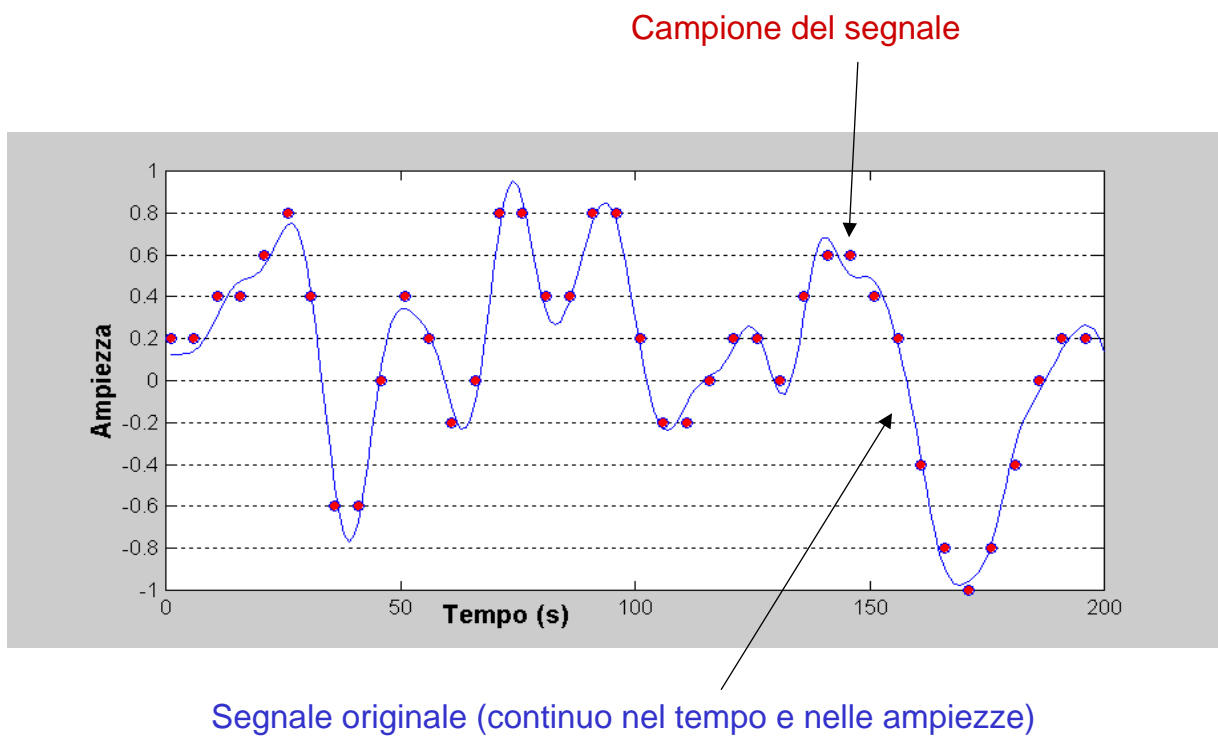


QUANTIZZAZIONE Conversione analogico/digitale



Campionamento e quantizzazione



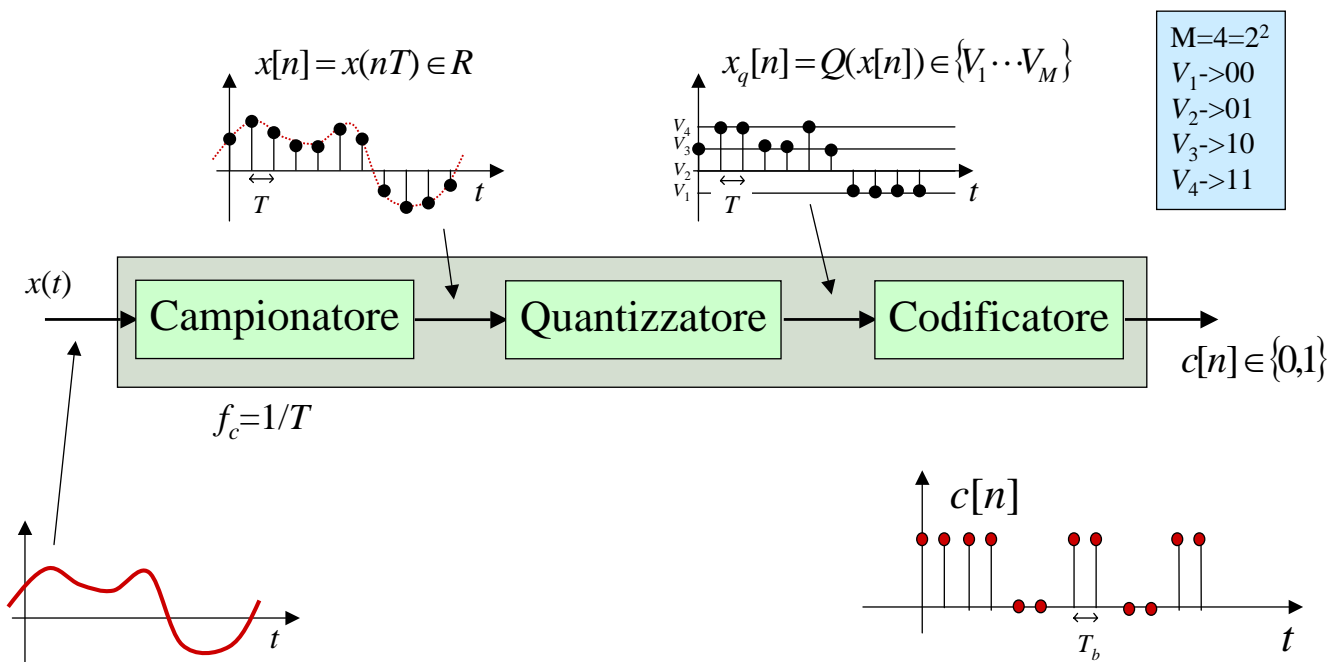
Conversione analogico/digitale (A/D)

Per rappresentare numericamente un segnale **continuo** nel **tempo** e nelle **ampiezze** è necessario:

- Campionare il segnale nel tempo;
- Quantizzare le ampiezze dei campioni
(rappresentare l'ampiezza di ogni campione utilizzando un numero finito di livelli);
- Codificare i valori quantizzati dei campioni
(associare ad ogni livello un numero finito di cifre; solitamente si usano cifre binarie, cioè "bit").

