Cilc per tutti gli appunti (AUTOMAZIONE – TRATTAMENTI TERMICI ACCIAIO – SCIENZA delle COSTRUZIONI…)

e-mail per suggerimenti

Clic qui – PRIMA PAGINA APPUNTI ACCIAIO

e6- Verifica del ritto all'instabilità di presso flessione e torsione

Normativa italiana NTC DM 2008
Supplemento ordinario n 27- 2 febbraio 2009

Profilato HEA 140

$h = 133\ mm = 13{,}3\ cm$ — $I_y = 1033\ cm^4$

$b = 140\ mm = 14\ cm$ — $I_z = 389{,}3\ cm^4$

$t_f = 8{,}5\ mm = 0{,}85\ cm$ — $W_{pl,y} = 173{,}5\ cm^3$

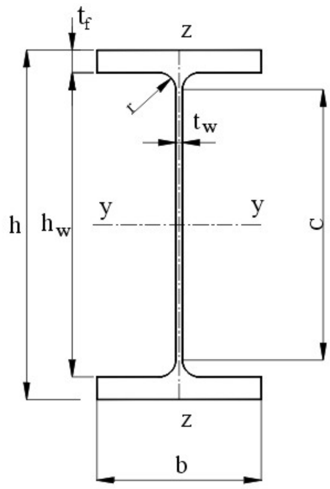
$t_w = 5{,}5\ mm = 0{,}55\ cm$ — $S_y = 86{,}7\ cm^3$

$A = 3142\ mm^2 = 31{,}42\ cm^2$ — $W_{el,y} = 155{,}4\ cm^3$

$h_w = 116\ mm = 11{,}6\ cm$ — $i_y = 5{,}73\ cm$

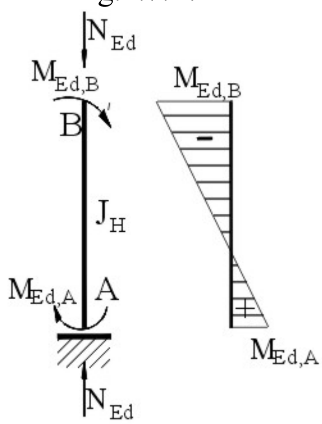
$G = 24{,}7\ kg/m$ — $i_z = 3{,}52\ cm$

$r = 12\ mm = 1{,}2\ cm$



Sollecitazioni di progetto sul ritto

Fig.2.7.27



Sforzo normale di progetto $N_{Ed} = 71{,}34\ kN$

Momento alla base A $M_{Ed,A} = 1435{,}5\ kN \cdot cm$

Momento all'estremità B $M_{Ed,B} = -2871\ kN \cdot cm$

Si pone come momento di calcolo:

$$M_{Ed} = 2871 kN \cdot cm^2$$

Per completezza, si esegue l'intero procedimento di verifica, ripercorrendo i calcoli già eseguiti nella precedente verifica con la normativa EC3

Nella verifica, con normativa NTC, si adotta il metodo B, ciò, per una migliore confrontabilità con i risultati ottenuti dalla verifica eseguita secondo le norme EC3.

Condizioni di verifica

La verifica di stabilità a presso fletto torsione si esegue controllando che siano soddisfatte le seguenti disuguaglianze:

$$\begin{cases} \dfrac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot \dfrac{A \cdot f_{yk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yy} \dfrac{M_{y,Ed} \cdot}{\chi_{LT} \cdot \dfrac{W_y \cdot f_{yk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1 \quad (a) \\ \\ \dfrac{N_{Ed} \cdot}{\chi_z \cdot \dfrac{A \cdot f_{yk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zy} \dfrac{M_{y,Ed} \cdot}{\chi_{LT} \cdot \dfrac{W_y \cdot f_{yk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1 \quad (b) \end{cases} \qquad (e6.1)$$

Nel calcolo di verifica vi è solamente il momento di progetto $M_{y,Ed}$; è nullo $M_{z,Ed}$. Basterebbe quindi verificare che sia rispettata la disuguaglianza (b) essendo, nell'assetto in esame, la condizione più sfavorevole. Comunque per esercizio si verifica anche la disuguaglianza (a).

Per il calcolo di verifica si procede determinando in ordine:

1° i coefficienti di riduzione χ_y, χ_z; e quindi, a priori, le snellezze adimensionali $\bar{\lambda}_y\ \bar{\lambda}_z$;

2° il coefficiente di riduzione χ_{LT}: e quindi, a priori, la snellezza adimensionale λ_{LT};

3° i coefficienti di interazione k_{yy}, k_{yz}

4° la verifica secondo le espressioni (e6.1)

Determinazione dei coefficienti di riduzione χ_y, χ_z

Occorre prima determinare le snellezze adimensionale λ_z, $\bar{\lambda}_z$, λ_y, $\bar{\lambda}_y$

Snellezza λ_z

Si suppone che nel piano ortogonale a quello del telaio le estremità delle colonne si possano considerare vincolate con cerniere e la struttura opportunamente controventata . Si pone quindi

$$\beta = 1$$

$$\lambda_z = \frac{h}{i_z} \qquad \lambda_z = \frac{300}{3{,}52}$$

$$\lambda_z = 85 \qquad (e6.2)$$

Snellezza adimensionale $\bar{\lambda}_z$

$$\bar{\lambda}_z = \frac{\bar{\lambda}_z}{\lambda_p} \qquad \lambda_p = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} \qquad \lambda_p = \pi \cdot \sqrt{\frac{21000}{23{,}5}} = 94$$

$$\bar{\lambda}_z = \frac{85}{94}$$

$$\bar{\lambda}_z = 0{,}9 \qquad (e6.3)$$

Snellezza λ_y

$$\lambda_Y = \beta \cdot \frac{h}{i_y} \qquad (e6.4)$$

Coefficiente β

Il coefficiente β *che determina la lunghezza di libera inflessione della colonna,* $\beta \cdot h$*, dipende dalla rigidezza della colonna e delle travi che si ramificano ai nodi di estremità di essa.*

Il portale è simmetrico sia geometricamente sia rispetto ai carichi, non subisce spostamenti laterali. Si può considerare a nodi fissi.

