Cilc per tutti gli appunti (AUTOMAZIONE – TRATTAMENTI TERMICI ACCIAIO – SCIENZA delle COSTRUZIONI…)

e-mail per suggerimenti

Clic qui– **PRIMA PAGINA APPUNTI ACCIAIO**

3- Aste composte

EC3 ENV 1993 – NTC circolare n.617 2009

3.1- Strutture a maglie triangolari

Ipotesi di calcolo

Nel calcolo di verifica delle strutture composte a maglie triangolari si ipotizzano cerniere all'estremità delle aste , sui nodi delle maglie.

Sollecitazioni e verifiche

Le aste della maglia ricevono la sollecitazione dai nodi e si considerano sollecitate a trazione o compressione costituendo, rispettivamente, dei tiranti o puntoni.

Nel calcolo di verifica si considerano le aste più sollecitata che, normalmente, sono puntoni da verificare a carico di punta. La verifica alla instabilità laterale si esegue con i procedimenti già esposti nel precedente capitolo dedicato ad essa.

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1 \qquad N_{b,Rd} = \chi \cdot \frac{A\, f_{yk}}{\gamma_{M1}} \qquad \chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1.0 \qquad \bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_p}$$

$$\lambda = \frac{l_0}{i} \qquad \lambda_p = \pi \sqrt{\frac{E}{f_{yk}}} \qquad \Phi = 0{,}5\left[1 + \alpha\left(\bar{\lambda} - 0{,}2\right) + \bar{\lambda}^2\right]$$

- -

Nota

Nelle aste presso inflesse ove non si ipotizzano cerniere alle estremità e vi sono sollecitazioni di flessione, si eseguono verifiche già trattate nei precedenti capitoli con normative EC3 o NTC.

Ad esempio nel caso di aste presso inflesse nella normativa italiana NTC, con il metodo B devono essere verificate le seguenti limitazioni:

$$\begin{cases} \dfrac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot \dfrac{A \cdot f_{yk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yy} \cdot \dfrac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \dfrac{W_y \cdot f_{yk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yz} \cdot \dfrac{M_{z,Ed}}{\dfrac{W_z \cdot f_{yk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1 \\[2ex] \dfrac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot \dfrac{A \cdot f_{yk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zy} \cdot \dfrac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \dfrac{W_y \cdot f_{yk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zz} \cdot \dfrac{M_{z,Ed}}{\dfrac{W_z \cdot f_{yk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1 \end{cases}$$

- -

Lunghezza di libera inflessione

Corrente

Si assume la lunghezza di inflessione pari a quella di sistema L

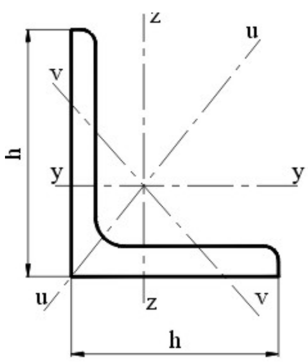
Aste di parete

Con un appropriato vincolo alle estremità, (con almeno due bulloni nel collegamento bullonato), nelle strutture a maglie triangolari, la lunghezza di libera inflessione può essere presa pari a $0{,}9 \cdot L$; dove L è la lunghezza di sistema dell'asta.

Fanno eccezioni le aste con sezioni a L, ove sono previste più lunghezze di libera inflessione da porre ne calcolo di verifica

Aste di parete con angolari

Fig.3.1



Le aste di parete con sezioni ad L, sollecitate a carico di punta, sono calcolate con una snellezza adimensionale $\bar{\lambda}_{eff}$, dipendente dall'asse attorno al quale si considera lo sbandamento laterale che può verificarsi nel piano normale ad esso.

Si hanno così le seguenti snellezze di libera inflessione da porre a calcolo.

Instabilità attorno all'asse v-v

$$\bar{\lambda}_{eff,v} = 0{,}35 + 0{,}7 \cdot \bar{\lambda}_v \qquad \bar{\lambda}_v = \frac{\lambda_v}{\lambda_p} \qquad \lambda_v = \frac{l_0}{i_v} \tag{3.1}$$

Instabilità attorno all'asse y-y

$$\bar{\lambda}_{eff,y} = 0{,}5 + 0{,}7 \cdot \bar{\lambda}_y \qquad \bar{\lambda}_y = \frac{\lambda_y}{\lambda_p} \qquad \lambda_y = \frac{l_0}{i_y} \tag{3.2}$$

Instabilità attorno all'asse y-y

$$\bar{\lambda}_{eff,z} = 0{,}5 + 0{,}7 \cdot \bar{\lambda}_z \qquad \bar{\lambda}_z = \frac{\lambda_y}{\lambda_p} \qquad \lambda_z = \frac{l_0}{i_z} \tag{3.3}$$

con $$\lambda_p = \pi \sqrt{\frac{E}{f_{yk}}}$$

l_0 - lunghezza tra i due nodi di collegamento di sistema.

Nella verifiche il coefficiente di riduzione χ e il coefficiente Φ sono calcolati rispetto alla snellezza adimensionale $\bar{\lambda}_{eff}$

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}_{eff}^2}} \le 1.0 \tag{3.4}$$

$$\Phi = 0{,}5\left[1 + \alpha\left(\bar{\lambda}_{eff} - 0{,}2\right) + \bar{\lambda}_{eff}^2\right] \tag{3.5}$$

Nella determinazione del coefficiente Φ il fattore di imperfezione α si ricava in corrispondenza della curva di instabilità c, entrambi riportati nelle ultime due righe della tabella 4.2.VI norme NTC

Ultime due righe della tabella 4.2.VI

Curva di instabilità	a_0	a	b	c	d
Fattore di imperfezione α	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

-----------------------------o-----------------------------

Ricordiamo

Snellezza adimensionale

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_{yk}}{N_{cr}}}$$

per il carico critico euleriano:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 E \cdot J}{L_0^2}$$

risulta:

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_p}$$

dove $\lambda = \frac{L_0}{i}$ $\lambda_p = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_{yk}}}$

Resistenza all'instabilità dell'asta compressa:

$$N_{b,Rd} = \chi \cdot \frac{A \cdot f_{yk}}{\gamma_{M1}}$$

dove:

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi - \bar{\lambda}^2}}$$

$$\Phi = 0,5 \cdot \left[1 + \alpha \cdot \left(\bar{\lambda} - 0,2\right) + \bar{\lambda}^2\right]$$

-----------------------------o-----------------------------

pag. 30 UNI ENV 1993-1-1

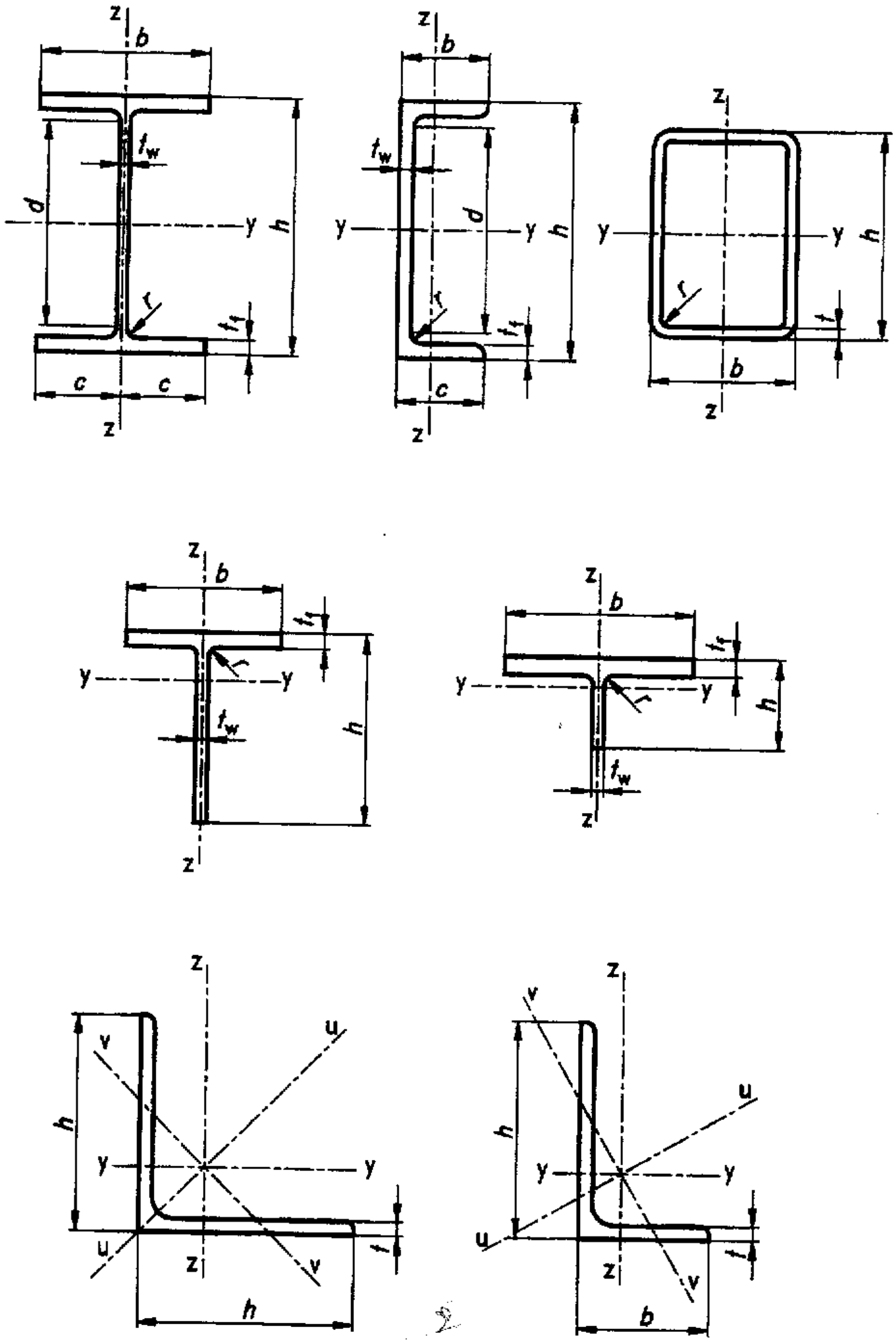


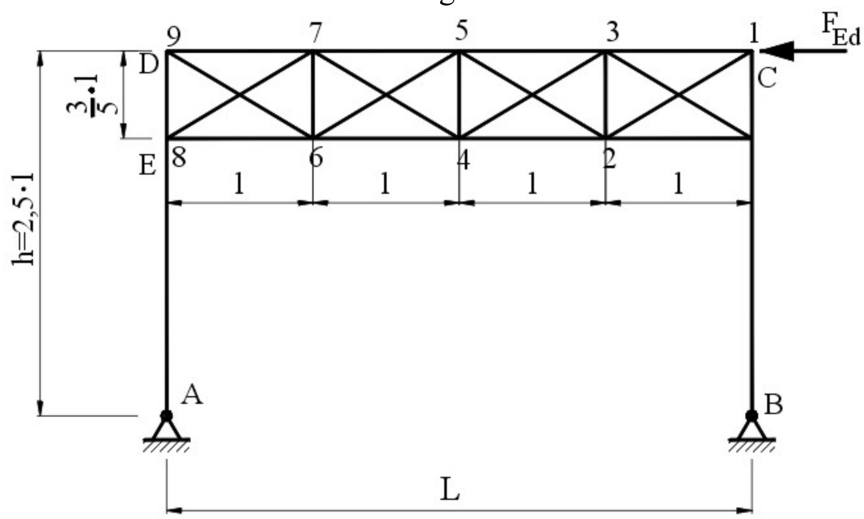
Fig. 1.1 - Dimensioni ed assi delle sezioni

Esempio 3.1 di aste di parete sollecitate a compressione

Il portale di controventatura riportato schematicamente in figura Fig.3.1, deve sopportare una spinta orizzontale, rappresentata da una forza di progetto $F_{Ed} = 15\,kN$*, posta alla sommità, in corrispondenza del nodo 1(oppure in senso inverso nel nodo 9).*

Determinare le dimensioni del profilato delle diagonali di parete in angolari a lati disuguali.

Fig.3.2



Dati del portale

$l = 150\,cm$

$h = 2{,}5 \cdot l$

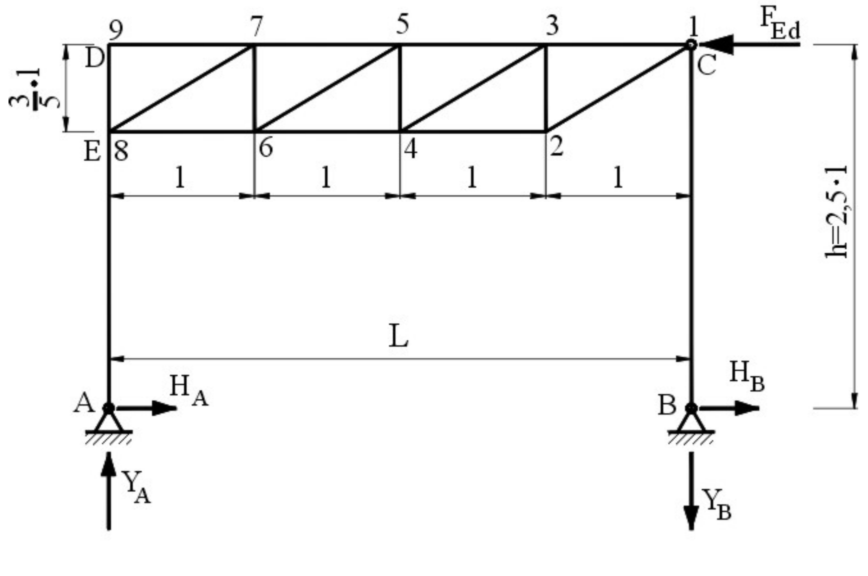
$L = 4 \cdot l$

$ED = \frac{3}{5} \cdot l$

Acciaio $S\,275$

Consideriamo il seguente traliccio utile all'equilibrio della spinta, tenendo conto solamente delle aste che si ritengono abilitate allo scopo.