Questo processo di conversione A/D, che trasforma il segnale originario in una sequenza di bit {0,1}, e' noto come tecnica "PCM" (Pulse Code Modulation o Modulazione impulsiva codificata).

Schema a blocchi del convertitore A/D



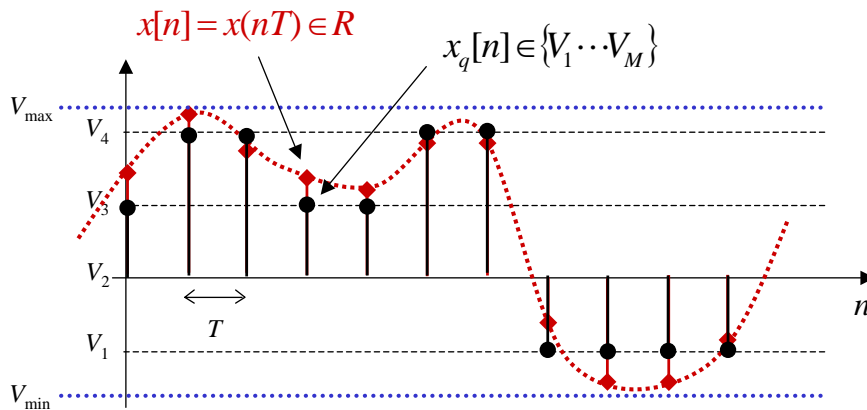
$$R_b \text{ [bit/s]} = 1/T_b = f_c \log_2 M$$

$$T_b = T / \log_2 M$$

Quantizzazione (1)

Ogni campione $x[n]=x(nT)$ e' un numero **reale** che puo' assumere **con continuita'** qualsiasi valore compreso in un certo intervallo di ampiezze $[V_{\min}, V_{\max}]$.

Per rappresentare il segnale in forma numerica si **approssima** il numero reale continuo $x[n]$ con un numero finito M di livelli compresi nell'intervallo di ampiezze. Questa operazione e' detta **QUANTIZZAZIONE**.