Per una spiegazione più dettagliata del procedimento da eseguire per la determinazione di β *, vedi la nota introdotta nella verifica precedente, eseguita con normativa EC3.*

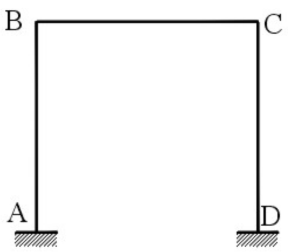
Per la determinazione di β *si fa riferimento al modello teorico di fig.2.4 (Appendice E normativa EC3)*

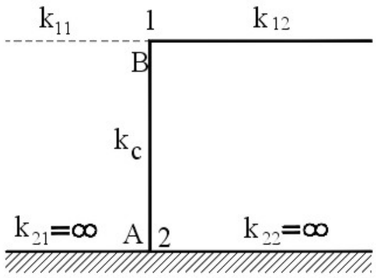
$$\eta_1 = \frac{k_c + k_1}{k_c + k_1 + k_{11} + k_{12}} \qquad (e6.5)$$

$$\eta_2 = \frac{k_c + k_2}{k_c + k_2 + k_{21} + k_{22}} \qquad (e6.6)$$

$$\beta = 0{,}5 + 0{,}14 \cdot (\eta_1 + \eta_2) + 0{,}055(\eta_1 + \eta_2)^2 \qquad (e6.7)$$

Lo schema teorico del portale incastrato alla base è





Coefficienti di rigidità

Coefficiente di rigidità della colonna nel piano del portale

$$k_c = \frac{I_y}{h} \qquad k_c = \frac{1033}{300}$$

$$k_c = 3{,}44\ cm^3 \qquad (e6.8)$$

Coefficiente di rigidità k_{ij} *delle travi convergenti sul nodo 1*

Trave al disopra del nodo 1

Non esistente $\quad k_1 = 0 \qquad (e6.9)$

Trave a sinistra del nodo 1

Non esistente $k_{11} = 0$ *(e.10)*

Trave a destra del nodo 1

Il coefficiente di rigidezza efficace k_{12} *si ricava dal "Prospetto E.3 norme EC3"*

La trave in oggetto, alle estremità, è sottoposta a due rotazioni uguali ed opposte (singola curvatura). Inoltre è anche soggetta ad uno sforzo normale di progetto:

$$N_{Ed,T} = -\left|H_B\right| = -\frac{1}{4}\cdot\frac{p_{Ed}}{2l+k}\cdot\frac{l^3}{h}$$

con $p_{Ed,ef} = 28{,}54\ kN/m$ $\quad k = 3{,}57$

$N_{Ed,T} = -14{,}40\ kN$ *(e6.11)*

Si può tener conto della diminuzione del coefficiente di rigidezza efficace dovuto allo sforzo normale utilizzando le modifiche proposte nel "Prospetto E.3 norme EC3 – Appendice E "

Dal "Prospetto E.3" – Formule per i coefficienti di rigidità ridotta di una trave per compressione assiale

Condizione di vincolo rotazione all'estremo lontano della trave	Coefficiente di rigidezza k della trave (a condizione che la trave resti elastica)
Incastrata	$1{,}0\cdot\left(1-0{,}4\frac{N}{N_E}\right)\frac{I}{L}$
Incernierata	$0{,}75\cdot\left(1-1{,}0\frac{N}{N_E}\right)\frac{I}{L}$
Rotazione uguale all'estremo vicino (doppia curvatura)	$1{,}5\,\frac{I}{L}\cdot\left(1-0{,}2\frac{N}{N_E}\right)$ 
Rotazione uguale ed opposta a quella dell'estremo vicino (curvatura singola)	$0{,}5\,\frac{I}{L}\cdot\left(1-1{,}0\frac{N}{N_E}\right)$ 
In questo prospetto $N_E = \frac{\pi^2\cdot E\,I}{L^2}$	

Il coefficiente di rigidezza della trave BC a destra del nodo 1 è:

$$k_{12} = 0{,}5\,\frac{I_y}{L}\cdot\left(1-1{,}0\frac{N_{Ed,T}}{N_E}\right)$$

con:

$L = 500\ cm$

$$N_E = \frac{\pi^2 \cdot E\,I}{L^2} \qquad N_E = \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 3692}{500^2}$$

$N_E = 3060\ kN$

si ha:

$$\frac{N_{Ed,T}}{N_E} = \frac{14,40}{3060} \qquad \textit{trascurabile}$$

$$k_{12} = 0,5\,\frac{I_y}{L} \qquad k_{12} = 0,5\,\frac{3692}{500}$$

$k_{12} = 3,69$ (e6.12)

Coefficiente di rigidità k_{ij} delle travi convergenti sul nodo 2

Trave a sinistra del nodo 2

incastro $k_{21} = \infty$ (e6.13)

Trave a destra del nodo 2

Incastro $k_{22} = \infty$ (e6.14)

Trave al disotto del nodo 2

inesistente $k_2 = 0$ (e6.15)

Coefficiente di distribuzione η_1, η_2

$$\eta_1 = \frac{k_c + k_1}{k_c + k_1 + k_{11} + k_{12}} \qquad \eta_1 = \frac{3,44 + 0}{3,44 + 0 + 0 + 3,69}$$

$$\eta_2 = \frac{k_c + k_2}{k_c + k_2 + k_{21} + k_{22}} \qquad \eta_2 = \frac{3,44 + 0}{3,44 + 0 + \infty + \infty}$$

$\eta_1 = 0,48$ (e6.16)

$\eta_2 = 0$ (e6.17)