Fig.3.3



La struttura estratta, abilitata all'equilibrio della spinta orizzontale è un arco a tre cerniere A,C,B.

Reazioni ai vincoli esterni in A, B

Equazioni cardinali

$$\sum X = 0 \qquad H_A + H_B - F_{Ed} = 0 \qquad (1)$$

$$\sum Y = 0 \qquad Y_A - Y_B = 0 \qquad (2)$$

$$\sum M_A = 0 \qquad F_d \cdot h - Y_B \cdot L = 0 \qquad (3)$$

La cerniera C non trasmette momento. Per il ramo destro si ha:

$$\sum M_C = 0 \qquad H_B \cdot h = 0 \qquad (4)$$

Dalla equazione (4) *si ha:*

$$H_B = 0$$

L'asta BC, incernierata agli estremi, può trasmettere solamente forze assiali

Dalla equazione (1) *si ha:*

$$H_A + H_B - F_{Ed} = 0 \qquad H_A + 0 - F_{Ed} = 0$$

$$H_A = F_{Ed}$$

Dalla equazione (3) *si ha:*

$$F_{Ed} \cdot h - Y_B \cdot L = 0 \qquad Y_B = \frac{F_{Ed} \cdot h}{L} \qquad Y_B = \frac{F_{Ed} \cdot 2{,}5 \cdot l}{4 \cdot l}$$

$$Y_B = 0{,}625 \cdot F_{Ed}$$

Dalla equazione (2) *si ha:*

$$Y_A - Y_B = 0 \qquad Y_A = Y_B$$

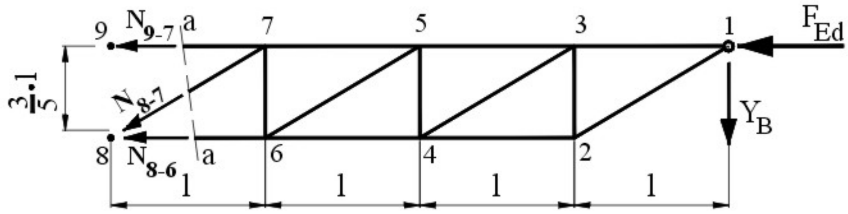
$$Y_A = 0{,}625 \cdot F_{Ed}$$

Sforzi sulle aste più sollecitate

Le aste più sollecitate sono quelle che convergono ai nodi 8 e 9; aste: 9-7, 8-7, 8-6.

Infatti, considerando la trave reticolare di Fig.3.4, il momento su di essa esercitato dalla reazione Y_B*, è massimo alle estremità, in corrispondenza dei nodi 8-9 e sarà equilibrato dalle reazioni sui due correnti: superiore e inferiore.*

Fig.3.4



Per determinare gli sforzi sulle aste 9-7, 8-7, 8-6. si effettua una sezione di Ritter a-a sulle tre aste , in cui solamente due di esse convergono ad un nodo: le 8-7 e 8-6 al nodo 8.

Studiamo l'equilibrio della parte destra della sezione, e, per convenzione, consideriamo tutte le aste come tiranti, con forze dirette verso l'esterno. In tal modo i puntoni risulteranno con forze di segno negativo.

Equilibrio dei momenti rispetto al nodo 8

Conviene eseguire l'equilibrio dei momenti rispetto al nodo 8 ove convergono le due forze incognite N_{8-7}, N_{8-6} *e rimane, nell'equazione d'equilibrio, la sola forza incognita* N_{9-7} *che si può ricavare.*

$$\sum M_8 = 0 \qquad N_{9-7} \cdot \frac{3}{5} l + F_{ED} \cdot \frac{3}{5} l - Y_B \cdot 4l = 0 \qquad N_{9-7} = \left(Y_B \cdot 4l - F_{Ed} \cdot \frac{3}{5} l \right) \cdot \frac{5}{3 \cdot l}$$

$$N_{9-7} = \frac{20}{3} \cdot Y_B - F_{Ed} \qquad N_{9-7} = \frac{20}{3} \cdot 0{,}625 \cdot F_d - F_{Ed}$$

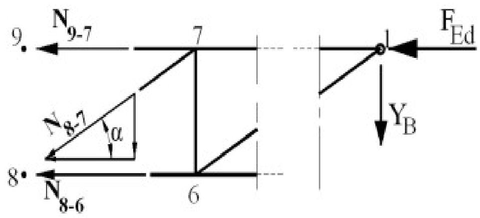
$$N_{9-7} = 3{,}17 \cdot F_{Ed} \qquad \textbf{Tirante}$$

Equilibrio delle forze verticali

Fig.3.5

Si decompone la forza N_{8-7} *nelle due componenti: orizzontale e verticale. La componente verticale è:*

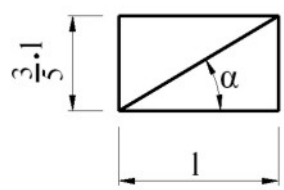
$$N_{8-7} \cdot sen\alpha$$



Dalla maglia del reticolo si ottiene l'angolo α

Fig.3.5

$$tag\alpha = \frac{\frac{3}{5} l}{l} \qquad tag\alpha = \frac{3}{5} \qquad \alpha = 30{,}96°$$



Equazione di equilibrio:

$$\sum Y = 0$$

$$N_{8-7} \cdot sen\alpha + Y_B = 0 \qquad N_{8-7} = -\frac{Y_B}{sen\alpha} \qquad N_{8-7} = -\frac{0{,}625 \cdot F_{Ed}}{sen\,30{,}96}$$

$N_{8-7} = -1{,}21 \cdot F_{Ed}$ ***Puntone***

Equilibrio delle forze orizzontali

Dallo schema di Fig.3.5 si ha:

$$\sum X = 0$$

$$N_{9-7} + N_{8-7} \cdot cos\alpha + F_{Ed} + N_{8-6} = 0$$

con $N_{8-7} = -1{,}21 \cdot F_{Ed}$ *e* $N_{9-7} = 3{,}17 \cdot F_d$ *si ha:*

$$3{,}17 \cdot F_{Ed} - 1{,}21 \cdot F_{Ed} \cdot cos\alpha + F_{Ed} + N_{8-6} = 0$$

$$N_{8-6} = -3{,}17 \cdot F_{Ed} + 1{,}21 \cdot F_{Ed} \cdot cos\alpha - F_{Ed}$$

$N_{8-6} = -3{,}14 \cdot F_{Ed}$ ***Puntone***

Riassunto risultati

Asta	*Espressione*	*Tipo*
9-7	$N_{9-7} = 3{,}17 \cdot F_d$	*Tirante*
8-7	$N_{8-7} = -1{,}21 \cdot F_{Ed}$	*Puntone*
8-6	$N_{8-6} = -3{,}14 \cdot F_{Ed}$	*Puntone*

Dimensionamento della diagonale 8-7

L'esercizio è rivolto al dimensionamento di un profilato a L sollecitato a carico di punta. Così consideriamo la diagonale 8-7 che risulta un puntone con sforzo:

$$N_{8-7} = 1{,}21 \cdot F_{Ed}$$

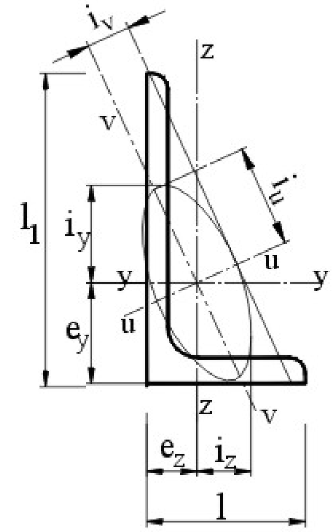
per $F_{Ed} = 15\ kN$

$$N_{8-7} = 1{,}21 \cdot 15$$

$N_{8-7} = 18{,}15\ kN$

Si sceglie un profilato ad L a lati disuguali: L 40x60x5

Fig.3.7



Caratteristiche del profilato:

$$A = 7{,}79\,cm^2 \qquad i_y = 1{,}89\,cm$$

$$i_z = 1{,}13\,cm \qquad i_v = 0{,}86\,cm$$

Verifica

Per la verifica deve risultare:

$$\frac{N_{8-7}}{N_{b,Rd}} < 1$$

Resistenza alla instabilità dell'asta snella compressa

$$N_{b,Rd} = \chi \cdot \frac{A\,f_{yk}}{\gamma_{M1}}$$

Coefficiente di riduzione

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \overline{\lambda}^2_{eff}}}$$

dove $\overline{\lambda}_{eff}$ *è la snellezza adimensionale efficace.*

Si considerano le instabilità attorno ai tre assi: v,y,z

Asse v-v principale dell'ellisse d'inerzia

$$\overline{\lambda}_{eff,v} = 0{,}35 + 0{,}7 \cdot \overline{\lambda}_v \qquad \overline{\lambda}_v = \frac{\lambda_v}{\lambda_p} \qquad \lambda_v = \frac{l_0}{i_v}$$

asse y-y baricentrico

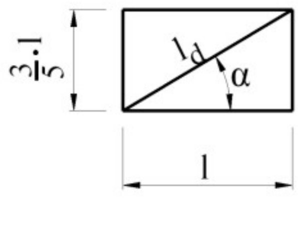
$$\overline{\lambda}_{eff,y} = 0{,}5 + 0{,}7 \cdot \overline{\lambda}_y \qquad \overline{\lambda}_y = \frac{\lambda_y}{\lambda_p} \qquad \lambda_y = \frac{l_0}{i_y}$$

asse z-z baricentrico

$$\overline{\lambda}_{eff,z} = 0{,}5 + 0{,}7 \cdot \overline{\lambda}_z \qquad \overline{\lambda}_z = \frac{\lambda_y}{\lambda_p} \qquad \lambda_z = \frac{l_0}{i_z}$$

Lunghezza di libera inflessione l_0

Fig.3.8



Si assume pari alla lunghezza dell'asta. Dalla figura Fig.3.8 *si ha:*

$$l_0 = l_d \qquad l_0 = \frac{l_d}{\cos\alpha} \qquad l_0 = \frac{150}{\cos 30{,}96°}$$

$$l_0 = 175\ cm$$

Si effettuano verifiche all'instabilità attorno all'asse centrale dell'ellisse d'inerzia v-v e attorno all'asse baricentrico z-z (non serve la verifica rispetto all'asse y-y, essendo il raggio d'inerzia rispetto a questo maggiore di quello rispetto all'asse z-z)

Instabilità attorno all'asse v-v

Raggio d'inerzia i_v

$$i_v = 0{,}86\,cm$$

Snellezza λ_v

$$\lambda_v = \frac{l_0}{i_v} \qquad \lambda_v = \frac{l_0}{i_v} \qquad \lambda_v = \frac{175}{0{,}86}$$

$$\lambda_v = 203$$

Snellezza adimensionale $\overline{\lambda}_v$

$$\overline{\lambda}_v = \frac{\lambda_v}{\lambda_p} \quad con \quad \lambda_p = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_{yk}}} \qquad \begin{cases} E = 21000\ kN/cm^2 \\ f_{yk} = 27{,}5\ kN/cm^2 \end{cases}$$

$\lambda_p = 86{,}8$ *sostituendo si ha:*

$$\overline{\lambda}_v = \frac{203}{86{,}8}$$

$$\overline{\lambda}_v = 2{,}33$$

Snellezza adimensionale efficace $\overline{\lambda}_{eff,v}$

$$\overline{\lambda}_{eff,v} = 0{,}35 + 0{,}7 \cdot \overline{\lambda}_v \qquad \overline{\lambda}_{eff,v} = 0{,}35 + 0{,}7 \cdot 2{,}33$$

$$\overline{\lambda}_{eff,v} = 1{,}98$$

Coefficiente Φ

$$\Phi = 0{,}5\left[1 + \alpha\left(\overline{\lambda}_{eff,v} - 0{,}2\right) + \overline{\lambda}^2_{eff,v}\right]$$

Il coefficiente di imperfezione α *deve essere determinato in riferimento alla curva di instabilità "c" (ultime due righe Tabella 1.2.VI)*

Ultime due righe della tabella 4.2.VI

Curva di instabilità	a_0	a	b	c	d
Fattore di imperfezione α	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

Si ha:

$\alpha = 0{,}49$

$$\Phi = 0{,}5\left[1 + 0{,}49 \cdot (1{,}98 - 0{,}2) + 1{,}98^2\right]$$

$\Phi = 2{,}9$

Coefficiente di riduzione χ

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2_{eff,v}}} \qquad \chi = \frac{1}{2{,}9 + \sqrt{2{,}9^2 - 1{,}98^2}}$$

$\chi = 0{,}2$

Resistenza $N_{b,Rd}$ *all'instabilità attorno all'asse v-v*

$$N_{b,Rd} = \chi \cdot \frac{A\, f_{yk}}{\gamma_{M1}} \qquad N_{b,Rd} = 0{,}2 \cdot \frac{4{,}79 \cdot 27{,}5}{1{,}05}$$

$N_{b,Rd} = 25{,}1\,kN$

Verifica

Risulta $\dfrac{N_{8-7}}{N_{b,Rd}} = \dfrac{18{,}15}{25{,}1} = 0{,}72 < 1$

La diagonale è verificata alla sollecitazione

Instabilità attorno all'asse z-z

Raggio d'inerzia i_z

$$i_z = 1{,}13\,cm$$

Snellezza λ_z

$$\lambda_z = \frac{l_0}{i_v} \qquad \lambda_z = \frac{l_0}{i_v} \qquad \lambda_v = \frac{175}{1{,}13}$$