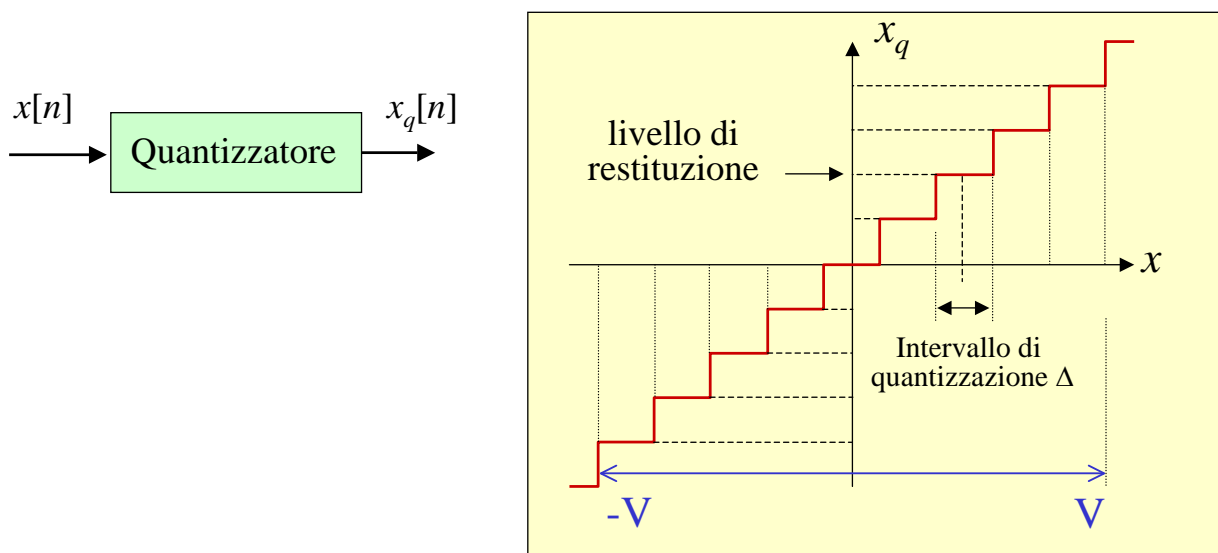
5

QUANTIZZAZIONE

Quantizzazione (2)

Il quantizzatore e' un sistema **non lineare** che riceve in ingresso il numero reale continuo $x[n]$ e restituisce in uscita il valore piu' vicino a $x[n]$ fra gli M possibili livelli di quantizzazione $V_1 \dots V_M$.

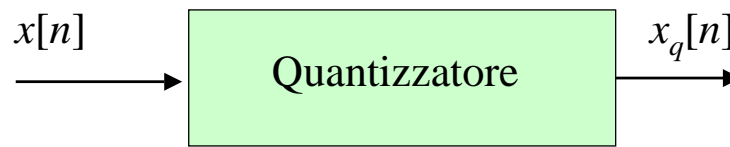
La caratteristica ingresso-uscita del quantizzatore e' una scalinata a M livelli.



6

QUANTIZZAZIONE

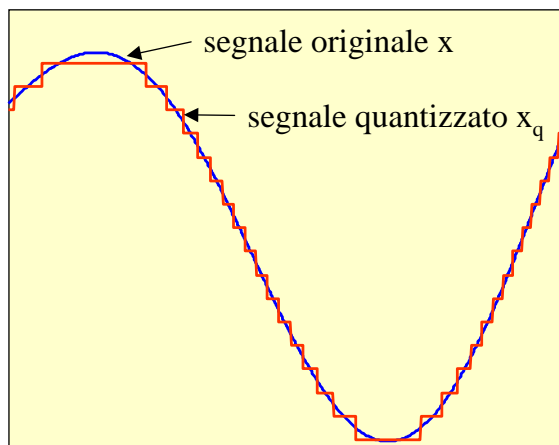
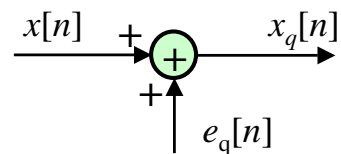
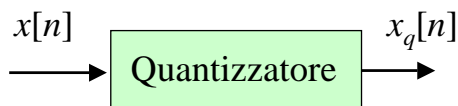
Quantizzazione (3)