Coefficiente di libera inflessione β

$$\beta = 0,5 + 0,14 \cdot (\eta_1 + \eta_2) + 0,055(\eta_1 + \eta_2)^2$$

$$\beta = 0,5 + 0,14 \cdot (0,48 + 0) + 0,055(0,48 + 0)^2$$

$\beta = 0,6$ *Coefficiente teorico*

Tenendo conto che praticamente l'incastro non è perfetto, per precauzione si assume:

$\beta = 0,8$ (e6.18)

Snellezza di sbandamento laterale attorno all'asse y

$$\lambda_y = \beta \cdot \frac{h}{i_y} \qquad \lambda_y = 0,8 \cdot \frac{300}{5,73}$$

$$\lambda_y = 42 \qquad (e6.19)$$

Snellezza adimensionale $\overline{\lambda}_y$

$$\overline{\lambda}_y = \frac{\lambda_y}{\lambda_p}$$

$$\lambda_p = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} \qquad \lambda_p = \pi \cdot \sqrt{\frac{21000}{23,5}} = 94$$

$$\overline{\lambda}_y = \frac{\lambda_y}{\lambda_p} \qquad \overline{\lambda}_y = \frac{42}{94}$$

$$\overline{\lambda}_y = 0,45 \qquad (e6.20)$$

Coefficienti di riduzione χ_z, χ_y

Coefficiente di riduzione χ_z

$$\chi_z = \frac{1}{\Phi_z + \sqrt{\Phi_z^2 - \overline{\lambda}_z^2}}$$

Coefficiente Φ_z

$$\Phi_z = 0,5 \cdot \left[1 + \alpha \cdot \left(\overline{\lambda}_z - 0,2\right) + \overline{\lambda}_z^2\right]$$

*Il coefficiente di imperfezione α si ottiene in base alla curva di instabilità dipendente rapporto h/b e dallo spessore dell'ala t_f **(Tabella 4.2.VI)***

Nel caso in esame

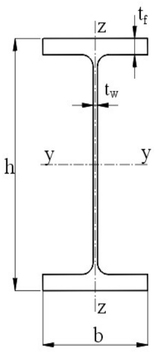
$$\frac{h}{b} = \frac{13,3}{14} < 1,2 \qquad t_f = 8,5\ mm < 100\,mm \qquad \text{asse debole} \quad z\text{-}z$$

Curva di instabilità: curva "c"

Dalle ultime due righe della tabella 4.2.VI in corrispondenza della curva "c" si ha:

$$\alpha = 0,49 \qquad (e6.21)$$

Tabella 4.2.VI *Curva di instabilità per varie tipologie di sezioni e classi d'acciaio per elementi compressi*

Sezione trasversale		Limiti			Curva di instabilità	
					S235 S275 S355 S420	S460
Sezioni laminate		$h/b > 1,2$	$t_f \le 40$	y-y z-z	a b	a_0 a_0
			$40\,mm < t_f \le 100\,mm$	y-y z-z	b c	a a
		$h/b \le 1,2$	$t_f \le 100\,mm$	y-y z-z	b c	a a
			$t_f > 100\,mm$	y-y z-z	d d	c c

Ultime due righe della tabella 4.2.VI

Curva di instabilità	a_0	a	b	c	d
Fattore di imperfezione α	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

$$\Phi_z = 0,5 \cdot \left[1 + 0,49 \cdot (0,9 - 0,2) + 0,9^2\right]$$

$$\Phi_z = 1,1 \qquad (e2.59)$$

$$\chi_z = \frac{1}{\Phi_z + \sqrt{\Phi_z^2 - \bar{\lambda}_z^2}}$$

$$\chi_z = \frac{1}{1,1 + \sqrt{1,1^2 - 0,9^2}}$$

$$\chi_z = 0,57 \qquad (e6.23)$$

Coefficiente di riduzione χ_y

$$\chi_y = \frac{1}{\Phi_y + \sqrt{\Phi_y^2 - \bar{\lambda}_y^2}}$$

Coefficiente Φ_y

$$\Phi_y = 0{,}5 \cdot \left[1 + \alpha \cdot \left(\bar{\lambda}_z - 0{,}2\right) + \bar{\lambda}_y^2\right]$$

Il coefficiente di imperfezione α *si ottiene in base alla curva di instabilità dipendente rapporto* h/b *e dallo spessore dell'ala* t_f ***(Tabella 4.2.VI)***

Nel caso in esame

$$\frac{h}{b} = \frac{13{,}3}{14} < 1{,}2 \qquad t_f = 8{,}5\ mm < 100\,mm \qquad \text{asse forte} \quad y\text{-}y$$

Curva di instabilità: curva "b"

Ultime due righe della tabella 4.2.VI

Dalle ultime due righe della tabella 4.2.VI in corrispondenza della curva "b" si ha:

$$\alpha = 0{,}34 \qquad (e6.24)$$

$$\Phi_y = 0{,}5 \cdot \left[1 + 0{,}34 \cdot \left(0{,}46 - 0{,}2\right) + 0{,}46^2\right]$$

$$\Phi_y = 0{,}65 \qquad (e6.25)$$

$$\chi_y = \frac{1}{\Phi_y + \sqrt{\Phi_y^2 - \bar{\lambda}_y^2}}$$

$$\chi_y = \frac{1}{0{,}65 + \sqrt{0{,}65^2 - 0{,}46^2}}$$

$$\chi_y = 0{,}9 \qquad (e6.26)$$

Coefficiente di riduzione χ_{LT}

$$\chi_{LT} = \frac{1}{f} \cdot \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}}$$

Occorre prima determinare la snellezza adimensionale $\bar{\lambda}_{LT}$

Snellezza adimensionale $\bar{\lambda}_{LT}$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{f_{yk} \cdot W_{pl,y}}{M_{cr}}}$$

Momento critico M_{cr}

Con carichi applicati al centro di taglio , come nel caso in esame sul profilato a doppia simmetria HEA 140, il momento critico è espresso dalla relazione:

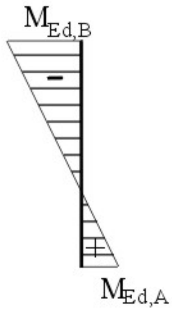
$$M_{cr} = \psi \cdot \frac{\pi}{L_{cr}} \sqrt{E \cdot J_z \cdot G \cdot J_T} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{L_{cr}}\right)^2 \cdot \frac{E \cdot J_\omega}{G \cdot J_T}} \qquad (e6.27)$$

Il coefficiente ψ *tiene conto della distribuzione del momento flettente lungo la trave, ed à dato dalla espressione (C4..2.4.1.3.2 Supplemento . n27):*

$$\psi = 1{,}75 - 1{,}05 \cdot \frac{M_B}{M_A} + 0{,}3 \cdot \left(\frac{M_B}{M_A}\right)^2 \qquad (e6.28)$$

in cui sono indicati con M_A, M_B *i momenti flettenti alle estremità della trave con* $|M_B| < |M_A|$

Nel caso in esame è:



$$M_A = M_{Ed,B} = -2871 \ kN \cdot cm$$
$$M_B = M_{Ed,A} = 1435{,}5$$

risulta:

$$\frac{M_B}{M_A} = \frac{1435{,}5}{-2871} = -\frac{1}{2}$$

$$\psi = 1{,}75 - 1{,}05 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 0{,}3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\psi = 2{,}35 \qquad (e6.29)$$

Costante torsionale J_T

$$J_T = \frac{1}{3} \cdot \left(2 \cdot b \cdot t_f^3 + h \cdot t_w^3\right)$$

$$J_T = \frac{1}{3} \cdot \left(2 \cdot 14 \cdot 0{,}85^3 + 13{,}3 \cdot 0{,}55^3\right)$$

$$J_T = 6{,}5 \ cm^4 \qquad (e6.30)$$

Costante torsionale secondaria J_ω

$$J_\omega = \frac{1}{24} \cdot t_f \cdot b^3 \cdot h_a^2 \qquad h_a = h - t_f \qquad h_a = 13{,}3 - 0{,}85 = 12{,}45 \ cm$$

$$J_\omega = \frac{1}{24} \cdot 0{,}85 \cdot 14^3 \cdot 12{,}45^2$$

$$J_\omega = 15064 \ cm^6 \qquad (e6.31)$$

Lunghezza di libera inflessione laterale L_{cr}

$$L_{cr} = \beta \cdot h$$

$h = 300\,cm$

per l'inflessione critica rispetto all'asse debole z, $\beta = 1$

$$L_{cr} = 300\ cm \qquad (e6.32)$$

Momento critico M_{cr}

$$M_{cr} = \psi \cdot \frac{\pi}{L_{cr}} \sqrt{E \cdot J_z \cdot G \cdot J_T} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{L_{cr}}\right)^2 \cdot \frac{E \cdot J_\omega}{G \cdot J_t}}$$

$$M_{cr} = 2{,}35 \cdot \frac{\pi}{300} \sqrt{21000 \cdot 384 \cdot 8077 \cdot 6{,}5} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{300}\right)^2 \cdot \frac{21000 \cdot 15064}{8077 \cdot 6{,}5}}$$

$$M_{cr} = 20770\ kN \cdot cm \qquad (e6.33)$$

Si noti che il risultato di M_{cr} *è più sfavorevole rispetto a quello ottenuto con la normativa* EC3.

Snellezza adimensionale $\overline{\lambda}_{LT}$

$$\overline{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{f_{yk} \cdot W_{pl,y}}{M_{cr}}}$$

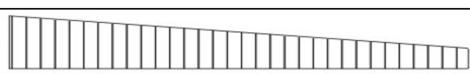
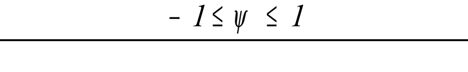
$$\overline{\lambda}_{Lt} = \sqrt{\frac{23{,}5 \cdot 173{,}5}{20770}}$$

$$\overline{\lambda}_{LT} = 0{,}44 \qquad (e6.34)$$

Parametro f *di distribuzione del momento*

$$f = 1 - 0{,}5 \cdot (1 - k_c) \cdot \left[1 - 2{,}0 \cdot \left(\overline{\lambda}_{LT} - 0{,}8\right)^2\right] \qquad (e6.35)$$

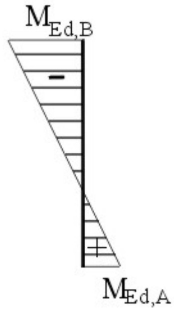
Tabella 4.2.VIII *coefficiente correttivo del momento flettente per la verifica a stabilità della travi inflesse.*

Distribuzione del momento flettente	Fattore correttore k_c
M_{sx}  M_{dx} $\psi = M_{dx} / M_{sx} = 1$	1,0
M_{sx}  M_{dx} $-1 \le \psi \le 1$	$\dfrac{1}{1.33 - 0{,}33\psi}$

dove k_c *è il coefficiente correttivo del momento flettente, riportato nella* **Tabella** *4.2.VIII*

Per la distribuzione di figura, del momento flettente sulla colonna si ha:

$$M_{dx} = M_{Ed,B}$$
$$M_{sx} = M_{Ed,A}$$



$$M_{dx} = M_{Ed,B} = -2871\ kN \cdot cm$$
$$M_{sx} = M_{Ed,A} = 1435{,}5\ kN \cdot cm$$

$$\psi = \frac{M_{dx}}{M_{sx}} = \frac{1435{,}5}{-2871} = -\frac{1}{2}$$

Per l'andamento lineare del momento flettente, secondo la tabella **Tabella** *4.2.VIII, risulta:*

$$k_c = \frac{1}{1{,}33 - 0{,}33\psi} \qquad k_c = \frac{1}{1{,}33 - 0{,}33 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)}$$

$$k_c = 0{,}67 \qquad (e6.35)$$

sostituendo si ha:

$$f = 1 - 0{,}5 \cdot (1 - 0{,}67) \cdot \left[1 - 2{,}0 \cdot (0{,}44 - 0{,}8)^2\right]$$

$$f = 0{,}8 \qquad (e6.37)$$

Coefficiente Φ_{LT}

$$\Phi_{LT} = 0{,}5\left[1 + \alpha_{LT} \cdot \left(\bar{\lambda}_{LT} - 0{,}2\right) + \bar{\lambda}^2_{LT}\right] \qquad (e6.38)$$

