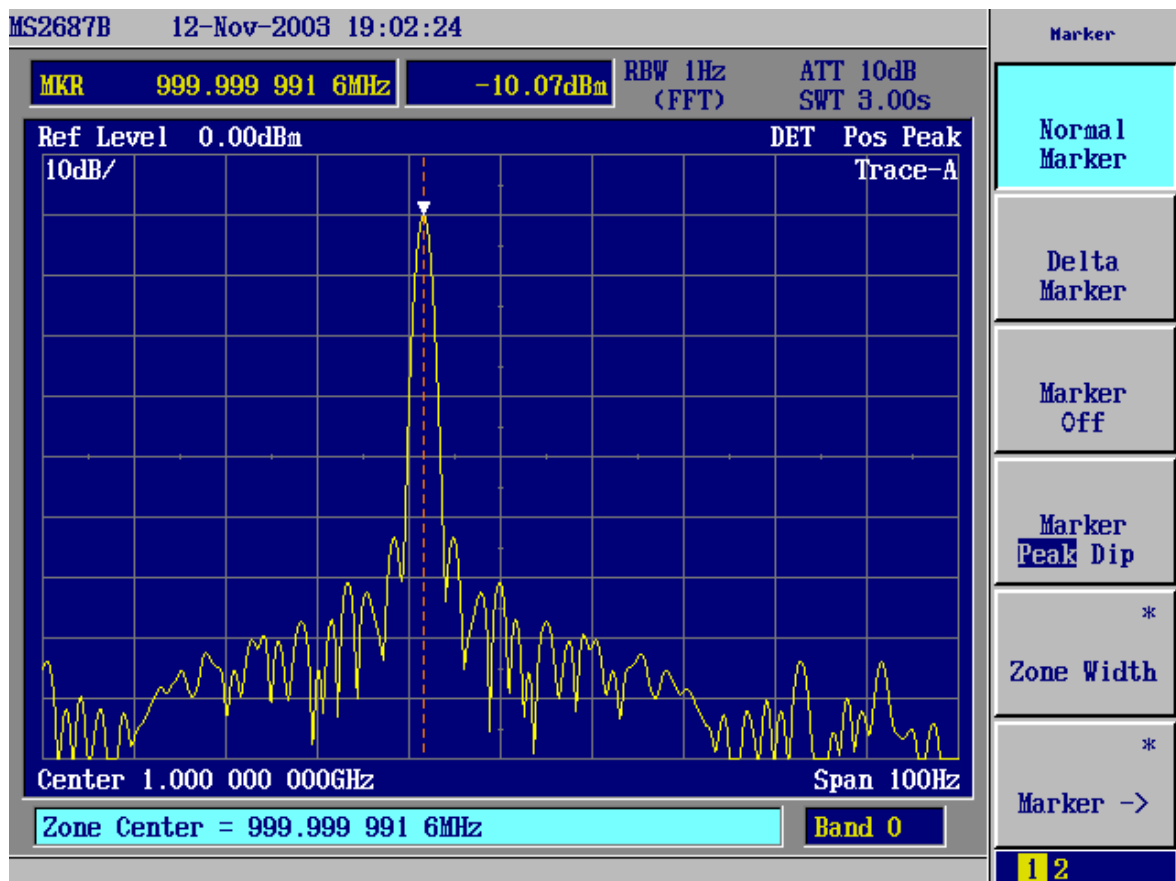
realizzare una scelta avveduta ed ottenere risultati affidabili, occorre conoscere i fondamenti delle diverse tecniche di misura.

Tra le tecniche di misura che utilizzano strumenti analogici si evidenziano principalmente quella basata sull’analizzatore di spettro e altre due tecniche che fanno uso di un rivelatore di fase (tecnica del discriminatore FM e tecnica dell’anello ad aggancio di fase).

Nel presentare principalmente quella basata sull’analizzatore di spettro viene enfatizzata soprattutto la descrizione del sistema di condizionamento, che realizza essenzialmente un analizzatore di modulazione; tale sistema fornisce in uscita un segnale che rappresenta le fluttuazioni indesiderate della frequenza o della fase. La successiva fase di elaborazione di tale segnale per la valutazione dei risultati di misura, tuttavia, non deve ritenersi banale, data la varietà e la complessità dei problemi coinvolti.

I sistemi di misura sopra menzionati forniscono in uscita il grafico della densità spettrale di potenza del rumore di fase. Lo spettro di potenza è determinato ricorrendo ad un analizzatore di spettro analogico oppure ad un FFT analyzer, che digitalizza il segnale e ne valuta la DFT.