Quantizzatore uniforme

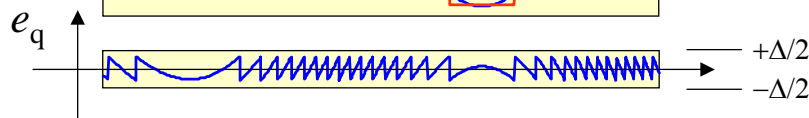
- passo di quantizzazione Δ
- dati M livelli, se v compreso in $(-V, +V) \implies \Delta = 2V/M$

Quantizzatore come sorgente di "rumore"



La quantizzazione introduce un errore

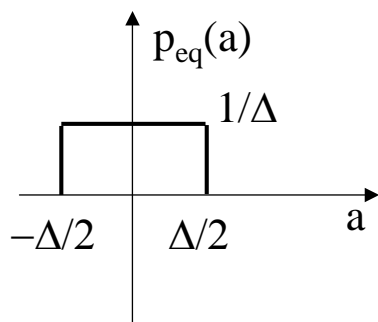
Segnale di ingresso x e rumore di quantizzazione e_q sono fra loro incorrelati (per M grande)



$$x_q[n] - x[n] = e_q[n] = \text{rumore di quantizzazione}$$

Potenza del rumore di quantizzazione

Se il segnale $x[n]$ ha una distribuzione delle ampiezze circa uniforme, l'errore di quantizzazione $e_q[n]$ puo' ritenersi uniformemente distribuito tra $-\Delta/2$ e $+\Delta/2$. L'errore di quantizzazione puo' quindi essere visto come un **processo casuale stazionario bianco a valore medio nullo e varianza (o potenza) uguale a:**



$$\mu_{e_q} = E[e_q] = 0$$

$$P_{e_q} = E[(e_q - \mu)^2] = E[e_q^2] = \sigma_{e_q}^2 = \frac{\Delta^2}{12}$$

Codificazione (1)

Per codificazioni basate su rappresentazione binaria i quantizzatori utilizzano un numero $M = 2^N$ livelli di restituzione, dove N e' il numero di bit con cui il codificatore rappresenta ogni livello.

	Codifica naturale	Codifica Gray	Codifica "complemento 2"
V_8	111	100	011
V_7	110	101	010
V_6	101	111	001
V_5	100	110	000
V_4	011	010	111
V_3	010	011	110
V_2	001	001	101
V_1	000	000	100

Codificazione (2)

Solitamente il numero M e' una potenza di 2, $M=2^N$ dove N e' il numero di cifre binarie necessario per codificare gli M livelli di restituzione.

L'esempio di codifica illustrato si riferisce a $N=3$ bit, ma in pratica, N e' piu' elevato (solitamente compreso tra 8 e 16).

La codifica, essendo una corrispondenza biunivoca tra gli M livelli di restituzione e le sequenze di N bit (parole di codice), non da' luogo ad alcuna degradazione delle prestazioni.

L'esempio riporta tre delle possibili (molte) tabelle di codifica in binario.

Il codice naturale assegna al generico livello di restituzione la rappresentazione binaria corrispondente all'ordine crescente dal piu' basso al piu' alto, con il piu' basso associato al numero zero.

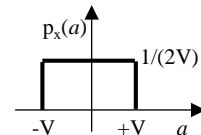
Il codice complemento a due si puo' pensare ottenuto dalla codifica naturale complementando il bit di sinistra (il bit piu' significativo). Bit piu' significativo uguale ad "1" indica un livello negativo, bit piu' significativo uguale a "0" indica il livello positivo.

Nella codifica di Gray, invece, le parole di codice sono assegnate in modo tale che a livelli di restituzione adiacenti corrispondano parole di codice che differiscono tra loro per un solo bit. Ancora, al livello piu' basso viene associato il numero zero.

Rapporto potenza segnale / potenza rumore (quantizz.)