Fattore di imperfezione α_{LT}

Il coefficiente α_{LT} *di imperfezione dipende dalla curva di instabilità per gli elementi inflessi, ricavata dalla tabella 4.2.VII, in base al rapporto* $\frac{h}{b}$

Sezione trasversale	Limiti	Curva di instabilità da tab.4.2.VI
Sezioni laminati ad I	$h/b \leq 2$ $h/b > 2$	b c

Per il profilato HEA 140

$$\frac{h}{b} = \frac{130}{140} < 2$$

la curva di instabilità è la "b"

Nelle ultime due righe della tabella 4.2.VI, già utilizzata per il carico di punta, in corrispondenza della curva "b" si ha:

$$\alpha = \alpha_{LT} = 0{,}34$$

Ultime due righe della tabella 4.2.VI

Curva di instabilità	a_0	a	b	c	d
Fattore di imperfezione α	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

$$\Phi_{LT} = 0{,}5 \cdot \left[1 + 0{,}34 \cdot (0{,}44 - 0{,}2) + 0{,}44^2\right]$$

$$\Phi_{LT} = 0{,}64 \qquad (e6.39)$$

Coefficiente di riduzione χ_{LT}

Sostituendo le (e2.36), (e2.39). (e2.41) nella (e2,28), con $\beta = 1$ *si ha:*

$$\chi_{LT} = \frac{1}{f} \cdot \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}}$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{0{,}8} \cdot \frac{1}{0{,}64 + \sqrt{0{,}64^2 - 0{,}44^2}}$$

$$\chi_{LT} = 1 \qquad (e6.40)$$

Coefficienti di interazione k_{yy}, k_{zy}

Il ritto, sollecitato con momenti M_y *nel piano normale all'asse y è deformabile torsionalmente, e può subire uno sbandamento laterale per carico di punta nel piano normale all'asse y o z, dipendente dal valore del momento d'inerzia rispetto a detti assi e dal tipo di vincolo in detti piani.*

Si è supposto che il ritto, nel piano normale all'asse y, sia incastro alla base e abbia continuità con il traverso nell'estremità superiore.

Nel piano normale all'asse z si è supposto che il ritto sia incernierato alle estremità

I coefficienti k_{yy}, k_{zy} *determinano l'interazione alla sollecitazione totale tra il carico di punta e il momento* M_y*, posto sul piano normale all'asse y, e precisamente:*

k_{yy} *Interazione tra la sollecitazione data dal momento* M_y *sul piano normale all'asse y e il carico di punta dovuta allo sforzo normale N con sbandamento laterale su piano normale allo steso asse y*

k_{zy} *Interazione tra la sollecitazione data dal momento* M_y *sul piano normale all'asse y e il carico di punta dovuta allo sforzo normale N con sbandamento laterale su piano normale allo steso asse z*

Tabella C4.2.V - *Coefficienti di interazione per la verifica di stabilità a presso flessione di elementi deformabili torsionalmente*

k	Sezioni di classe 1 e 2 (proprietà delle sezioni calcolate nel campo elastico)
k_{yy}	$\alpha_{my} \cdot \left(1+\left(\bar{\lambda}_y-0{,}2\right)\cdot\frac{N_{Ed}\cdot\gamma_{M1}}{\chi_y\cdot A\cdot f_{yk}}\right) \le \alpha_{my}\cdot\left(1+0{,}8\cdot\frac{N_{Ed}\cdot\gamma_{M1}}{\chi_y\cdot A\cdot f_{yk}}\right)$
k_{yz}	$0{,}6k_{zz}$
k_{zy}	$\left(1-\frac{0{,}1\cdot\bar{\lambda}_z}{\left(\alpha_{mLT}-0{,}25\right)}\cdot\frac{N_{Ed}\cdot\gamma_{M1}}{\chi_z\cdot A\cdot f_{yk}}\right) \ge \left(1-\frac{0{,}1}{\left(\alpha_{mLT}-0{,}25\right)}\cdot\frac{N_{Ed}\cdot\gamma_{M1}}{\chi_z\cdot A\cdot f_{yk}}\right)$ per $\lambda_z \ge 0{,}4$ $k_{zy}=0{,}6+\bar{\lambda}_z \le \left(1-\frac{0{,}1\cdot\bar{\lambda}_z}{\left(\alpha_{mLT}-0{,}25\right)}\cdot\frac{N_{Ed}\cdot\gamma_{M1}}{\chi_z\cdot A\cdot f_{yk}}\right)$ per $\bar{\lambda}_z < 0{,}4$
k_{zz}	$\alpha_{mz} \cdot \left(1+\left(2\cdot\bar{\lambda}_z-0{,}6\right)\cdot\frac{N_{Ed}\cdot\gamma_{M1}}{\chi_z\cdot A\cdot f_{yk}}\right) \le \alpha_{mz}\cdot\left(1+1{,}4\cdot\frac{N_{Ed}\cdot\gamma_{M1}}{\chi_z\cdot A\cdot f_{yk}}\right)$