La figura successiva mostra il caso della densità spettrale di potenza di un segnale sinusoidale ad 1 GHz rilevato in modalità numerica FFT dall’analizzatore Anritsu MS2687B ad una RBW di 1 Hz.



In entrambi i casi la risoluzione in frequenza richiesta impone un tempo di misura minimo, che va aumentato di un certo fattore nel caso dell'analisi di un segnale aleatorio, il quale richiede di effettuare più misure ripetute e di mediare i risultati ottenuti, al fine di incrementare il livello di confidenza della misura. Esiste dunque un compromesso tra la rapidità della misura e la sua accuratezza.

Si osservi ancora che, per una corretta stima della densità spettrale di potenza del rumore di fase, occorre riconoscere ed eliminare eventuali disturbi spuri presenti nel segnale fornito



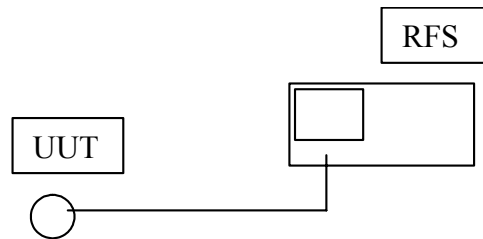
dall'analizzatore di modulazione. Infatti, tali contributi, di natura deterministica, sono estranei al rumore di fase. Una misura dello spettro con risoluzione in banda poco selettiva potrebbe pregiudicare la possibilità di individuare tali disturbi, determinando una sovrastima del rumore effettivamente presente.

3.4.2 Misure tramite analizzatore di spettro

La misurazione del rumore di fase tramite l'analizzatore di spettro è di facile configurazione e semplice esecuzione.

Il metodo di misura è, comunque, a rigore poco accurato, dal momento che tiene in conto sia il rumore AM che il rumore PM; quindi la misura del rumore PM può ritenersi significativa soltanto se il contributo del rumore AM rappresenta un'aliquota trascurabile. Il sistema di misura, tra l'altro, non ha una sensibilità eccezionale né è in grado di valutare il contenuto spettrale del rumore di fase a piccole frequenze. La tecnica è da prendersi in considerazione soltanto per particolari tipi di generatori di segnali, con elevato rumore ma senza rilevanti fenomeni di deriva.

La figura successiva mostra un tipico schema di misura con l'analizzatore di spettro.



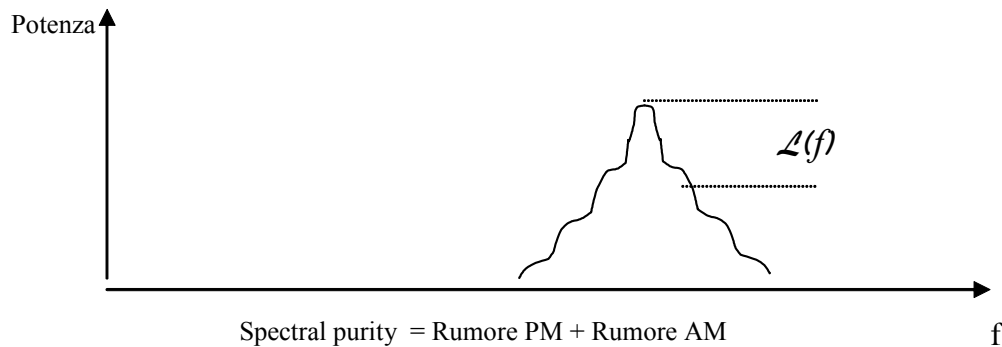
Schema di misura
(UUT utility under test, RFS radio frequency spectrum analyzer)

Il metodo è diretto e immediato. Si basa sulla stima dello spettro del segnale sinusoidale prodotto dal generatore di segnale e richiede unicamente un analizzatore di spettro.

Per poter effettuare la misura è sufficiente collegare l'uscita del dispositivo sotto-misura all'analizzatore.

Particolare attenzione va fatta nell'interpretare i risultati ottenuti. Con questo approccio, infatti, è possibile misurare, confrontando la potenza della portante con quella diffusa nelle bande laterali, un parametro noto in letteratura come "spectral purity" dell'oscillazione. Quest'ultimo caratterizza non soltanto il rumore di fase, ma anche rumore AM eventualmente presente. Soltanto se il rumore AM è molto minore del rumore di fase, si può trascurare il suo contributo e riguardare lo spectral purity come un parametro informativo del rumore di fase.