$\lambda_z = 155$

Snellezza adimensionale $\bar{\lambda}_z$

$$\bar{\lambda}_z = \frac{\lambda_z}{\lambda_p} \qquad \bar{\lambda}_z = \frac{155}{86{,}8}$$

$\overline{\lambda}_z = 1{,}78$

Snellezza adimensionale efficace $\overline{\lambda}_{eff,z}$

$$\overline{\lambda}_{eff,z} = 0{,}35 + 0{,}7 \cdot \overline{\lambda}_z \qquad \overline{\lambda}_{eff,z} = 0{,}5 + 0{,}7 \cdot 1{,}78$$

$\overline{\lambda}_{eff,z} = 1{,}75$

Coefficiente Φ

$$\Phi = 0{,}5\left[1 + \alpha\left(\overline{\lambda}_{eff,z} - 0{,}2\right) + \overline{\lambda}^2_{eff,z}\right]$$

Il coefficiente di imperfezione α *deve essere determinato in riferimento alla curva di instabilità "c" (ultime due righe Tabella 1.2.VI)*

Ultime due righe della tabella 4.2.VI

Curva di instabilità	a_0	a	b	c	d
Fattore di imperfezione α	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

Si ha:

$\alpha = 0{,}49$

$$\Phi = 0{,}5\left[1 + 0{,}49 \cdot \left(1{,}75 - 0{,}2\right) + 1{,}75^2\right]$$

$\Phi = 2{,}4$

Coefficiente di riduzione χ

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \overline{\lambda}^2_{eff,z}}} \qquad \chi = \frac{1}{2{,}9 + \sqrt{2{,}9^2 - 1{,}98^2}}$$

$\chi = 0{,}24$

Resistenza $N_{b,Rd}$ *all'instabilità attorno all'asse v-v*

$$N_{b,Rd} = \chi \cdot \frac{A\, f_{yk}}{\gamma_{M1}} \qquad N_{b,Rd} = 0{,}24 \cdot \frac{4{,}79 \cdot 27{,}5}{1{,}05}$$

$N_{b,Rd} = 30{,}1\, kN$

Verifica

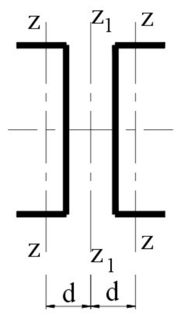
Risulta $\frac{N_{8-7}}{N_{b,Rd}} = \frac{18{,}15}{30{,}1} = 0{,}60 < 1$

La diagonale è verificata alla sollecitazione

Sia rispetto all'asse v-v sia rispetto all'asse z-z vi è molto margine di resistenza rispetto alla sollecitazione N_{8-7}. *Si può quindi provare a scegliere un profilato più leggero: ad esempio* L 30x60x5 *ed eseguire la verifica.*

3.2- Alcune note sulla instabilità nelle aste compresse composte

Fig.3.9



Consideriamo un asta composta da due correnti di sezione A e momento d'inerzia J_z rispetto al proprio asse z. Ciascun asse z-z dei due correnti sia distante "d" da un asse intermedio z_1 - z_1.

Se le due sezioni fossero stabilmente collegate, tanto da potersi considerare come un'unica sezione, il momento d'inerzia di essa rispetto all'asse z sarebbe:

$$J_{z_1} = \left(J_z + A \cdot d^2\right) + \left(J_z + A \cdot d^2\right)$$

$$J_{z_1} = 2 \cdot J_z + 2 \cdot A \cdot d^2$$

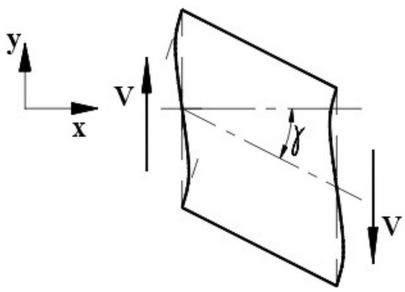
Il carico critico di inflessione laterale euleriano sarebbe:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_{z_1}}{l_0^2}$$

In pratica, per la deformabilità delle due aste, collegate con tralicci o calastrelli, che possono spostarsi localmente l'una rispetto all'altra, il carico critico dell'asta composta $N_{Co,cr}$ risulta inferiore a quello N_{cr} di un'asta semplice.

La riduzione è dovuta all'effetto della deformazione causata dalla sollecitazione a taglio, che, in questo caso, non si può trascurare rispetto a quella di flessione.

Fig.3.10



Ricordiamo che, per effetto della distribuzione del taglio nelle sezioni, queste non si conservano piane. Infatti, ai lembi della sezione, nelle fibre esposte all'esterno, la tensione di taglio è nulla:, e quindi è anche $\gamma = 0$ ($\tau = G \cdot \gamma$); in essi quindi è mantenuta la perpendicolarità tra le fibre longitudinale e trasversali, ottenendo un ingobbamento della sezione a S.

SEZIONE	χ
□	1,2
IPE	2
HE	3,7÷3,8
○	$\frac{10}{9}$

Lo scorrimento unitario medio γ_{med}, nel campo elastico, dove è valida la legge do Hooke, è proporzionale alla tensione media di taglio τ_{med}:

$$\gamma_{med} = \chi \cdot \frac{\tau_{med}}{G} \qquad \text{dove} \qquad \tau_{med} = \frac{V}{A}$$

$$\gamma_{med} = \chi \cdot \frac{V}{G \cdot A} \qquad (3.6)$$

dove:

V è lo sforzo di taglio sulla sezione

χ è il fattore di correzione o di taglio

Presa in considerazione una sezione dove l'asse neutro sia quello debole z, il fattore di correzione χ è espresso:

$$\chi = \frac{A}{J_z^2}\int_A \frac{S_z^2}{b^2} \cdot dA$$

Dove:

- A sezione dell'asta;
- J_z momento d'inerzia assiale rispetto all'asse neutro z, normale allo sforzo di taglio V parallelo all'asse y;
- b corda parallela all'asse neutro normale allo sforzo di taglio V;
- S_z momento statico, rispetto all'asse neutro z della porzione di sezione al di sopra o al disotto della corda b.

Dalla (3.6) si ricava lo sforzo di taglio V.

$$V = \frac{G \cdot A}{\chi} \cdot \gamma_m \qquad (3.7)$$

Si definisce *rigidezza di taglio* S_v il coefficiente di proporzionalità tra lo sforzo di taglio V e lo scorrimento unitario medio γ_m.

$$S_v = \frac{G \cdot A}{\chi} \qquad (3.8)$$

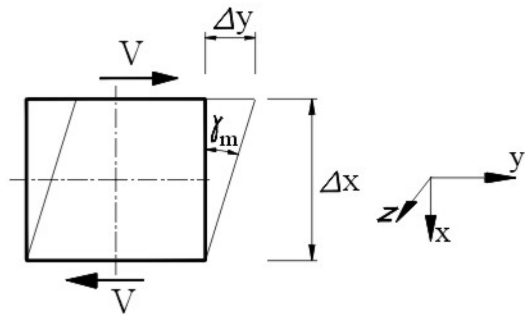
Così, sostituendo nella (3.7) lo sforzo di taglio V è dato dall'espressione:

$$V = S_v \cdot \gamma_m \qquad (3.9)$$

da cui

$$S_v = \frac{V}{\gamma_m} \qquad (3.9,a)$$

Fig.3.13



Consideriamo uno scorrimento Δy tra due sezioni contigue di un'asta verticale, distanti Δx, dovuto allo sforzo di taglio V, perpendicolare all'asse debole z, lo scorrimento unitario medio è (Fig.3.13):

$$\gamma_{med} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = tag\gamma \qquad (3.10)$$

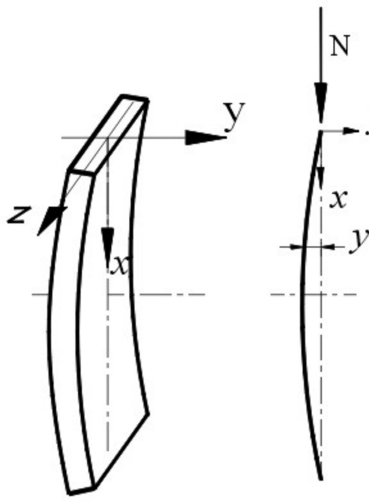
Riunendo le tre relazioni (3.8), (3.9), (3.9.a) la rigidezza al taglio è espressa dalla relazione:

$$S_v = \frac{G \cdot A}{\chi} = \frac{V}{\gamma_m} \qquad (3.11)$$

l'espressione (3.11) indica che la rigidezza al taglio rappresenta quello sforzo di taglio che determina uno scorrimento medio unitario $\gamma_m = 1$.

3.2.1- Comportamento di un asta snella considerando l'effetto del taglio

Fig.3.14



Consideriamo un'asta snella, incernierata alle estremità, e sottoposta ad uno sforzo normale N. Per effetto dell'instabilità l'asta subisce un incurvamento, e, in una sezione distante x da una estremità di riferimento, si ha uno scostamento y dall'asse geometrico a riposo.

L'incurvamento dell'asta avviene con rotazione di ogni sezione attorno al suo asse debole z e sbandamento laterale nella direzione dell'asse forte y.

Per effetto dello sbandamento laterale y, lo sforzo normale N determina un momento flettente M_N, rispetto all'asse baricentrico di una generica sezione, distante x dall'estremità di riferimento

$$M_N = N \cdot y \qquad (3.12)$$

Essendo il momento flettente variabile lungo l'asse dell'asta si hanno. sulle sezioni di questa, sforzi di taglio nella direzione dell'asse y:

$$V = \frac{dM_N}{dx}$$

sostituendo nella (3.12) si ha:

$$V = N \cdot \frac{dy}{dx} \qquad (3.13)$$

3.2.2.1- Curvatura dell'asta snella compressa, dovuta al momento flettente e all''effetto del taglio – equazione differenziale – carico critico

Si consideri un'asta snella, incernierata agli estremi, e sollecitata da uno sforzo assiale N di compressione.

Per effetto dell'instabilità si ha uno sbandamento laterale con incurvatura dell'asta e rotazioni delle sezioni attorno all'asse debole z.

La curvatura, per piccoli valori, è espressa dalla relazione:

$$\vartheta = \frac{1}{r} \cong \frac{d^2 y}{dx^2}$$

dove r è il raggio di curvatura e $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ è la derivata seconda della linea elastica nel punto di raggio r.

Come noto, una curvatura elastica è prodotta da un momento flettente che soddisfa la relazione:

$$\vartheta = \frac{1}{r} = \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{E \cdot J_z}$$

da cui

$$M = -\vartheta \cdot E \cdot J_z \qquad (3.14)$$

$$M = -\ddot{y} \cdot E \cdot J_z \qquad (3.14.a)$$

Ovviamente la curvatura che più interessa è quella rispetto all'asse più debole, che qui è indicato come asse z

La curvatura totale ϑ è determinata dallo sforzo normale N, per effetto della snellezza dell'asta, a cui si somma la deformazione per effetto del taglio V.

Occorre considerare, quindi, due momenti di sollecitazione determinanti la curvatura totale: il momento M_N dovuto allo sforzo N nello sbandamento laterale y, e un momento supplementare M_V dovuto alla deformazione indotta dallo sforzo di taglio V.

Il momento di sollecitazione totale M_S che determina la curvatura totale è quindi:

$$M_s = M_N + M_V$$

Condizione di stabilità dell'asta

Al momento di sollecitazione M_S si oppone il momento interno generato dalla deformazione elastica dell'asta.

L'asta troverà un equilibrio stabile fino al limite in cui il momento di sollecitazione esterna M_s raggiunge il momento interno M_i disponibile dalla elasticità dell'asta:

$$M_i = M_s$$

$$M_i = M_N + M_V \qquad (3.15)$$

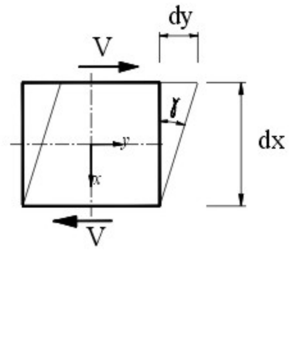
Momento M_N dovuto allo sforzo N

È dovuto allo sbandamento laterale dell'aste ed è stato già espresso nella (3.12)

$$M_N = N \cdot y \qquad (3.16)$$

Momento M_V dovuto alla deformazione generata dallo sforzo di taglio V

fig.3.15



Lo sforzo di taglio V determina, tra due sezioni distanti dx, uno scorrimento relativo dy.