Assumiamo:

- Segnale di ingresso x con ampiezze $-V \leftrightarrow +V$
- Densità di prob. ampiezze segnale ingresso uniforme $p_x(a) = 1/(2V)$
- Quantizzatore ad N bit ($M=2^N$ valori di restituzione) $\Rightarrow \Delta = 2V/M$



$$P_x = \frac{(2V)^2}{12} = \frac{V^2}{3}$$

$$P_{e_q} = \frac{\Delta^2}{12} = \frac{(2V/M)^2}{12} = \frac{4V^2}{12 \cdot M^2} = \frac{V^2}{3} \cdot \frac{1}{M^2}$$

$$SNR = \frac{P_x}{P_{e_q}} = M^2 = 2^{2N}; \quad SNR|_{dB} = 10 \cdot \log_{10}(2^{2N}) = 10 \cdot \log_{10}(4) \cdot N \approx 6 \cdot N$$

$$N=8 \text{ bit} \Rightarrow SNR|_{dB}=48 \text{ dB}; \quad N=10 \text{ bit} \Rightarrow SNR|_{dB}=60 \text{ dB}; \quad N=16 \text{ bit} \Rightarrow SNR|_{dB}=96 \text{ dB};$$

BIT-RATE di un segnale numerico

A valle della codifica binaria il segnale numerico diventa una sequenza di bit che si presentano con una certa cadenza (bit-rate) misurata in bit al secondo (bit/s).

Per un segnale tempo continuo $x(t)$ con frequenza massima di **3.6KHz** (*un segnale telefonico p.e.*), il teorema del campionamento impone una frequenza di campionamento f_c maggiore di **7.2KHz**. Utilizziamo quindi $f_c=8\text{KHz}$, 8000 campioni al secondo

$$T=1/f_c=1/8000 \text{ s}$$

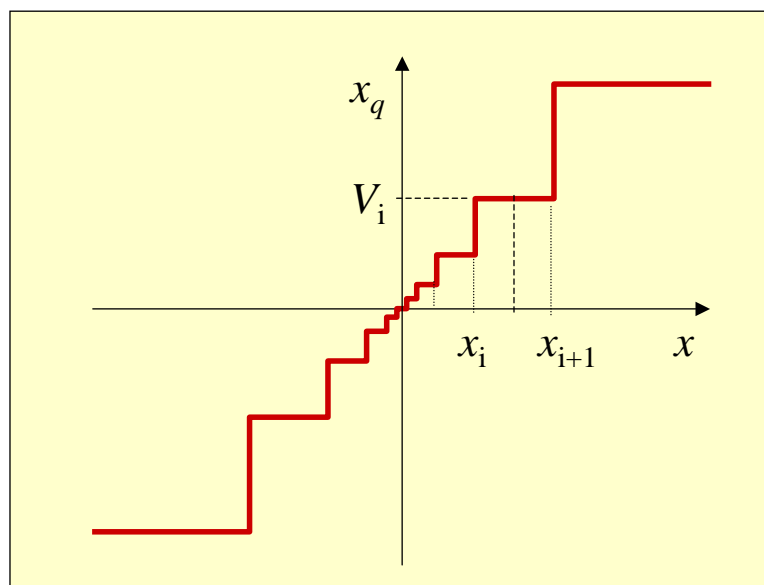
Se quantizziamo il segnale con $N=256$ livelli servono $N=8$ bit.

$$T_b=T/N=T/\log_2(M)$$

Il segnale telefonico numerico avr , dunque, una bit rate di:

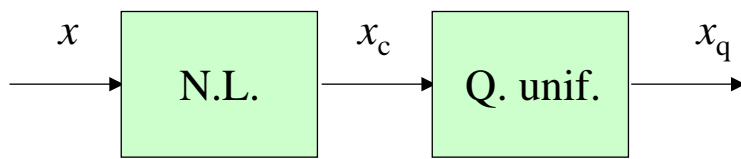
$$R_b [\text{bit/s}] = 1/T_b = f_c \log_2 M = N f_c = 64 \text{ Kbit/s}$$