Si osservi dalla figura successiva che la stima di $\mathcal{L}(f)$ è immediata.



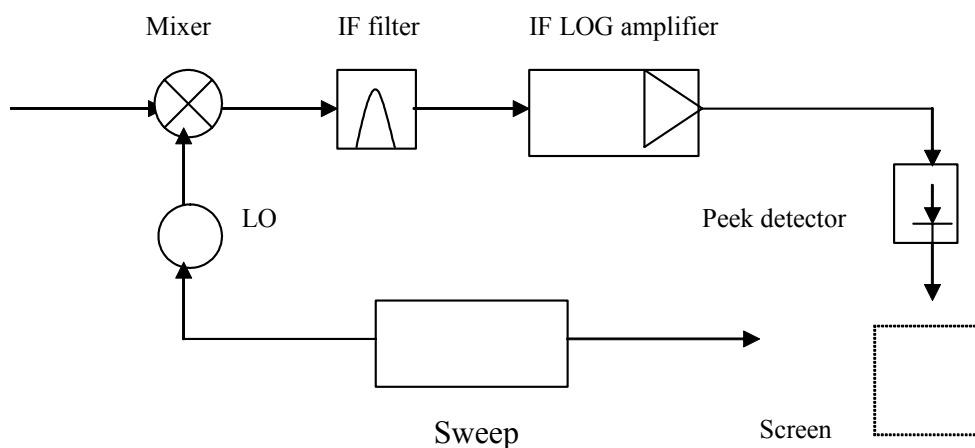
Tale tecnica ha il vantaggio di richiedere un sistema di misura semplice a configurarsi e ad usarsi. Presenta tuttavia diversi inconvenienti. Il primo, già evidenziato, consiste nel fatto che si misura lo "spectral purity" del generatore di segnale. Se anche poi la purezza spettrale della portante fosse inficiata dal solo rumore di fase, lo spettro a radiofrequenze e lo spettro in banda base del segnale indesiderato non sono in teoria sovrapponibili, come invece accade nel caso di una modulazione d'ampiezza. Si può tuttavia dimostrare che se l'indice di modulazione di fase è molto piccolo, questo risultato vale con ottima approssimazione (caso della modulazione a banda stretta o di Armstrong).

Il sistema di misura non prevede inoltre la possibilità di inseguire un'eventuale deriva per la frequenza del generatore di segnale, il che limita la capacità di fare misure a frequenze offset molto vicine alla portante, ovvero a frequenze in banda base molto piccole (tipicamente inferiori a 100Hz).



Inoltre, il rumore dei componenti costituenti il Radio Frequency Spectrum Analyzer (RFSA) producono un "noise-floor" che limita la sensibilità del sistema di misura. In particolare, un contributo fondamentale è dato dal rumore intrinseco dell'oscillatore locale interno. La misura è, altresì, affetta dall'incertezza caratteristica dello strumento di misura. Per un'analisi dettagliata dei contributi specifici dei vari fattori d'influenza all'incertezza complessiva occorre conoscere la struttura interna dell'analizzatore e le specifiche dei singoli componenti. Con riferimento ad uno schema tipico quale quello mostrato nella figura successiva, si possono evidenziare fondamentalmente i seguenti fattori:

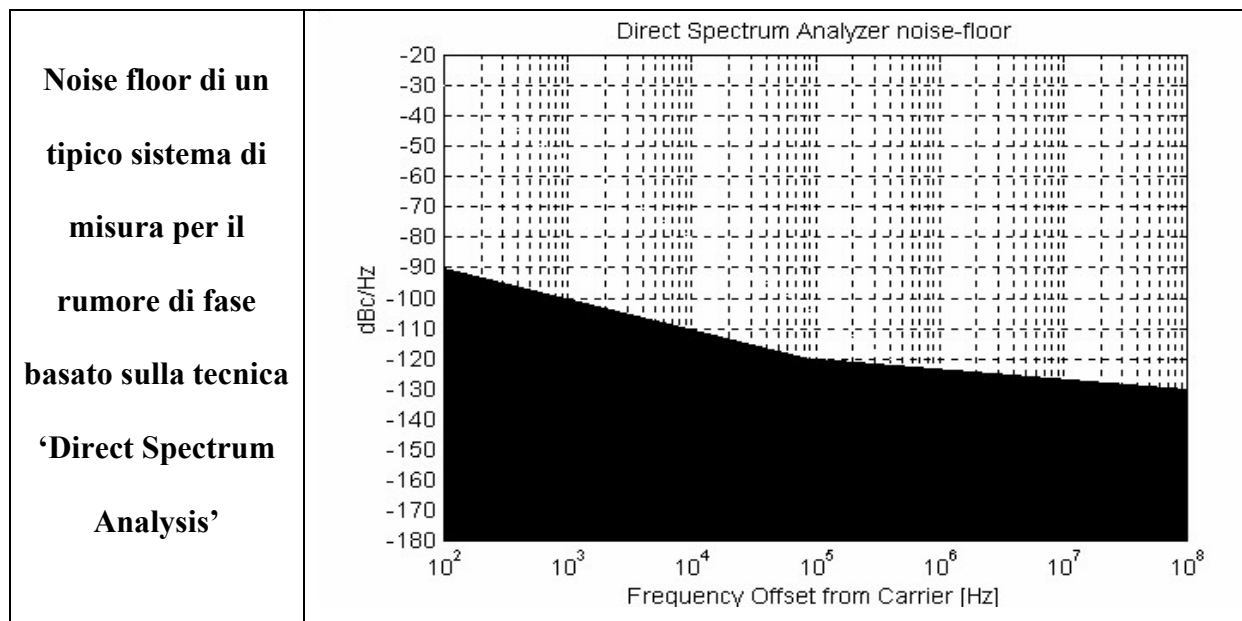
- la forma del filtro IF, tipicamente gaussiana anziché rettangolare.
- l'accuratezza dell'amplificatore logaritmico e del rivelatore di picco.



Schema a blocchi di un analizzatore di spettro



Le prestazioni di un sistema di misura basato sull'utilizzo di un analizzatore di spettro sono indicate in termini di noise-floor del sistema e di livello di confidenza per la misura ottenuta. La figura seguente rappresenta il tipico noise-floor di un analizzatore dedicato alla misura del rumore di fase. La regione oscurata indica il limite della regione operativa, la quale può variare per diversi analizzatori o anche per lo stesso analizzatore al variare della frequenza della portante.



3.4.3 Misure tramite il frequency-counter

Con un frequency-counter è possibile realizzare una sequenza di misure campionando la frequenza di una portante ad intervalli regolari. Confrontando tramite elaborazione l'andamento registrato per la frequenza del segnale con il suo valore nominale è possibile



individuare eventuali offset e derive. Con un passo successivo, operando con un FFT analyzer si può elaborare la sequenza numerica che descrive le sole deviazioni rispetto alla frequenza nominale dovute a disturbi spuri e al rumore di frequenza, ottenuta dalla sequenza originaria una volta eliminati offset e derive. Possono essere, in tal modo, evidenziati anche i disturbi di natura deterministica che si manifestano nello spettro del segnale con una serie di toni che spiccano sul floor dovuto, invece, alle fluttuazioni di natura casuale, obiettivo della misurazione. A questo punto è possibile determinare lo spettro di potenza del rumore di fase. Si osservi, infatti, che il rumore di frequenza e il rumore di fase non sono altro che due diverse manifestazioni dello stesso fenomeno fisico. Se è dato lo spettro del rumore di frequenza è, infatti, possibile determinare lo spettro del rumore di fase; inoltre, operando nel dominio del tempo, è possibile individuare l'evoluzione temporale della fase di una portante a partire dal segnale che descrive l'andamento temporale della frequenza del segnale.

Infatti, la frequenza di un segnale sinusoidale è data dalla derivata temporale della fase, per cui, indicando con $\Delta\phi(t)$ le deviazioni di fase e con $\Delta\nu(t)$ le deviazioni di frequenza e con $S_{\Delta\phi}$ e $S_{\Delta\nu}$ le rispettive densità spettrali di potenza monolaterale, sussistono le seguenti identità:

$$S_{\Delta\nu}(f) = \frac{1}{2\pi} |j2\pi f|^2 S_{\Delta\phi}(f) = 2\pi f^2 S_{\Delta\phi}(f)$$

$$\Delta\nu(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \Delta\phi(t)$$



Un tale metodo di misura ha scarse prestazioni per una serie di motivi.

Un frequency-counter non è certamente il sistema ottimale per misure della frequenza istantanea, infatti richiede in genere un tempo di misura di alcuni periodi della portante del segnale in ingresso. Di conseguenza, la frequenza di campionamento che caratterizza il metodo limita molto la banda d’analisi relativamente alla portante. Inoltre, la misura della fase non è diretta, ma ricavabile attraverso elaborazione dei valori della sequenza che descrive le fluttuazioni della frequenza del segnale.