Lo scorrimento unitario γ è:

$$\gamma = \chi \cdot \frac{V}{G \cdot A} \qquad (3.16)$$

Considerando la rigidezza di taglio S_V

$$S_v = \frac{G \cdot A}{\chi} \qquad \text{da cui} \qquad \frac{\chi}{G \cdot A} = \frac{1}{S_V}$$

sostituendo nella (3.16) si ha:

$$\gamma = \frac{V}{S_V}$$

dalla fig.3.15 si ha

$$tg\gamma \cong \gamma = \frac{dy}{dx} = \dot{y} \qquad \text{derivata prima}$$

quindi

$$\dot{y} = \frac{V}{S_V}$$

derivando ulteriormente:

$$\ddot{y} = \frac{1}{S_V} \cdot \frac{dV}{dx}$$

ma tale derivata seconda $\ddot{y} = \frac{d^2y}{dx^2}$ determina l'incremento della curvatura ϑ_v dovuta al taglio

$$\vartheta_V = \frac{1}{S_V} \cdot \frac{dV}{dx} \qquad (3.17)$$

per la (3.14) la curvatura ϑ_v indotta dal taglio implica il momento di sollecitazione supplementare M_V

$$M_V = -\vartheta_V \cdot E \cdot J$$

sostituendo la (3.17)

$$M_V = -\frac{E \cdot J}{S_V} \cdot \frac{dV}{dx}$$

per la (3.13)

$$V = N \cdot \frac{dy}{dx}$$

sostituendo:

$$M_V = -\frac{E \cdot J}{S_V} \cdot N \cdot \frac{d^2y}{dx^2}$$

$$M_V = -E \cdot J \cdot \frac{N}{S_V} \cdot \ddot{y} \qquad (3.18)$$

Momento interno M_i di reazione alla deformazione totale ϑ

Il momento interno M_i disponibile dalla elasticità dell'asta è fornito dalla espressione (3.14.a):

$$M_i = -E \cdot J_z \cdot \ddot{y} \qquad (3.19)$$

Condizione limite di stabilità – equazione differenziale

L'asta snella con sbandamento laterale y è in equilibrio stabile fino al limite in cui il momento di sollecitazione esterna M_s raggiunge il momento interno M_i disponibile dalla elasticità dell'asta:

$$M_i = M_N + M_V$$

sostituendo le (3.16), (3.18), (3.19) si ha:

$$-E \cdot J_z \cdot \ddot{y} = N \cdot y - E \cdot J_z \cdot \frac{N}{S_V} \cdot \ddot{y}$$

$$E \cdot J_z \cdot \ddot{y} - E \cdot J_z \cdot \frac{N}{S_V} \cdot \ddot{y} + N \cdot y = 0$$

$$\left(1 - \frac{N}{S_V}\right) \cdot E \cdot J_z \cdot \ddot{y} + N \cdot y = 0$$

dividendo per $E \cdot J_z$

$$\left(1 - \frac{N}{S_V}\right) \cdot \ddot{y} + \frac{N}{E \cdot J_z} \cdot y = 0$$

Poniamo:

$$\begin{cases} \alpha = 1 - \dfrac{N}{S_v} \\ \beta = \dfrac{N}{E \cdot J_z} \end{cases} \qquad (3.20)$$

si ha l'equazione differenziale:

$$\alpha \ \ddot{y} + \beta \ y = 0$$

all'equazione differenziale si associa quella caratteristica:

$$\alpha \ z^2 + \beta = 0 \qquad \text{da cui} \qquad z = \pm i \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}$$

Si ha così l'equazione integrale della linea elastica:

$$y = C_1 \cdot sen\left(\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} \cdot x\right) + C_2 \cdot cos\left(\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} \cdot x\right) \qquad (3.21)$$

dove C_1 e C_2 dipendono dalle condizioni al contorno.

Supposti i vincoli di cernere agli estremi dell'asta, le condizioni al contorno risultano:

1° per $x = 0 \rightarrow y = 0$

2° per $x = L \rightarrow y = 0$

Dalla prima condizione ($x = 0 \rightarrow y = 0$) sostituendo nella (3.21) si ha:

$$0 = 0 + C_2 \cdot L$$

$$C_2 = 0 \qquad (3.22)$$

L'equazione (3.21) diviene:

$$y = C_1 \cdot sen\left(\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} \cdot x\right) \qquad (3.24)$$

Dalla seconda condizione ($x = L \rightarrow y = 0$) sostituendo nella (3.21) si ha:

$$0 = C_1 \cdot sen\left(\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} \cdot L\right) \qquad (3.25)$$

l'espressione (3.23) è soddisfatta per quegli angoli che annullano il valore della funzione seno, ossia per:

$$\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} \cdot L = n \cdot \pi \qquad (3.26)$$

Non può essere $n = 0$ perché in tal caso si avrebbe:

$$\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} \cdot L = \sqrt{\frac{\frac{N}{E \cdot J_z}}{1 - \frac{N}{S_v}}} \cdot L = 0$$

che sarebbe verificata solamente per $N = 0$, essendo $L \neq 0$; ciò è contro l'ipotesi che l'asta è caricata da uno sforzo $N \neq 0$

Il primo valore accettabile, non banale della (3.26) si ha per:

$$n = 1$$

con un carico:

$$N = N_{cr,eff}$$

$N_{cr,eff}$ è il *carico critico effettivo* dell'asta snella, che tiene conto dell'effetto del taglio . Ovviamente sono da escludere valori di $n > 1$ che indicherebbero carichi critici maggiori di $N_{cr,eff}$.

Accettato il valore $n = 1$ per la determinazione del carico critico $N_{Co,cr}$ dell'asta composta, l'espressione (3.26) che soddisfa la soluzione integrale dell'equazione differenziale (la curva di deformazione elastica) è:

$$\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} \cdot L = \pi \qquad (3.27)$$

sostituendo le (3.19)

$$\sqrt{\frac{\dfrac{N_{cr,eff}}{E \cdot J_z}}{1 - \dfrac{N_{cr,eff}}{S_v}}} \cdot L = \pi$$

elevando al quadrato

$$\frac{\dfrac{N_{cr,eff}}{E \cdot J_z}}{1 - \dfrac{N_{cr,eff}}{S_v}} \cdot L^2 = \pi^2$$

da cui:

$$\frac{N_{cr,eff}}{E \cdot J_z} \cdot L^2 = \pi^2 \cdot \left(1 - \frac{N_{cr,eff}}{S_v} \right)$$

$$N_{cr,eff} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_z}{L^2} \cdot \left(1 - \frac{N_{cr,eff}}{S_v} \right) \qquad (3.28)$$

Ma l'espressione:

$$\frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_z}{L^2} = N_{cr}$$

è il carico critico euleriano dell'asta snella, senza l'influenza del taglio.
Sostituendo, si ha:

$$N_{cr,eff} = N_{cr} \cdot \left(1 - \frac{N_{cr,ef}}{S_v} \right)$$

Raccogliendo $N_{cr,eff}$:

$$N_{cr,eff} = N_{cr} - \frac{N_{cr}}{S_v} \cdot N_{cr,eff} \qquad N_{cr,eff} + \frac{N_{cr}}{S_v} \cdot N_{cr,eff} = N_{cr}$$

$$N_{cr,eff} \cdot \left(1 + \frac{N_{cr}}{S_v} \right) = N_{cr}$$

$$N_{cr,eff} = \frac{N_{cr}}{1 + \dfrac{N_{cr}}{S_v}} \qquad (3.29)$$

L'espressione (3.29) evidenzia che il carico critico effettivo $N_{cr,ef}$ che tiene conto dell'effetto del taglio, nel quale si fa risentire l'effetto del taglio, è inferiore a quello euleriano N_{cr}.

L'elemento di riduzione è l'addendo posto al denominatore:

$$\frac{N_{cr}}{S_v}$$

Dividendo numeratore e denominatore della (3.29) per N_{cr} si ha:

$$N_{cr,eff} = \frac{1}{\frac{1}{N_{cr}} + \frac{1}{S_v}} \qquad (3.30)$$

Dove:

N_{cr} carico critico euleriano dell'asta snella :

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_z}{L^2}$$

S_v rigidezza di taglio:

$$S_v = \frac{G \cdot A}{\chi}$$

Carico critico nelle aste composte

Nelle aste composte, il carico critico effettivo, indicato con $N_{Co,cr}$, è espresso dalla stessa formula (3.30) ricavata per la singola asta snella:

$$N_{Co,cr} = \frac{1}{\frac{1}{N_{cr}} + \frac{1}{S_v}} \qquad (3.30.a)$$

dove il momento critico euleriano N_{cr} è ricavato rispetto al momento d'inerzia effettivo dell'asta composta: vedi oltre

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_{eff}}{L^2} \qquad (3.30.b)$$

Le rigidezze di taglio S_v per le aste composte usuali sono fornite dalle tabelle : **tabella 3.4 - tabella 3.4.1:** vedi oltre.

3.2.2.2- Espressione del momento di progetto nell'asta compressa composta

La forza normale di progetto da utilizzare per la verifica all'instabilità laterale di un singolo corrente di un'asta composta, deve tener conto, oltre alla porzione che gli compete dello di sforzo normale su di esso, anche del momento che agisce sull'intera asta composta, (vedi oltre).

Si distinguono i momenti:

1° momento massimo M'_{Ed} agente sulla mezzeria dell'asta composta;

2° Momento dovuto all'eccentricità e_0 derivata dalla non linearità dell'asta o da imperfezioni di montaggio. Lo sforzo normale di progetto N_{Ed} dell'asta composta, per effetto dell'eccentricità, provoca un momento rispetto al baricentro della mezzeria dell'asta:

$$N_{Ed} \cdot e_0$$

Il momento da porre a calcolo è la somma dei due momenti

$$N_{Ed} \cdot e_0 + M'_{Ed} \qquad (3.31)$$

Il momento di progetto M_{Ed} da porre a calcolo nella verifica dell'asta compressa composta è maggiorato rispetto alla somma (3.31), in base al rapporto $\dfrac{N_{Ed}}{N_{Co,cr}}$

$$M_{Ed} = \frac{N_{Ed} \cdot e_0 + M'_{Ed}}{1 - \dfrac{N_{Ed}}{N_{Co,cr}}} \qquad (3.32)$$

Il momento di progetto M_{Ed} è tanto maggiore quanto più lo sforzo normale di progetto N_{Ed} si avvicina a quello $N_{Co,cr}$ dell'asta composta: per $N_{Ed} \to N_{Co,cr} \quad M_{Ed} \to \infty$

Sostituendo nella (3.32) l'espressione (3.30) di $N_{Co,cr}$

$$M_{Ed} = \frac{N_{Ed} \cdot e_0 + M'_{Ed}}{1 - \dfrac{N_{Ed}}{\dfrac{1}{\dfrac{1}{N_{cr}} + \dfrac{1}{S_v}}}} \qquad M_{Ed} = \frac{N_{Ed} \cdot e_0 + M'_{Ed}}{1 - N_{Ed}\left(\dfrac{1}{N_{cr}} + \dfrac{1}{S_v}\right)}$$

$$M_{Ed} = \frac{N_{Ed} \cdot e_0 + M'_{Ed}}{1 - \dfrac{N_{Ed}}{N_{cr}} - \dfrac{N_{Ed}}{S_v}} \qquad (3.33)$$

Dove:

N_{Ed} forza normale di progetto dell'asta composta;

e_0 eccentricità – imperfezione;

M'_{Ed} valore massimo del momento flettente agente in mezzeria dell'asta composta;

N_{cr} Carico critico euleriano dell'asta composta

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_{eff}}{L^2}$$

dove J_{eff} è il momento d'inerzia efficace dell'asta composta (vedi oltre);

S_v rigidezza a taglio equivalente della tralicciatura o calastrellatura dell'asta composta (vedi oltre).

3.3- Verifica della stabilità delle aste compresse composte

Si considerano aste compresse composte da due correnti, collegati tra loro con tralicci o calastrelli.

I due correnti sono a sezione costante ad anima piena o, a loro volta, tralicciati o calastrellati.

3.3.1- Membrature tralicciate compresse

UNI ENV 1993-1-1 / NTC circolare 2009

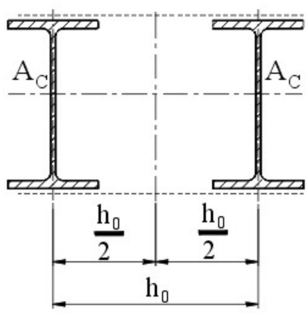
Dettagli costruttivi

- I sistemi di tralicciatura sulle facce opposte devono essere una l'ombra dell'altra, come rappresentato in Tab.3.1 nel *(sistema raccomandato)*
- Devono essere disposti traversi di Tab.3.2

3.3.1.1- Verifiche – parametri di calcolo

Momento d'inerzia efficace

Fig.3.20



In una membratura compressa, composta da due correnti di sezione A_c collegati con tralicci, si considera, nei calcoli di verifica nelle membrature tralicciate, un momento di inerzia efficace J_{eff} espresso dalla relazione:

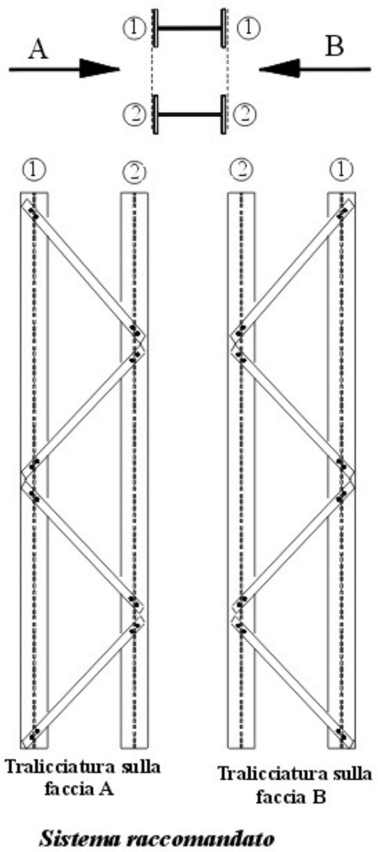
$$J_{eff} = 2 \cdot A_C \cdot \left(\frac{h_0}{2} \right)^2$$

$$J_{eff} = 0{,}5 \cdot A_C \cdot h_0^2 \qquad (3.34)$$

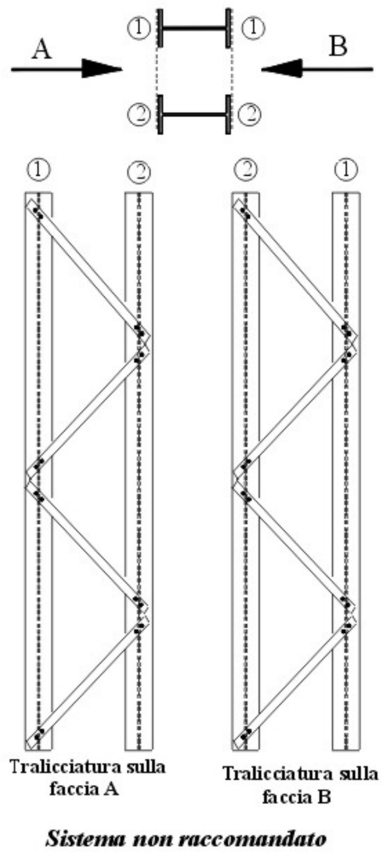
dove:

h_0 è la distanza tra i baricentri dei due correnti

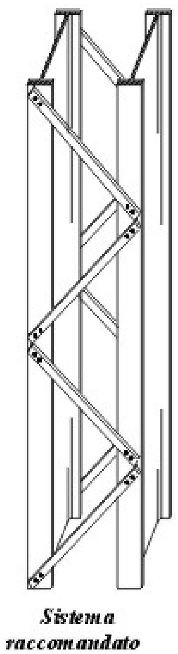
A_C è l'area della sezione di ciascun corrente