Coefficiente di interazione k_{yy}

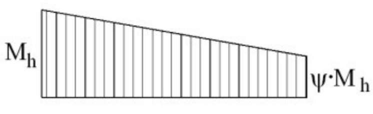
Dalla tabella Tabella C4.2.V (normativa NTC supplemento ord. N 27) per la sezioni 1,2 si ha:

$$k_{yy}=\alpha_{my} \cdot \left(1+\left(\bar{\lambda}_y-0{,}2\right)\cdot\frac{N_{Ed}\cdot\gamma_{M1}}{\chi_y\cdot A\cdot f_{yk}}\right) \le \alpha_{my}\cdot\left(1+0{,}8\cdot\frac{N_{Ed}\cdot\gamma_{M1}}{\chi_y\cdot A\cdot f_{yk}}\right) \qquad (e6.41)$$

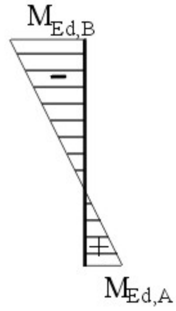
Coefficiente correttivo α_{my}

Si determina dalla ***Tabella C4,2,6***

Tabella C4.2.6 *Coefficienti correttivi del momento flettente per la verifica di stabilità a presso-flessione deviata*

Diagramma del momento	Intervallo	Coefficienti $\alpha_{my}, \alpha_{mz}, \alpha_{mLT}$	
		Carico uniforme	Carico concentrato
	$-1 \le \psi \le 1$	$0{,}6+0{,}4\psi \ge 0{,}4$	

Per la distribuzione lineare del momento flettente sulla colonna, di figura, si ha:



$$M_{Ed,B} = -2871\ kN \cdot cm$$
$$M_{Ed,A} = 1435{,}5\ kN \cdot cm$$

$$\psi = \frac{M_{Ed,A}}{M_{Ed,B}} = \frac{1435{,}5}{-2871} = -\frac{1}{2}$$

$$\alpha_{my} = 0{,}6 + 0{,}4\psi \geq 0{,}4$$

$$\alpha_{my} = 0{,}6 + 0{,}4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$\alpha_{my} = 0{,}4 \qquad \text{(e6.42)}$$

Si può ora determinare il coefficiente di interazione k_{yy}

$$k_{yy} = \alpha_{my} \cdot \left(1 + \left(\bar{\lambda}_y - 0{,}2\right) \cdot \frac{N_{Ed} \cdot \gamma_{M1}}{\chi_y \cdot A \cdot f_{yk}}\right)$$

dove precedentemente si è ottenuto

$\alpha_{my} = 0{,}4$ $\quad \bar{\lambda}_y = 0{,}46$ $\quad N_{Ed} = 71{,}34\ kN$

$\gamma_{M1} = 1{,}05$ $\quad \chi_y = 0{,}9$ $\quad A = 31{,}42\ cm^2$

$f_{ky} = 23{,}5\,kN/cm^2$

sostituendo:

$$k_{yy} = 0{,}4 \cdot \left(1 + \left(0{,}46 - 0{,}2\right) \cdot \frac{71{,}34 \cdot 1{,}05}{0{,}9 \cdot 31{,}42 \cdot 25{,}3}\right)$$

$$k_{yy} = 0{,}41 \qquad \text{(e6.43)}$$

Espressione limite

$$\alpha_{my} \cdot \left(1 + 0{,}8 \cdot \frac{N_{Ed} \cdot \gamma_{M1}}{\chi_y \cdot A \cdot f_{yk}}\right) = 0{,}4 \cdot \cdot \left(1 + 0{,}8 \cdot \frac{71{,}34 \cdot 1{,}05}{0{,}9 \cdot 31{,}42 \cdot 25{,}3}\right) = 0{,}43$$

Risulta:

$k_{yy} = 0{,}41 < 0{,}43$ *accettabile*

Coefficiente di interazione k_{zy}

Si determina k_{zy} *dalla tabella stessa "Tabella C4.2.V" per le sezioni 1,2.*

Essendo $\lambda_z = 0{,}57 > 0{,}4$ *si utilizza l'espressione:*

$$k_{zy} = \left(1 - \frac{0{,}1 \cdot \bar{\lambda}_z}{(\alpha_{mLT} - 0{,}25)} \cdot \frac{N_{Ed} \cdot \gamma_{M1}}{\chi_z \cdot A \cdot f_{yk}}\right) \geq \left(1 - \frac{0{,}1}{(\alpha_{mLT} - 0{,}25)} \cdot \frac{N_{Ed} \cdot \gamma_{M1}}{\chi_z \cdot A \cdot f_{yk}}\right) \quad per\ \lambda_z \geq 0{,}4$$

Coefficiente correttivo α_{mLT}

Si ricava dalla stessa **Tabella C4,2,6** *per la determinazione di* α_{my} *.*
Con

$$\psi = \frac{M_{Ed,A}}{M_{Ed,B}} = \frac{1435{,}5}{-2871} = -\frac{1}{2} \quad \textit{si ha ugualmente}$$

$\alpha_{MLT} = 0{,}4$

Con i valori precedentemente ottenuti:

$\alpha_{mLT} = 0{,}4$ $\quad \bar{\lambda}_z = 0{,}9$ $\quad N_{Ed} = 71{,}34\ kN$

$\gamma_{M1} = 1{,}05$ $\quad \chi_z = 0{,}57$ $\quad A = 31{,}42\ cm^2$

$f_{ky} = 23{,}5\, kN / cm^2$

si può determinare k_{zy}

$$k_{zy} = \left(1 - \frac{0{,}1 \cdot \bar{\lambda}_z}{(\alpha_{mLT} - 0{,}25)} \cdot \frac{N_{Ed} \cdot \gamma_{M1}}{\chi_z \cdot A \cdot f_{yk}}\right)$$

$$k_{zy} = \left(1 - \frac{0{,}1 \cdot 0{,}9}{(0{,}4 - 0{,}25)} \cdot \frac{71{,}34 \cdot 1{,}05}{0{,}57 \cdot 31{,}42 \cdot 23{,}5}\right)$$