Quantizzatori non uniformi

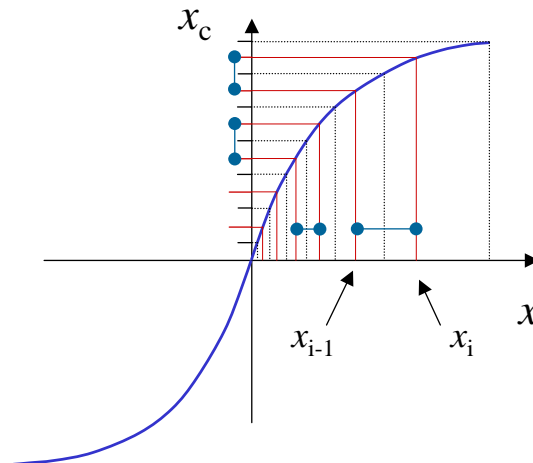


Sono utilizzati quando la statistica del segnale in ingresso non   uniforme

Quantizzatore non uniforme: implementazione



La non-linearità espande gli intervalli più vicini all'origine e comprime quelli verso il valor massimo. La cascata dei due blocchi emula un quantizzatore non lineare.

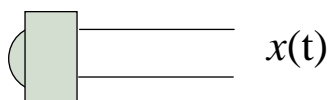


15

QUANTIZZAZIONE

Applicazione Quantizzatore non uniforme (1)

Segnale Telefonico



Microfono

Banda 300-3400 Hz

Frequenza Campionamento $f_c=8\text{kHz}$

Utilizziamo $N=8$ bit per campione

(8 Kcamp/s. * 8 bit/camp = **64Kbit/sec**)

Nell'ipotesi di segnale con distribuzione d'ampiezza uniforme nell'intervallo $[-V, +V]$, che sfrutta tutta la dinamica (parlatore forte), la potenza di segnale $P_1=V^2/3$

Se si utilizza una quantizzazione uniforme ($\Delta=2V/2^N$), $P_{eq}=\Delta^2/12$, dunque

$$(P_1 / P_{eq})|_{dB} = \text{SNR}|_{dB} = 6N = 6 * 8 = 48 \text{ dB}$$

Sufficiente per buona qualità segnale (>30dB).

Potenza del segnale fortemente dipendente dal parlatore

Fissato il passo di quantizzazione Δ , se la potenza del segnale P_x diminuisce di un fattore 100 ($P_x=P_1-20$ [dB]), cosa normalissima,

$$\text{SNR}|_{dB} \approx 28\text{dB} < 30\text{dB}.$$

16

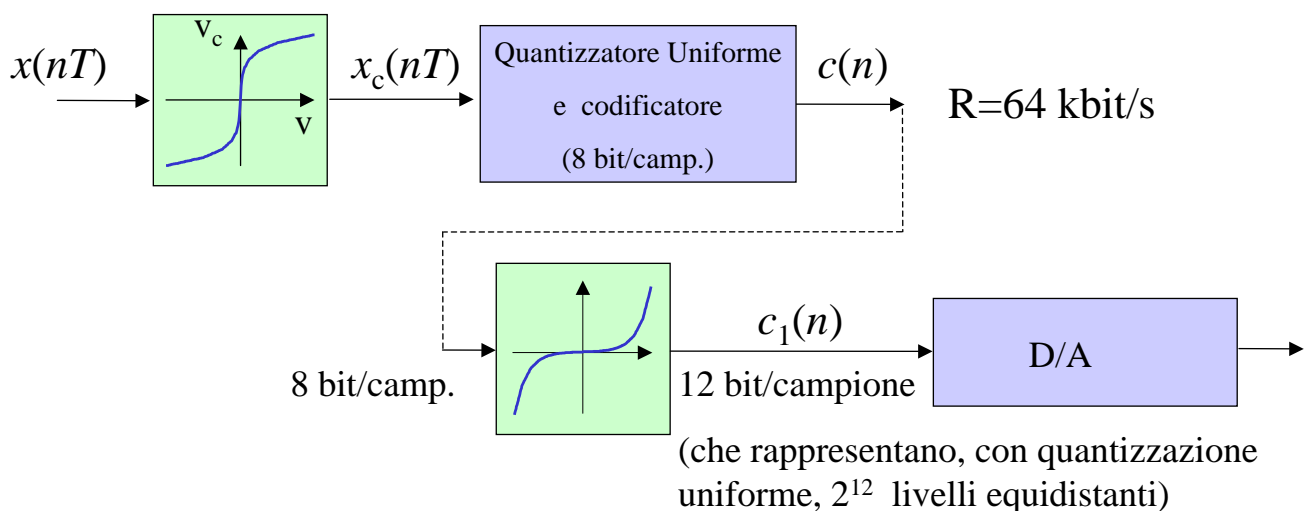
QUANTIZZAZIONE

Applicazione Quantizzatore. non uniforme (2)