(a) Sistema di tralicciatura corrispondenti

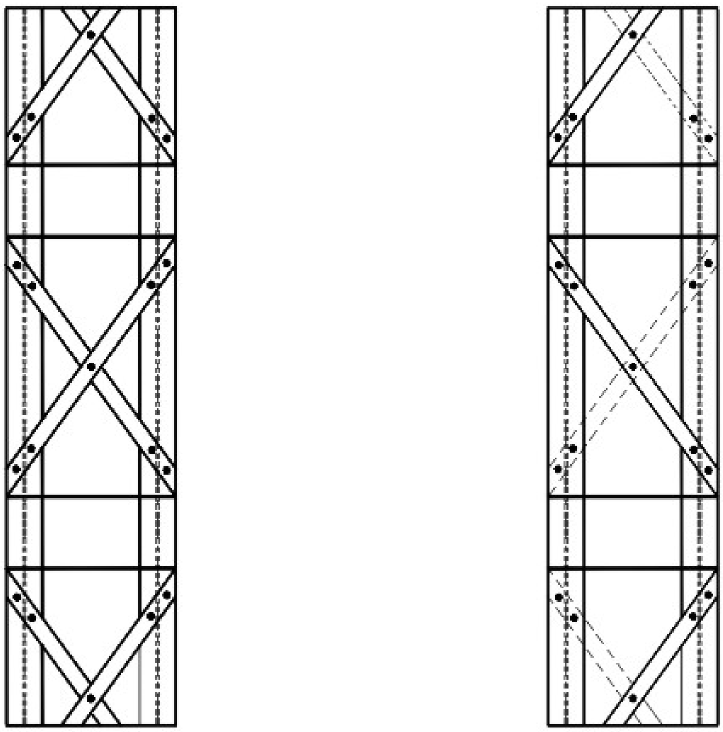


(b) Sistema di tralicciatura reciprocamente opposti



Tralicciatura a singola diagonale sulle face opposte degli elementi principali

Tab.3.2



(a) Sistema di tralicciatura a doppia intersezione

(b) Sistema di tralicciatura reciprocamente opposti

Sistema non raccomandato

Sistemi di tralicciatura accoppiati ad altri componenti perpendicolari all'asse longitudinale della membratura

Imperfezione di assialità

Nella membrature compresse composte di lunghezza L si tiene conto di una possibile imperfezione di assialità geometrica degli elementi collegati, a causa della costruzione o del montaggio, considerando una eccentricità e_0 :

$$e_0 = \frac{L}{500} \qquad (3.35)$$

L'eccentricità e_0 determina un momento addizionale:

$$M_s = e_0 \cdot N_{Ed} \qquad (3.36)$$

Tab.3.1

Momento di progetto M_{Ed}

Il momento di progetto M_{Ed} da utilizzare nella verifica del corrente di un asta composta intralicciata è quello determinato nelle note di instabilità dell'asta compressa, ed è espresso dalla formula (3.33) – punto 3.2.2.2:

$$M_{Ed} = \frac{N_{Ed} \cdot e_0 + M'_{Ed}}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}} - \frac{N_{Ed}}{S_v}} \qquad (3.33)$$

Il momento M_{Ed} è dovuto: all'eccentricità e_0 per imperfezioni di linearità o di montaggio, ad un eventuale momento M'_{Ed} in mezzeria, e tiene conto della instabilità laterale dell'asta composta, attraverso la rigidezza al taglio S_v e il carico critico euleriano N_{cr}.

Il carico critico N_{cr} è:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_{eff}}{L^2} \qquad (3.37)$$

dove, per le membrature intralicciate il, momento d'inerzia efficace J_{eff} è dato dalla espressione (3.34):

$$J_{eff} = 0{,}5 \cdot A_C \cdot h_0^2 \qquad (3.34)$$

si ha:

M_{Ed} Momento di progetto dell'asta composta

N_{Ed} forza normale di progetto dell'asta composta;

e_0 eccentricità – imperfezione;

M'_{Ed} valore massimo del momento flettente agente in mezzeria dell'asta composta;

N_{cr} Carico critico euleriano dell'asta composta

J_{eff} momento d'inerzia efficace dell'asta composta

S_v rigidezza a taglio equivalente della tralicciatura dell'asta composta (vedi il punto seguente)

Nelle membrature calastrellate il momento d'inerzia efficace J_{eff} è espresso diversamente dalla (3.34), vedi oltre.

Espressione della forza normale di progetto $N_{C,Ed}$ su uno dei due correnti di un'asta composta sia tralicciata sia calastrellata

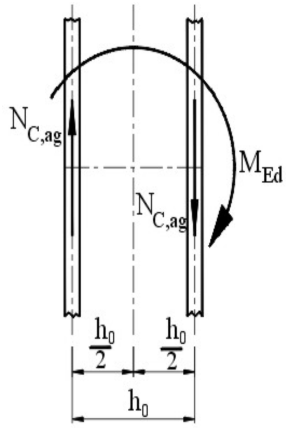
Si considera qui un'asta composta da due correnti, sia intralicciata, sia calastrellata.

Si è indicato con N_{Ed} la forza normale totale di progetto agente su un asta composta da due correnti. La forza normale di progetto $N_{C,Ed}$ su un singolo corrente è calcolata con la metà del carico N_{Ed} agente sull'intera asta, maggiorata di un contributo, dovuto al momento M_{Ed} (3.33), che tiene conto dell'instabilità laterale, dell'eccentricità e_0, dell'eventuale momento M'_{Ed} nella mezzeria dell'asta.

Lo sforzo normale di progetto N_{Ed} agente sull'asta composta da due correnti determina su ciascuno di essi uno sforzo normale N'_C pari alla metà di N_{Ed}

$$N'_C = 0{,}5 \cdot N_{Ed} \qquad (3.38)$$

Fig.3.22



Il momento M_{Ed} che agisce sull'asta composta dai due correnti, con i baricentri delle sezioni distanti h_0 tra loro, determina su ciascuno di essi uno sforzo normale aggiuntivo $N_{C,ag}$ pari a:

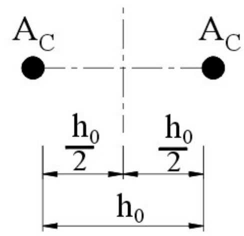
$$N_{C,ag} = \frac{M_{Ed}}{h_0} \qquad (3.39)$$

Uno sforzo è di compressione e 'altro di trazione del corrente. Per il calcolo di verifica si prende in considerazione quello di compressione.

Lo sforzo aggiuntivo $N_{C,ag}$ è poi moltiplicato per il rapporto:

$$\frac{2 \cdot A_C \cdot \left(\frac{h_0}{2}\right)^2}{J_{eff}} = \frac{\frac{h_0^2 \cdot A_C}{2}}{J_{eff}} = \frac{h_0^2 \cdot A_C}{2 \cdot J_{eff}}$$

dove



$2 \cdot A_C \cdot \left(\frac{h_0}{2}\right)^2$ è il momenti d'inezia essenziale, con le due masse superficiali A_C considerate condensate ciascuna nel proprio baricentro.

J_{eff} momento d'inerzia efficace dell'asta composta, dipendente dal tipo di connessione: tralicciata o calastrellata (nelle intralicciate coincide con quello essenziale)

Lo sforzo aggiuntivo effettivo $N_{C,ag,eff}$ per effetto del momento di progetto M_{Ed} risulta quindi:

$$N_{C,ag,eff} = N_{C,ag} \cdot \frac{h_0^2 \cdot A_C}{2 \cdot J_{eff}}$$

Sostituendo la (3.39)

$$N_{C,ag,eff} = \frac{M_{Ed}}{h_0} \cdot \frac{h_0^2 \cdot A_C}{2 \cdot J_{eff}}$$

$$N_{C,ag,eff} = \frac{M_{Ed} \cdot h_0 \cdot A_C}{2 \cdot J_{eff}} \qquad (3.40)$$

Lo sforzo totale di progetto $N_{C,Ed}$ sul corrente è la somma dei due sforzi (3.38) e (3.40)

$$N_{C.Ed} = N_C' + N_{C,ag,eff}$$

sostituendo si ha:

$$N_{C,Ed} = 0{,}5 \cdot N_{Ed} + \frac{M_{Ed} \cdot h_0 \cdot A_C}{2 \cdot J_{eff}} \qquad (3.41)$$

dove:

$N_{C,Ed}$	sforzo normale di progetto sul singolo corrente
N_{Ed}	sforzo normale di progetto sull'asta composta
h_0	distanza tra i baricentri dei due correnti
A_C	area della sezione di ciascun corrente
J_{eff}	momento d'inerzia efficace della sezione composta
M_{Ed}	momento di progetto espresso dalla (3.33)

Nel caso in esame di un'asta composta intralicciata, il momento d'inerzia efficace è dato dalla (3.34)

$$J_{eff} = 0{,}5 \cdot A_C \cdot h_0^2$$

sostituendo nella (3.41) si ha:

$$N_{C,Ed} = 0{,}5 \cdot N_{Ed} + \frac{M_{Ed} \cdot h_0 \cdot A_C}{2 \cdot 0{,}5 \cdot A_C \cdot h_0^2}$$

$$N_{C,Ed} = 0{,}5 \cdot N_{Ed} + \frac{M_{Ed} \cdot}{h_0} \qquad (3.42)$$

Determinazione della rigidezza al taglio S_v

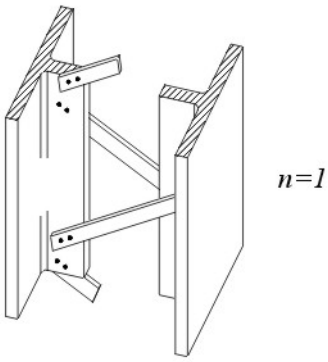
Come si è già precisato, la rigidezza al taglio S_v è l'azione tagliante che produce uno scorrimento unitario: sforzo per unità di scorrimento γ :

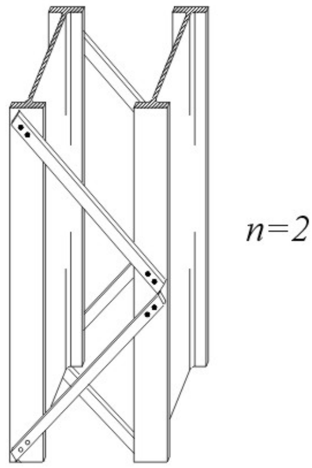
$$S_v = \frac{V}{\gamma}$$

Essa dipende dal tipo di tralicciatura.

Nella Tab.3.3- sono riportate le espressioni di S_v, secondo normativa *EC3,* in funzione dei seguenti parametri caratteristici:

A_d	Area dei diagonali
a	passo del traliccio: vedi Tab.3.3 nelle seguenti pagine
d	lunghezza della diagonale
h_0	distanza dei baricentri dei correnti
n	numero dei piani di tralicciatura: $n = 1$ - $n = 2$





Nella Tab.3.4 - sono riportate le espressioni di S_v, secondo normativa NTC, in funzione dei seguenti parametri caratteristici:

A_d	Area dei diagonali;
A_v	area dei calastrelli;
A_c	area di un corrente;
J_v	momento d'inerzia dei calastrelli
a	passo del traliccio:
d	lunghezza della diagonale
h_0	distanza dei baricentri dei correnti
n	numero dei piani di tralicciatura: $n = 1$ - $n = 2$