$k_{zy} = 0.89$

Espressione limite

$$1 - \frac{0{,}1}{(\alpha_{mLT} - 0{,}25)} \cdot \frac{N_{Ed} \cdot \gamma_{M1}}{\chi_z \cdot A \cdot f_{yk}} = 1 - \frac{0{,}1}{(0{,}4 - 0{,}25)} \cdot \frac{71{,}34 \cdot 1{,}05}{0{,}57 \cdot 31{,}42 \cdot 23{,}5} = 0{,}88$$

$k_{zy} = 0.89 > 0{,}88$ *accettabile*

Sintetizzando si ha:

$$\begin{cases} k_{yy} = 0{,}43 \\ k_{zy} = 0{,}89 \end{cases}$$

Verifica

La sezione della colonna è di classe 1, quindi, nella verifica, si può utilizzare il modulo di resistenza plastico $W_{pl,y}$

$$\begin{cases} \dfrac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot \dfrac{A \cdot f_{yk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yy} \dfrac{M_{y,Ed} \cdot}{\chi_{LT} \cdot \dfrac{W_{pl,y} \cdot f_{yk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1 \quad (a) \\ \dfrac{N_{Ed} \cdot}{\chi_z \cdot \dfrac{A \cdot f_{yk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zy} \dfrac{M_{y,Ed} \cdot}{\chi_{LT} \cdot \dfrac{W_{pl,y} \cdot f_{yk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1 \quad (b) \end{cases}$$

Con i valori precedentemente ottenuti:

$N_{Ed} = 71{,}34\,cm^2$ $\quad M_{Ed} = 2871\,kN \cdot cm^2$ $\quad W_{pl,y} = 173{,}5\,cm^3$

$A = 31{,}42\,cm^2$ $\quad \gamma_{M1} = 1{,}05$ $\quad \chi_y = 0{,}9$

$\chi_z = 0{,}57$ $\quad \chi_{LT} = 1$ $\quad f_{yk} = 23{,}5\ kN/cm^2$

$k_{yy} = 0{,}43$ $\quad k_{zy} = 0{,}89$

si ha:

$$\begin{cases} \dfrac{71{,}34}{0{,}9 \cdot \dfrac{31{,}42 \cdot 23{,}5}{1{,}05}} + 0{,}43 \dfrac{2871}{1 \cdot \dfrac{173{,}5 \cdot 23{,}5}{1{,}05}} = 0{,}43 \leq 1 \quad (a) \\ \dfrac{71{,}34 \cdot}{0{,}57 \cdot \dfrac{31{,}42 \cdot 23{,}5}{1{,}05}} + 0{,}89 \dfrac{2871}{1 \cdot \dfrac{173{,}5 \cdot 23{,}5}{1{,}05}} = 0{,}836 \leq 1 \quad (b) \end{cases}$$

La sezione della colonna è verificata alla sollecitazione di presso flesso torsione

2.8- Verifica agli stati limite di esercizio nella flessione
Spostamenti verticali

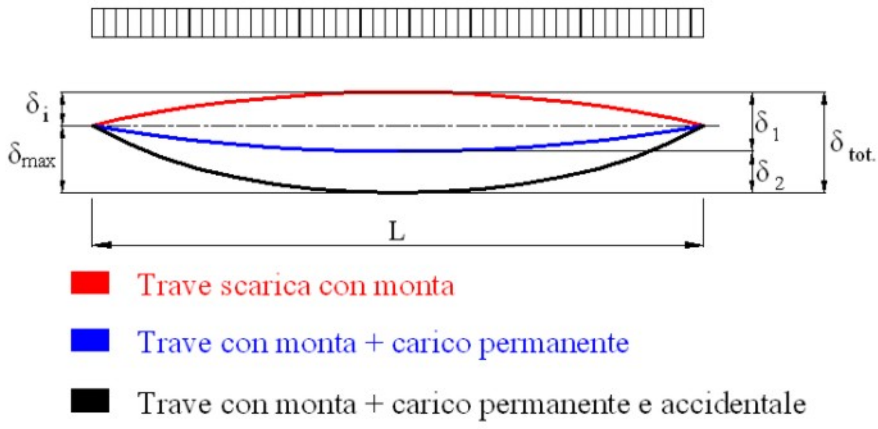
Gli stati limite di esercizio nella sollecitazione di flessione fanno riferimento alle limitazioni sulle deformazioni e spostamenti verticali che possono, oltre un certo limite accettabile, limitare l'uso della costruzione, la sua efficienza e il suo aspetto; oltre a compromettere l'utilizzo e l'efficienza di elementi non strutturali.

Occorre distinguere diversi tipi di spostamenti ortogonali dell'asse della trave: per deformazioni impresse di monta, per carichi permanenti, per carichi accidentali.

Per limitare la deformazione di una trave, dovuta ai carichi permanenti e accidentali, si effettua una deformazione, denominata *monta* δ_i, impressa in senso contrario a quelle provocate da detti carichi.

Una volta messa in luogo la trave con impressa la monta δ_i, essa successivamente subirà, rispetto a questa, una deformazione δ_1 in senso contrario, per effetto del carico permanente, e, successivamente, una ulteriore deformazione δ_2, dovuta ai carichi accidentali (nello stesso senso di δ_1).