Per migliorare le prestazioni in presenza di segnali che possono cambiare significativamente la dinamica:

- Aumentare numero di bit per campione (sono necessari almeno 12 bit per tener conto delle situazioni reali nel caso telefonico)
- Utilizzare quantizzatori non uniformi. Segnali con piccola dinamica vedono piccoli intervalli di quantizzazione, segnali con grande dinamica vedono intervalli di quantizzazione grandi. Il quantizzatore non lineare è ottenuto con un blocco non-lineare (compressore) posto a monte di un quantizzatore uniforme. Un blocco inverso al compressore (espansore) è utilizzato dal lato ricostruzione.

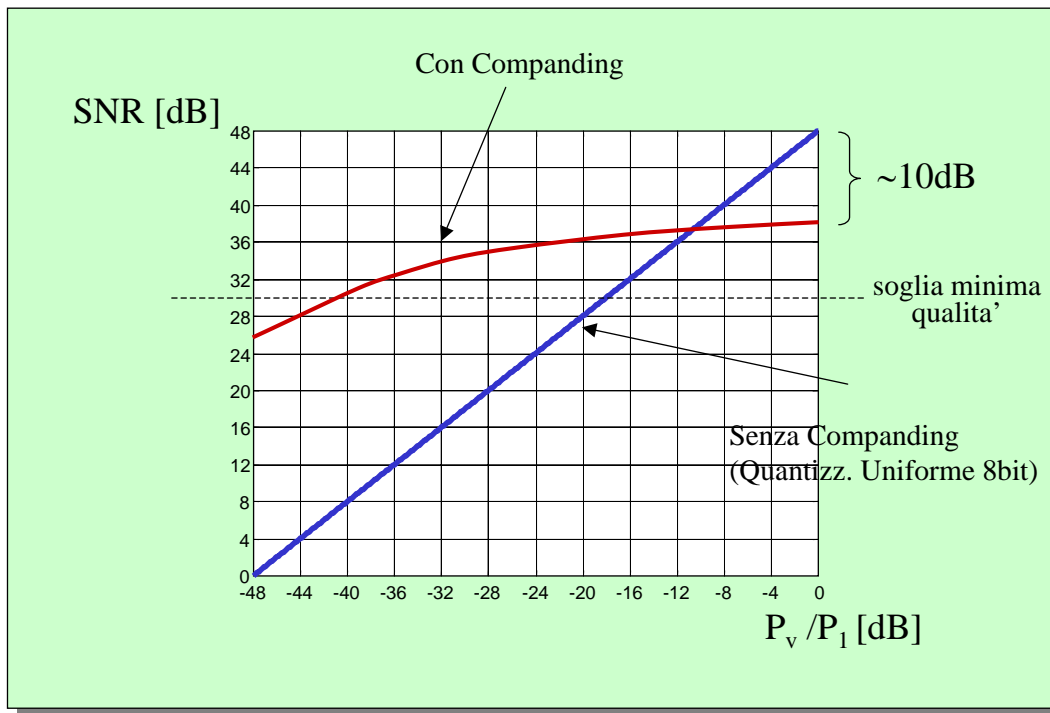
Companding [Compression-Expanding] (1)



$$x_c = \text{sign}(x) \cdot \begin{cases} \frac{A|m|}{(1 + \ln A)} & \text{per } m = \frac{x}{x_{\max}}; \quad |m| < \frac{1}{A} \\ \frac{(1 + \ln A|m|)}{1 + \ln A} & \text{per } \frac{1}{A} \leq |m| \leq 1 \end{cases} \quad A = 87,6$$

Nel box a fianco è riportata la curva di compressione A , utilizzata in Europa per la digitalizzazione del segnale telefonico.

Componding [Compression-Expanding] (2)



La potenza di segnale P_1 corrisponde ad un segnale che copre tutta la dinamica del quantizz.