Tabella 3.3

UNI ENV 1993

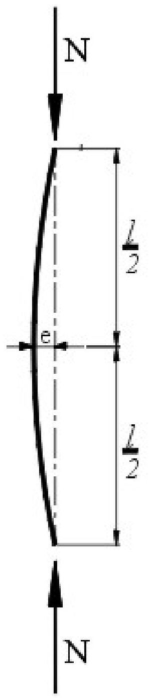
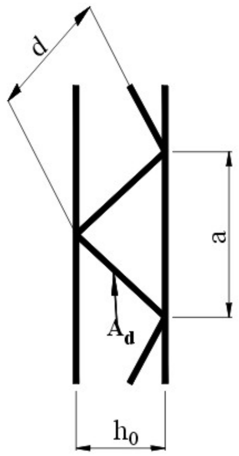
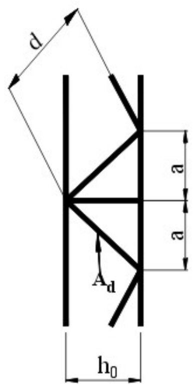
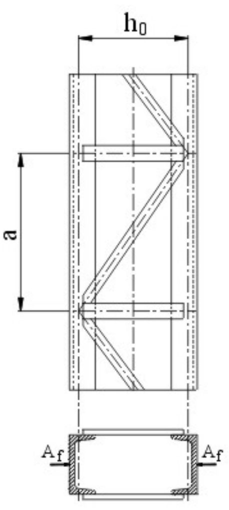
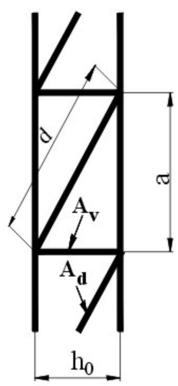
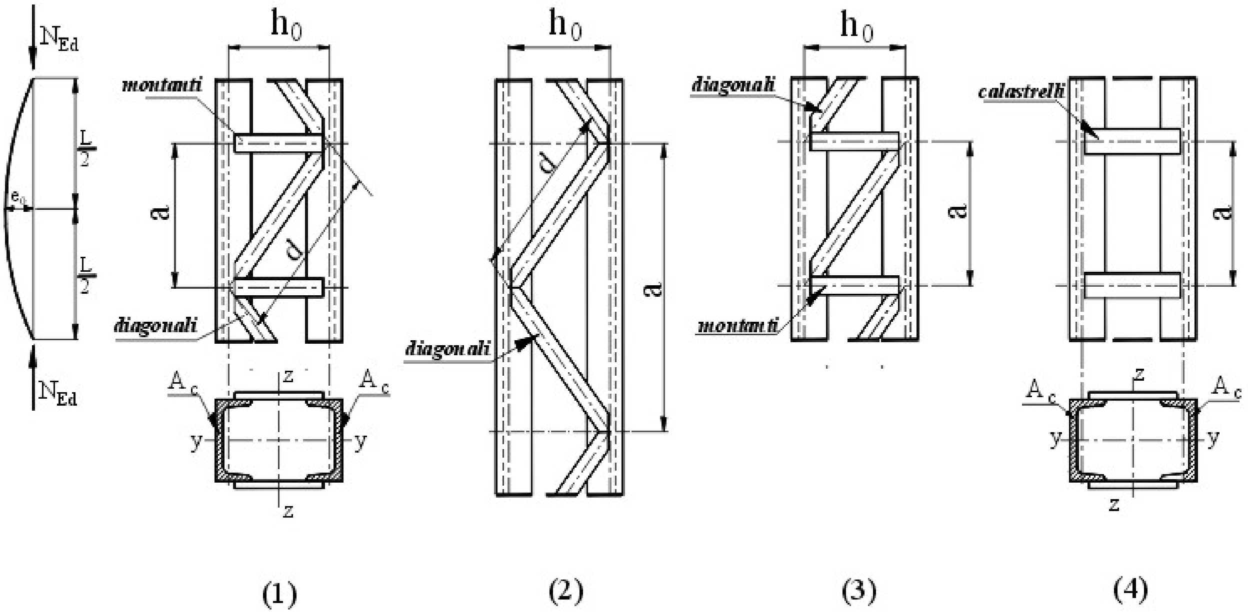
<table>
<tr><td rowspan="3"></td><td>Sistema</td><td>S_v</td></tr>
<tr><td>
Schema 2</td><td>$$\frac{n\,E\,A_d\,a\,h_0^2}{2\,d^3}$$</td></tr>
<tr><td>
Schema 1</td><td>$$\frac{n\,E\,A_d\,a\,h_0^2}{d^3}$$</td></tr>
<tr><td rowspan="2"></td><td>
Schema 3</td><td>$$\frac{n\,E\,A_d\,a\,h_0^2}{d^3\left[1+\dfrac{A_d\,h_0^3}{A_v\,d^3}\right]}$$</td></tr>
<tr><td colspan="2">n è il numero di piani di tralicciatura
A_d e A_v si riferiscono al singolo piano</td></tr>
</table>

Tabella 3.4 – dalla Normativa NTC
(Figura C4.2.7 norme NTC)



Aste composte costituite da due correnti uguali

Tab.3.4.I
(Tabella C4.2.II normativa NTC)

schema dell'asta composta	(1)	(2)	(3)	(4)
S_v rigidezza a taglio	$\dfrac{n \cdot E\,A_d \cdot a \cdot h_0^2}{d^3}$	$\dfrac{n \cdot E\,A_d \cdot a \cdot h_0^2}{2 \cdot d^3}$	$\dfrac{n\,E\,A_d \cdot a \cdot h_0^2}{d^2\left[1+\dfrac{A_d \cdot h_0^3}{A_v \cdot d^3}\right]}$	$\dfrac{24\,E\,J_c}{a^2 \cdot \left[1+\dfrac{2 \cdot J_c \cdot h_0}{n \cdot J_v \cdot a}\right]} \le \dfrac{2\pi^2 \cdot EJ_c}{a^2}$

A_d area diagonali. A_v area dei calastrelli. J_v momento d'inerzia dei calastrelli. A_c area di un corrente. n numero di piani di tralicciatura o calastrellatura.

Sforzo di taglio di progetto V_{Ed} nei campi estremi degli elementi di collegamento

(Punto C4.2.4.1.3.1.2 normativa NTC – suppl. ord. n 27 / Punto 5.9.2.6 EC3)

Nell'asta composta tralicciata o calastrellata, nei campi estremi degli elementi di parete, si considera uno sforzo di taglio V_{Ed} dato dalla espressione:

$$V_{Ed} = \pi \cdot \frac{M_{Ed}}{L} \tag{3.43}$$

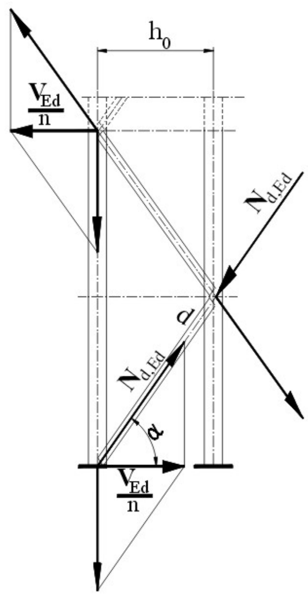
Dove M_{Ed} è il momento di progetto dato dalla (3.33) ed L è la lunghezza dell'asta composta

Sforzo sulle diagonali di parete $Nd,_{Ed}$

Nei campi estremi dell'asta composta intralicciata, alla estremità di una diagonale di parate, si presenta uno sforzo di taglio, dipendente dal numero di piani di tralicciatura n:

$$\frac{V_{Ed}}{n} \quad \begin{cases} n = 1 \\ n = 2 \end{cases}$$

Fig.3.26



Lo sforzo di taglio $\frac{V_{Ed}}{n}$, agente nel nodo di congiunzione tra corrente ed estremità della diagonale, si decompone nelle due componenti, una sull'asse del corrente e l'altra sull'asse della diagonale.

Nella decomposizione delle sforzo di taglio in un campo estremo, una diagonale è sollecitata a uno sforzo di trazione $N_{d,Ed}$ e l'altra ad uno di compressione della stessa entità. Si considererà l'azione su questa.

Dalla Fig.3.26 si ha:

$$N_{d,Ed} = \frac{V_{Ed}}{n} \cdot \frac{1}{\cos\alpha} \qquad \text{con} \qquad \cos\alpha = \frac{h_0}{d}$$

$$N_{d,Ed} = \frac{V_{Ed}}{n} \cdot \frac{1}{\frac{h_0}{d}}$$

$$N_{d,Ed} = \frac{V_{Ed} \cdot d}{n \cdot h_0} \tag{3.44}$$

dove:

V_{Ed}	Sforzo di taglio nei campi estremi degli elemento di parete
d	lunghezza della diagonale
h_0	distanza tra i baricentri dei due correnti
n	numero di piani di tralicciatura

3.3.1.2- Verifiche degli elementi

Verifiche dei correnti ad anima piena

Calcolato lo sforzo normale di progetto $N_{C,Ed}$ su un corrente, per la verifica occorre che risulti:

$$\frac{N_{C,Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1 \qquad (3.45)$$

dove $N_{b.Rd}$ è la resistenza all'instabilità del corrente compresso-

Si debbono eseguire almeno due verifiche: una rispetto all'asse forte e l'altra rispetto all'asse debole.

Rispetto all'asse forte si verifica il corrente per l'intera sua lunghezza, assumendo come lunghezza di libere inflessione L considerando l'asta incernierata agli estremi, o convenientemente adottata per vincoli diversi.

$$N_{b.,Rd} = \chi \cdot \frac{A_C \cdot f_{yk}}{\gamma_{M1}} \qquad (3.46)$$

Rispetto all'asse debole la lunghezza di libera inflessione per i correnti ad anima piena viene presa pari alla lunghezza $"a"$ tra le connessione di sistema del traliccio secondo gli schemi di Tab.3.3 (EC3) – Tab.3.4 (NTC).

Verifiche dei correnti a loro volta tralicciati

Lo sforzo normale di progetto è espresso dalla stessa formula impiegata per i correnti ad anima piena:

$$N_{C,Ed} = 0{,}5 \cdot N_{Ed} + \frac{M_{Ed}}{h_0} \qquad (3.47)$$

con:

$$M_{Ed} = \frac{N_{Ed} \cdot e_0 + M'_{Ed}}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}} - \frac{N_{Ed}}{S_v}} \qquad (3.48)$$

dove

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_{eff}}{L^2} \qquad (3.49)$$

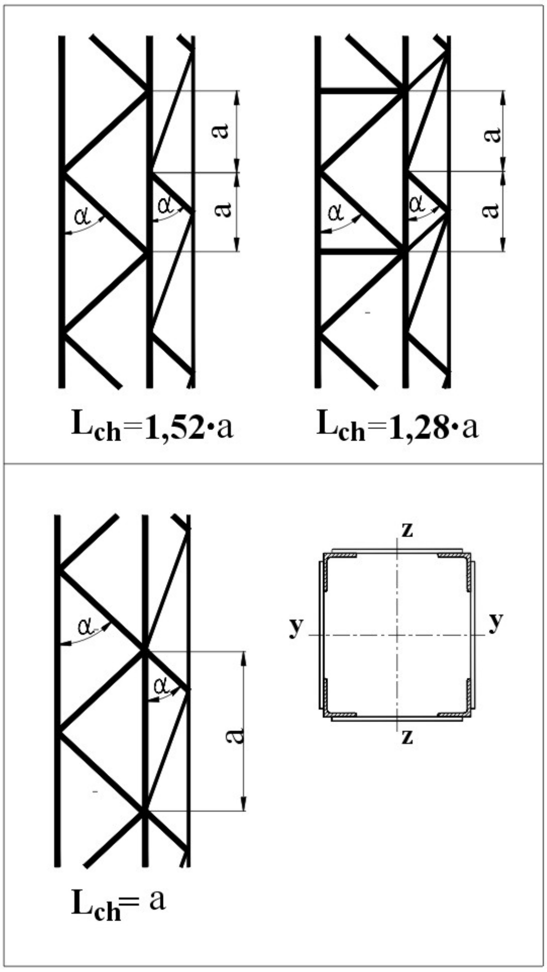
con

$$J_{eff} = 0{,}5 \cdot A_C \cdot h_0^2 \qquad (3.50)$$

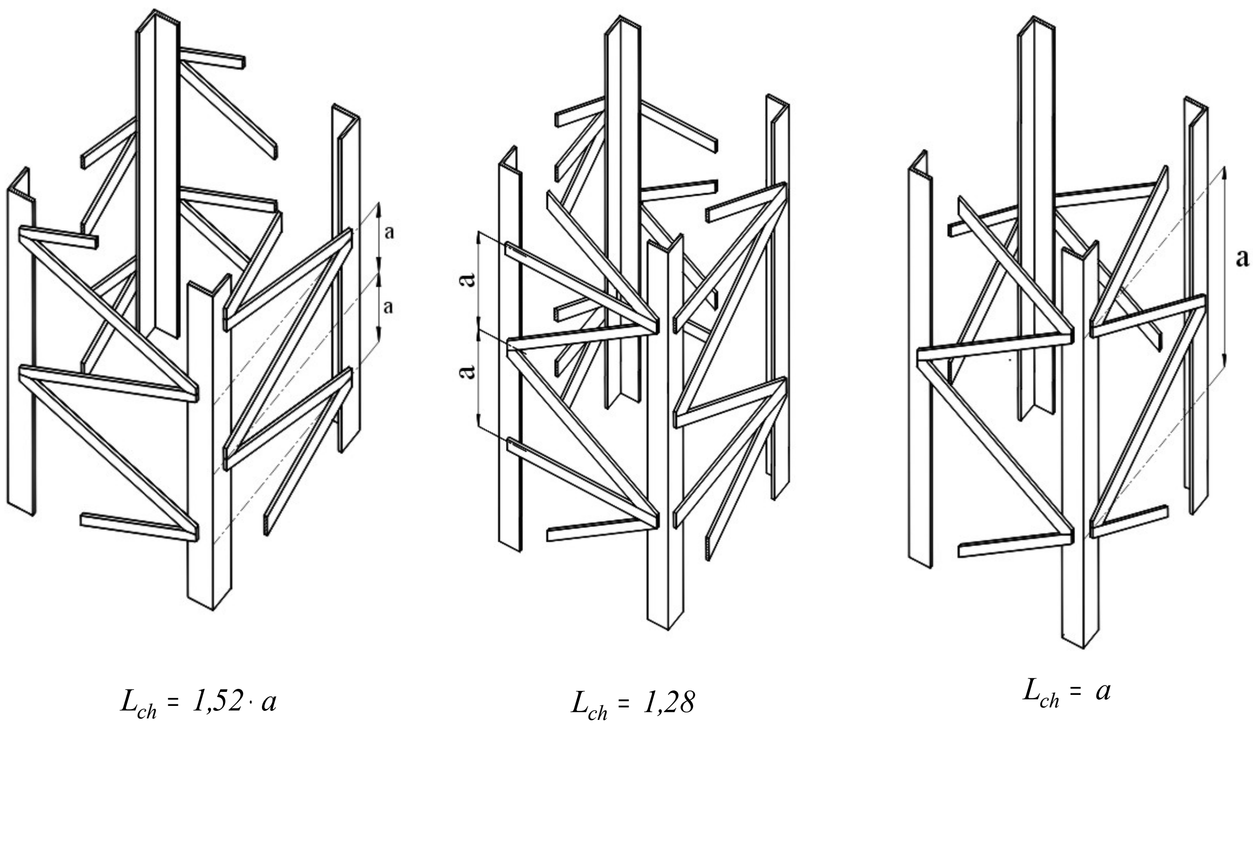
La rigidezza equivalente a taglio dell'asta tralicciata, da introdurre nella formula (3.48), è riportata nella tabella Tab.3.4.I rappresentata nella pagina precedente

Per i correnti a loro volta tralicciati, la lunghezza di libera inflessione $"L_{ch}"$ dipende dallo schema di sistema e indicato nella tabella Tab.3.5, di seguito riportata.

Tabella 3.5



Lunghezza di libera inflessione dei correnti di aste tralicciate



L_{ch} = $1{,}52 \cdot a$ L_{ch} = $1{,}28$ L_{ch} = a

Verifiche delle diagonali

Si verifica la diagonale compressa secondo l'asse debole, assumendo come lunghezza di libera inflessione quella "d" della diagonale stessa.

Per la verifica deve risultare

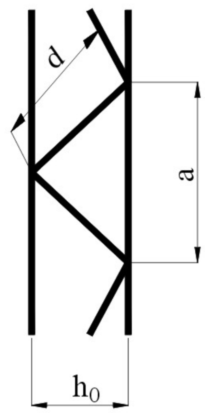
$$\frac{N_{d,Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1 \qquad (3.51)$$

con

$$N_{b.,Rd} = \chi \cdot \frac{A_d \cdot f_{yk}}{\gamma_{M1}} \qquad (3.52)$$

Esempio di verifica di un'asta compressa tralicciata

Fig.3.37



Verificare la colonna tralicciata, con tralicciatura schematizzata in figura.

Lunghezza totale dell'asta	$L = 1100\ mm$
Passo del traliccio	$a = 110\ cm$
Distanza baricentri tra i due correnti	$h_0 = 550\ cm$

La trave tralicciata è composta da due correnti IPE 400 *e diagonali con profilato piatto* ⊏⊐ *70x10*

Materiale $S\,275$.

Condizioni di carico

Carico assiale permanente	$G_1 = 900\ kN$
Carico variabile	$Q_1 = 1000\ kN$

----------o----------

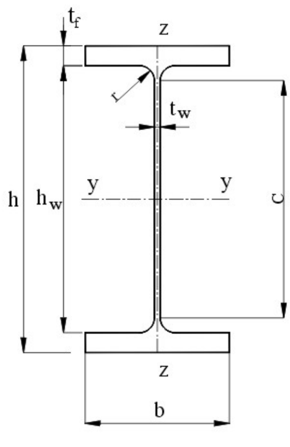
Profilato IPE 400

$h = 400\ mm = 40\,cm$	$I_y = 23130\ cm^4$
$b = 180\ mm = 18\,cm$	$I_z = 1316\,cm^4$
$t_f = 13{,}5\ mm = 1{,}35\,cm$	$W_{pl,y} = 1307\ cm^3$
$t_w = 8{,}6\ mm = 0{,}86\,cm$	$S_y = 653{,}5\ cm^3$
$A = 8450\ mm^2 = 84{,}50\,cm^2$	$W_{el,y} = 1156\ cm^3$

$h_w = 170\,mm = 17\,cm$

$G = 66{,}3\,kg/m$

$r = 21\,mm = 2{,}1\,cm$



Classe del profilato - parti soggette a compressione

Classe dell'anima

Classe 1 $\frac{C}{t} \leq 33\varepsilon$

Classe 2 $\frac{C}{t} \leq 38\varepsilon$

Classe 3 $\frac{C}{t} \leq 42\varepsilon$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_{yk}}} = \sqrt{\frac{235}{275}} = 0{,}92$$

sostituendo si ha:

Classe 1 $\frac{C}{t} \leq 33 \cdot 0{,}92$ $\frac{C}{t} \leq 30{,}36$

Classe 2 $\frac{C}{t} \leq 38 \cdot 0{,}92$ $\frac{C}{t} \leq 34{,}96$

Classe 3 $\frac{C}{t} \leq 42 \cdot 0{,}92$ $\frac{C}{t} \leq 38{,}64$

Per il profilato IPE 200 si ha:

$$C = h - 2 \cdot t_f - 2 \cdot r \qquad C = 40 - 2 \cdot 1{,}35 - 2 \cdot 2{,}1$$

$C = 33{,}1\ cm$

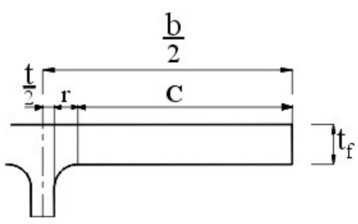
$t = t_w = 0{,}86\ cm$

$$\frac{C}{t} = \frac{33{,}1}{0{,}86} = 38{,}48 \qquad 34{,}96 < \frac{c}{t} < 38{,}64$$

La sezione dell'anima del profilato è di classe 3

Classe dell'ala

Fig. 3.39



Classe 1 $\frac{C}{t} \leq 9\varepsilon$

Classe 2 $\frac{C}{t} \leq 10\varepsilon$

Classe 3 $\frac{C}{t} \leq 14\varepsilon$

Per $\varepsilon = 1$ *si ha:*

Classe 1 $\frac{C}{t} \leq 9 \cdot 0{,}92$ $\frac{C}{t} \leq 8{,}28$

Classe 2 $\frac{C}{t} \leq 10 \cdot 0{,}92$ $\frac{C}{t} \leq 9{,}2$

Classe 3 $\frac{C}{t} \leq 14 \cdot 92$ $\frac{C}{t} \leq 12{,}88$

Per il profilato IPE 400 *si ha:*

$$C = \frac{b}{2} - \frac{t_f}{2} - r \qquad C = \frac{18}{2} - \frac{0,86}{2} - 2,1$$

$$C = 6,47\ cm$$

$$t = t_f = 1,35\ cm$$

$$\frac{C}{t} = \frac{6,47}{1,35} = 4,79 < 8,28$$

La sezione dell'ala del profilato è di classe 1

Si conclude che la sezione del profilato IPE 400 *è di classe 3*

Forza normale N_{Ed} di progetto sull'asta composta

N_{Ed} è dato dalla combinazione del carico permanente G_1 con quello variabile Q_1.

$$N_{Ed} = \gamma_{G1} \cdot G_1 + \gamma_{Q1} \cdot Q_1 \qquad \begin{cases} \gamma_{G1} = 1.3 \\ \gamma_{Q1} = 1,5 \end{cases}$$

$$N_{Ed} = 1,3 \cdot 900 + 1,5 \cdot 1000$$

$$N_{Ed} = 2670\ kN$$

Forza normale $N_{C,Ed}$ di progetto sul singolo corrente

Oltre alla metà del carico sull'asta, si tiene conto: del momento M_{Ed} provocato da una eccentricità e_0, dovuta ad imperfezioni di costruzione o montaggio, e di un eventuale momento applicato in mezzeria.

Nel presente caso non è previsto alcun momento applicato alla mezzeria dell'asta. Si tiene conto dell'eventuale eccentricità e_0.

$$e_0 = \frac{L}{500} \qquad e_0 = \frac{1100}{500}$$

$$e_0 = 2,2\ cm \qquad \text{(e3.2.1)}$$

Forza sul singolo corrente

$$N_{C,Ed} = 0,5 \cdot N_{Ed} + \frac{M_{Ed}}{h_0} \qquad \text{(e3.2.2)}$$

dove

$h_0 = 55\ cm$ *distanza tra i baricentri delle sezioni dei due correnti*

M_{Ed} *Momento dovuto all'eccentricità per imperfezioni assiali di costruzione o di montaggio, funzione della instabilità laterale e della rigidezza a taglio.*

$$M_{Ed} = \frac{N_{Ed} \cdot e_0}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}} - \frac{N_{Ed}}{S_v}} \qquad (e3.2.3)$$

Carico critico euleriano N_{cr}

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_{eff}}{L^2} \qquad (e3.2.4)$$

Il modulo di elasticità E *è espresso in* $\frac{kN}{cm^2}$

$$E = 210000 \frac{N}{mm^2} = 210000 \cdot \frac{10^{-3}\ kN}{10^{-2}\ cm^2}$$

$$E = 21000 \frac{kN}{cm^2}$$

Momento d'inerzia efficace dell'asta composta

$$J_{eff} = 0{,}5 \cdot A_C \cdot h_0^2 \qquad J_{eff} = 0{,}5 \cdot 84{,}5 \cdot 55^2$$

$$J_{eff} = 128 \cdot 10^3\ cm^4 \qquad (e3.2.5)$$

sostituendo nella (e3.2.4) si ha:

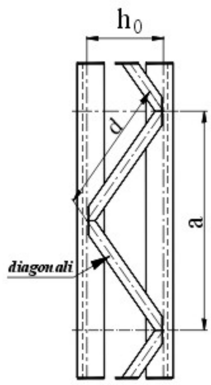
$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 128 \cdot 10^3}{1100^2}$$

$$N_{cr} = 21925\ kN \qquad (e3.2.6)$$

Rigidezza a taglio equivalente S_v *dell'asta tralicciata*

Si determina dalle tabelle indicate nelle precedenti pagine: Tabella 3.3 – Tabella 3.4 – tabella 3.4.I

Schema dell'asta composta	(1)	(2)
S_v rigidezza a taglio	$\frac{n \cdot E\, A_d \cdot a \cdot h_0^2}{d^3}$	$\frac{n \cdot E\, A_d \cdot a \cdot h_0^2}{2 \cdot d^3}$



(2)

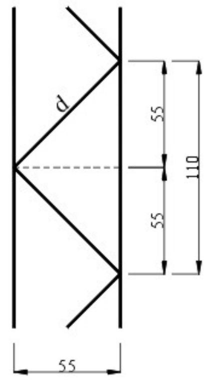
L'asta tralicciata è di tipo (2)
Si ha:

$$S_v = \frac{n \cdot E\,A_d \cdot a \cdot h_0^2}{2 \cdot d^3} \qquad \text{(e3.2.7)}$$

dove:

n	numero dei piani di tralicciatura: $n = 2$
A_d	sezione delle diagonali
a	distanza dei punti di attacco delle diagonali sui correnti: $a = 110\ cm$
h_0	distanza dei baricentri dei correnti: $h_0 = 55\ cm$
d	lunghezza delle diagonali

Lunghezza diagonali:



Osservando la figura si ha:

$$d = 55 \cdot \sqrt{2}$$

$$d = 77{,}78\ cm$$

sostituendo nella (e3.2.7) *si ha la rigidezza al taglio*:

$$S_v = \frac{2 \cdot 21000 \cdot 7 \cdot 110 \cdot 55^2}{2 \cdot 77{,}78^3}$$

$$S_v = 103952\ kN \qquad \text{(e3.2.8)}$$

Si determina il momento M_{Ed}

$$M_{Ed} = \frac{N_{Ed} \cdot e_0}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}} - \frac{N_{Ed}}{S_v}} \qquad M_{Ed} = \frac{2670 \cdot 2{,}2}{1 - \frac{2670}{21925} - \frac{2670}{103952}}$$

$$M_{Ed} = 6915\ kN \cdot cm \qquad \text{(e3.2.9)}$$

Si può ora determinare la forza di carico sul singolo corrente

$$N_{C,Ed} = 0{,}5 \cdot N_{Ed} + \frac{M_{Ed}}{h_0} \qquad N_{C,Ed} = 0{,}5 \cdot 2570 + \frac{6915}{55}$$

$$N_{C,Ed} = 1461\ kN \qquad \text{(e3.2.10)}$$

Sforzo di taglio V_{Ed} *alle estremità degli elementi di collegamento*

$$V_{Ed} = \frac{\pi \cdot M_{Ed}}{L} \qquad V_{Ed} = \frac{\pi \cdot 6915}{1100}$$

$$V_{Ed} = 19{,}7\ kN \qquad \text{(e3.2.11)}$$

Si può ora determinare lo sforzo su una diagonale

$$N_{d,Ed} = \frac{V_{Ed} \cdot d}{n \cdot h_0} \qquad N_{d,Ed} = \frac{19{,}7 \cdot 77{,}78}{2 \cdot 55}$$

$$N_{d,Ed} = 14\ kN \qquad \text{(e3.2.12)}$$

Verifiche

Verifica del corrente

Deve risultare:

$$\frac{N_{C,Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1$$

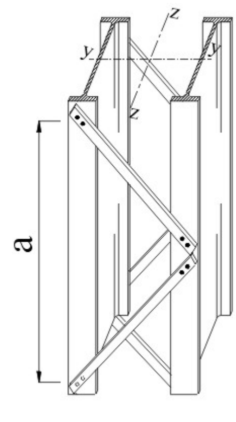
con:

$N_{C,Ed}$ *sforzo normale di progetto sul corrente* (e3.2.10)

$N_{b,Rd}$ *resistenza all'instabilità (da determinare)*

Occorre eseguire due verifiche.

Fig.3.41



Verifica del singolo corrente attorno all'asse y

Considerando complessivamente l'asta tralicciata, per tutta la sua lunghezza, si può presentare una instabilità laterale attorno all'asse $y-y$ *dell'IPE 400, con lunghezza di libera inflessione pari alla lunghezza* L *dell'asta.*

Occorre osservare che, attorno all'asse $z-z$ *dell'asta composta tralicciata, si ha un momento d'inerzia* J_z *molto più grande del momento* J_y*: si hanno due masse di superficie* A_C *distanziate tra loro di una consistente distanza* h_0*. Si può quindi ovviare alla verifica di instabilità attorno all'asse* $z-z$ *per l'intera lunghezza* L

Verifiche del singolo corrente attorno ai due assi y,z

Occorre verificare il singolo corrente all'instabilità laterale attorno all'asse forte $y-y$ *per l'intera lunghezza* L *, e l'instabilità rispetto all'asse debole* $z-z$ *per lunghezza di libera inflessione, pari al passo "*a*" del traliccio.*

Resistenza all'instabilità $N_{b,Rd}$

$$N_{b,Rd} = \chi_{min} \cdot \frac{A \cdot f_{yk}}{\gamma_{M1}} \qquad \text{(e3.2.13)}$$

Occorre considerare due differenti coefficienti di riduzione χ *. Un coefficiente di riduzione* χ_y*, riferito all'intera lunghezza* L *del corrente e un coefficiente* χ_z*, riferito alla lunghezza " a" del passo del corrente: tratto di esso tra due nodi del traliccio*

Coefficiente di riduzione χ_y *di instabilità attorno all'asse* y

$$\chi_y = \frac{1}{\Phi_y + \sqrt{\Phi_y^2 - \overline{\lambda}_y^2}} \qquad \text{(e3.2.14)}$$

dove la snellezza adimensionale $\overline{\lambda}_y$ *è :*

$$\overline{\lambda}_y = \sqrt{\frac{A \cdot f_{yk}}{N_{cr}}} = \frac{\lambda_y}{\lambda_p} \quad con \quad \begin{cases} \lambda_y = \dfrac{L}{i_y} \\ \lambda_p = \pi \cdot \sqrt{\dfrac{E}{f_{yk}}} \end{cases}$$

per IPE 400 *risulta:*

$$i_y = 16{,}55\,cm$$

si ha:

$$\lambda_y = \frac{1100}{16{,}55} = 66{,}7$$

con la tensione di snervamento $f_{yk} = 27.5\ kN/cm^2$
si ha:

$$\lambda_p = \pi \cdot \sqrt{\frac{21000}{27{,}5}} = 86{,}8$$

la snellezza adimensionale $\overline{\lambda}_y$ *risulta quindi:*

$$\overline{\lambda}_y = \frac{\lambda_y}{\lambda_p} \qquad \overline{\lambda}_y = \frac{66{,}7}{86{,}8}$$

$$\overline{\lambda}_y = 0{,}76 \qquad \text{(e3.2.15)}$$

Termine Φ *: dipendente dalla snellezza adimensionale e al fattore di imperfezione:*

$$\Phi = 0{,}5 \cdot \left[1 + \alpha \cdot \left(\overline{\lambda}_y - 0{,}2\right) + \overline{\lambda}_y^2\right] \qquad \text{(e3.2.16)}$$

dove il fattore di imperfezione α *si ricava dalle ultime due righe della* **tabella 4.2.VI** *in base al, rapporto* $\frac{h}{b}$ *,al tipo di acciaio e a seconda all'asse di inflessione considerato*
Nel caso in esame, per il profilato IPE 400
Con:

$$h = 400\ mm \qquad b = 180\ mm \qquad t_f = 13{,}5\ mm$$

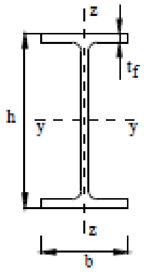
si ha:

$$\frac{h}{b} = \frac{400}{180} = 2{,}2$$

per $\frac{h}{b} > 1{,}2$ $\quad t_f < 40 \quad$ *e* $\quad$ *acciaio* $S\ 275$ $\quad$ *asse di inflessione* $y - y$

si considera la curva di instabilità "a"

Tabella 4.2.VI *Curve d'instabilità per varie tipologie di sezioni e classi d'acciaio, per elementi compressi.*

Sezione trasversale		Limiti		Inflessione intorno all'asse	Curva di instabilità S235, S275, S355, S420	Curva di instabilità S460
Sezioni laminate		h/b > 1,2	$t_f \leq 40$ mm	y-y z-z	a b	a_0 a_0
			40 mm < $t_f \leq 100$ mm	y-y z-z	b c	a a
		h/b ≤ 1,2	$t_f \leq 100$ mm	y-y z-z	b c	a a
			$t_f > 100$ mm	y-y z-z	d d	c c

Ultime due righe della tabella 4.2.VI

Curva di instabilità	a_0	a	b	c	d
Fattore di imperfezione α	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

Dalle ultime due righe della tabella , in corrispondenza della curva "a" , si ha:

$$\alpha = 0{,}21 \qquad \text{(e3.2.17)}$$

sostituendo nella (e3.2.16):

$$\Phi = 0,5 \cdot \left[1 + \alpha \cdot \left(\bar{\lambda}_y - 0,2\right) + \bar{\lambda}_y^2\right] \qquad \Phi = 0,5 \cdot \left[1 + 0,21 \cdot \left(0,76 - 0,2\right) + 0,76^2\right]$$

$$\Phi = 0,84$$

sostituendo la (e3.2.15) e la (e3.2.17) nella (e3.2.14) si ha:

$$\chi_y = \frac{1}{\Phi_y + \sqrt{\Phi_y^2 - \bar{\lambda}^2}} \qquad \chi_y = \frac{1}{0,84 + \sqrt{0,84^2 - 0,76^2}}$$

$$\chi_y = 0,83 \tag{e3.2.18}$$

Coefficiente di riduzione χ_z di instabilità attorno all'asse z

$$\chi_z = \frac{1}{\Phi_z + \sqrt{\Phi_z^2 - \bar{\lambda}_z^2}} \tag{e3.2.19}$$

La lunghezza di libera inflessione rispetto all'asse più debole z è quella del passo "a", distanza tra due nodi del traliccio.

La snellezza λ_z è:

$$\lambda_z = \frac{a}{i_z}$$

con: $a = 110\ cm$ *e per* IPE400 $i_z = 3,95\ cm$

la snellezza adimensionale $\bar{\lambda}_z$ è :

$$\bar{\lambda}_z = \frac{\lambda_z}{\lambda_p}$$

si ha:

$$\lambda_z = \frac{110}{3,95} = 27,8 \qquad \lambda_p = 86,8$$

la snellezza adimensionale $\bar{\lambda}_z$ risulta quindi:

$$\bar{\lambda}_z = \frac{\lambda_z}{\lambda_p} \qquad \bar{\lambda}_z = \frac{27,8}{86,8}$$

$$\bar{\lambda}_z = 0,32 \tag{e3.2.20}$$

Termine Φ_z risulta:

$$\Phi_z = 0,5 \cdot \left[1 + \alpha \cdot \left(\bar{\lambda}_z - 0,2\right) + \bar{\lambda}_z^2\right] \tag{e3.2.21}$$

dove il fattore di imperfezione α si ricava dalle ultime due righe della **tabella 4.2.VI** *in base al, rapporto $\frac{h}{b}$,al tipo di acciaio e a seconda all'asse di inflessione considerato.*
Nel caso in esame, per il profilato IPE 400

Con:

$h = 400\ mm \qquad b = 180\ mm \qquad t_f = 13{,}5\ mm$

si ha:

$$\frac{h}{b} = \frac{400}{180} = 2{,}2$$

per $\frac{h}{b} > 1{,}2 \qquad t_f < 40$ *e acciaio* $S\ 275$ *asse di inflessione* $z - z$
si considera la curva di instabilità "b"

Dalle ultime due righe della tabella , in corrispondenza della curva "b" , si ha:

$$\alpha = 0{,}34 \qquad \text{(e3.2.22)}$$

sostituendo nella (e3.2.21):

$$\Phi_z = 0{,}5 \cdot \left[1 + \alpha \cdot \left(\bar{\lambda}_z - 0{,}2\right) + \bar{\lambda}_z^2\right] \qquad \Phi_z = 0{,}5 \cdot \left[1 + 0{,}34 \cdot \left(0{,}32 - 0{,}2\right) + 0{,}32^2\right]$$

$$\Phi_z = 0{,}57 \qquad \text{(e3.2.23)}$$

sostituendo la (e3.2.23) e la (e3.2.20) nella (e3.2.19) si ha:

$$\chi_z = \frac{1}{\Phi_z + \sqrt{\Phi_z^2 - \bar{\lambda}_x^2}} \qquad \chi_y = \frac{1}{0{,}57 + \sqrt{0{,}57^2 - 0{,}32^2}}$$

$$\chi_z = 0{,}96$$

Verifica dell'instabilità

Si considera il coefficiente di riduzione minimo

Risulta: $\chi_y < \chi_z$

$$\chi_{min} = \chi_y = 0{,}83$$

Resistenza all'instabilità a compressione

$$N_{b,Rd} = \chi_{min} \cdot \frac{A \cdot f_{yk}}{\gamma_{M1}} \qquad N_{b,Rd} = 0{,}83 \cdot \frac{84{,}6 \cdot 27{,}5}{1{,}05}$$

$$N_{b,Rd} = 1928\ kN$$

Verifica

$$\frac{N_{C,Ed}}{N_{b,Rd}} = \frac{1461}{1928} < 1$$

Il corrente è verificato

Verifica diagonale

Lunghezza diagonale $L_{d,Ed} = d = 77{,}78\ cm$

Sforzo assiale $N_{d,Ed} = 14\ kN$

Sezione piatto 80×15 $A = 9{,}6\ cm^2$

Perla verifica deve risultare:

$$\frac{N_{d,Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1$$

dove

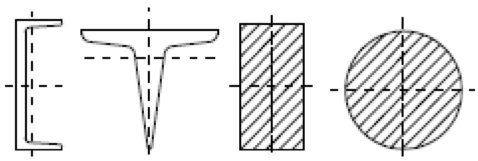
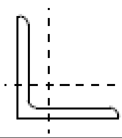
$$N_{b,Rd} = \chi \cdot \frac{A \cdot f_{yk}}{\gamma_{M1}} \qquad \text{(e3.2.23)}$$

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \qquad \text{(e3.2.24)}$$

$$\Phi = 0{,}5 \cdot \left[1 + \alpha \cdot \left(\bar{\lambda} - 0{,}2\right) + \bar{\lambda}^2\right] \qquad \text{(e3.2.25)}$$

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_p} \qquad \text{(e3.2.26)}$$

Il coefficiente di riduzione α *si determina **dalla*** **tabella 4.2.6** *in base alla curva di appartenenza*

Sezioni piene, ad U e T		qualunque	c	c
Sezioni ad L		qualunque	b	b

Curva di instabilità	a_0	a	b	c	d
Fattore di imperfezione α	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

Per sezioni piatte la curva di instabilità è la "c"
In corrispondenza ad essa si ha:

$$\alpha = 0{,}49$$

Snellezza λ_z

La snellezza è calcolata rispetto all'asse z *più debole*

$$\lambda_z = \frac{L_{d,Ed}}{i_z} \qquad \text{(e3.2.27)}$$

$$i_z = \sqrt{\frac{J_z}{A}} \qquad \text{(e3.2.28)}$$

$$J_z = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3 \qquad J_z = \frac{1}{12} \cdot 8 \cdot 1{,}2^3$$

$$J_z = 1{,}152 \ cm^4$$

sostituendo nella (e3.2.28)

$$i_z = \sqrt{\frac{J_z}{A}} \qquad i_z = \sqrt{\frac{1{,}152}{9{,}6}}$$

$$i = 0{,}346 \ cm \qquad \text{(e3.2.29)}$$

$$\lambda_z = \frac{L_{d,Ed}}{i_z}$$

Snellezza al limite di proporzionalità λ_p

$$\lambda_p = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_{yk}}} \qquad \lambda_p = \pi \cdot \sqrt{\frac{21000}{23{,}5}}$$

$$\lambda_p = 93{,}9 \qquad \text{(e3.2.30)}$$

sostituendo nella (e3.2.26) si ha:

$$\bar{\lambda}_z = \frac{\lambda}{\lambda_p} \qquad \bar{\lambda}_z = \frac{225}{93{,}9}$$

$$\bar{\lambda}_z = 2.39 \qquad \text{(e3.2.31)}$$

Coefficiente Φ

Si ottiene dalla (e3.2.25)

$$\Phi = 0{,}5 \cdot \left[1 + \alpha \cdot \left(\bar{\lambda} - 0{,}2\right) + \bar{\lambda}^2\right] \qquad \Phi = 0{,}5\left[1 + 0{,}49 \cdot \left(2{,}39 - 0{,}2\right) + 2{,}39^2\right]$$

$$\Phi = 3{,}89 \qquad \text{(e3.2.32)}$$

sostituendo le (e3.2.31), (e3.2.32) nella (e3.2.24) si ha:

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \qquad \chi = \frac{1}{3{,}89 + \sqrt{3{,}89^2 - 2{,}39^2}}$$

$$\chi = 0{,}14 \qquad \text{(e3.2.33)}$$

sostituendo la (e3.2.33) nella (e3.2.23) si ha:

$$N_{b,Rd} = \chi \cdot \frac{A \cdot f_{yk}}{\gamma_{M1}} \qquad N_{b,Rd} = 0{,}14 \cdot \frac{9{,}6 \cdot 23{,}5}{1{,}05}$$

$$N_{b,Rd} = 31{,}5\ kN$$

Verifica

$$\frac{N_{d,rd}}{N_{b,Rd}} = \frac{14}{31{,}5} < 1$$

La diagonale è verificata

SEGUE →

Indietro... Clic per la pagina precedente

Avanti... Clic per proseguire

Indietro... Clic per tutti i file IV parte