Fig.2.8.1



Si possono così distinguere i seguenti spostamenti:

δ_i Deformazione preventiva impressa alla trave, in senso opposto a quella provocata dal carico permanente e accidentale per limitare l'effetto di questi;

δ_1 spostamento elastico dovuto ai carichi permanenti

δ_2 spostamento elastico dovuto ai carichi variabili (accidentali)

$\delta_{tot.}$ spostamento elastico totale subito dalla trave per effetto dei due carichi permanenti e variabili, partendo dalla posizione di monta.

$$\delta_{tot.} = \delta_1 + \delta_2 \qquad (2.8.1)$$

Lo spostamento $\delta_{tot.}$ è quello che, per effetto combinato del carico permanente e accidentale, porta l'asse della trave dalla posizione iniziale di monta a quello finale, con lo spostamento δ_{max} (ammissibile di progetto) rispetto alla posizione che avrebbe l'asse della trave non deformata e senza carichi;

$\delta_{max.}$ spostamento massimo, di progetto ammissibile, dell'asse della trave nello stato finale, rispetto alla posizione che avrebbe la stessa trave non deformata, senza carichi

$$\delta_{max} = \delta_{tot} - \delta_i \qquad (2.8.2)$$

$$\delta_{max} = \delta_1 + \delta_2 - \delta_i \qquad (2.8.3)$$

Dalla **Tabella 4.2.X** *Limiti di deformazione per gli elementi di impalcato delle costruzioni ordinarie*

Elementi strutturali	Limiti superiori per gli spostamenti verticali	
	$\frac{\delta_{max.}}{L}$	$\frac{\delta_2}{L}$
Coperture in generale	$\frac{1}{200}$	$\frac{1}{250}$
Coperture praticabili	$\frac{1}{250}$	$\frac{1}{300}$
Solai in generale	$\frac{1}{250}$	$\frac{1}{300}$
Solai o coperture che reggono intonaco o altro materiale di finitura fragile e tramezzi non flessibili	$\frac{1}{250}$	$\frac{1}{350}$
Solai che supportano colonne	$\frac{1}{400}$	$\frac{1}{500}$
Nei casi in cui lo spostamento può compromettere l'aspetto dell'edificio	$\frac{1}{250}$	
In caso di specifiche esigenze tecniche e/o funzionali tali limiti devono essere opportunamente ridotti		

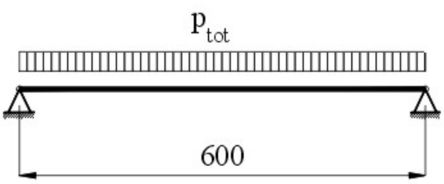
Nella tabella 4.2.X (normativa NTC Dm 2008) sono riportati i limiti di deformabilità per gli impalcati delle costruzioni ordinarie, nei riguardi: sia della deformazione max. $\delta_{max.}$ consentita per effetto della presenza contemporanea dei due carichi permanenti e accidentali, sia della deformazione δ_2 del solo carico accidentale; entrambi in rapporto alla luce L dell'elemento:

$$\frac{\delta_{max.}}{L} \quad \text{e} \quad \frac{\delta_{2.}}{L}$$

1°- Esempio di verifica agli stati limite di esercizio per gli spostamenti verticali

Si effettui la verifica agli stati limiti di esercizio per gli spostamenti verticali della trave IPE 220 di figura di una copertura generica, sollecitata dai seguenti carichi

Fig.2.8.2



Carico permanente distribuito $g_k = 12\ kN/m$

Carico variabile distribuito $q_k = 18\ kN/m$

Momento d'inerzia IPE220 $I_y = 2772\,cm^4$

Carico p_{tot} *determinante lo spostamento totale* δ_{tot} *:*

$$p_{tot} = g_k + q_k \qquad p_{tot} = 12 + 18$$

$$p_{tot} = 30\,kN/m = 30\ \frac{kN}{10^2\ cm}$$

$$p_{tot} = 0{,}30\ kN/cm \tag{e7.1}$$

Limite dello spostamento massimo δ_{max}

Per una copertura in generale deve risultare:

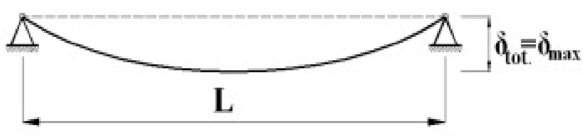
$$\frac{\delta_{max}}{L} \leq \frac{1}{200} \tag{e7.2}$$

Occorre per prima cosa verificare se è necessaria una monta: cioè se, in assenza di questa, lo spostamento massimo δ_{max} *rientra nei limiti verificando il rapporto tra* δ_{max} *e* L

Spostamenti δ_{max} *senza monta.*

In questo caso la deformazione totale coincide con quella massima: $\delta_{tot} = \delta_{max}$

Fig.2.8.3



deformazione totale:

$$\delta_{tot} = \frac{5}{384} \cdot \frac{p_{tot} \cdot L^4}{E \cdot J_y}$$

$$\delta_{tot} = \frac{5}{384} \cdot \frac{0{,}30 \cdot 600^4}{21000 \cdot 2772}$$

$$\delta_{tot} = \delta_{max} = 8{,}7\,cm \tag{e7.4}$$

rapporto con la lunghezza :

$$\frac{\delta_{max}}{L} = \frac{\delta_{tot}}{L} = \frac{8{,}7}{600}$$

$$\frac{\delta_{max}}{L} = \frac{1}{70} > \frac{1}{200}$$

la deformazione δ_{max} *supera i limite consentito.*
In una copertura, in generale deve essere rispettata la prescrizione:

$$\frac{\delta_{max}}{L} \leq \frac{1}{200}$$

Deve essere praticata una monta δ_i *che faccia rientrare nel limite consentito lo spostamento massimo* δ_{max} *, misurato rispetto al livello orizzontale.*

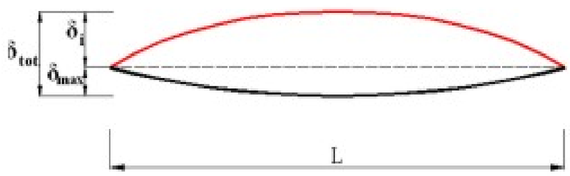
Considerando il rapporto limite, si può determinare lo spostamento massimo limite $\delta_{ma,lim}$ *consentito.*

$$\frac{\delta_{max,lim}}{L} = \frac{1}{200} \qquad \text{da cui} \qquad \delta_{max,lim} = \frac{L}{200} \qquad \delta_{max,lim} = \frac{600}{200}$$

$$\delta_{max,lim} = 3\,cm \qquad (e7.5)$$

Così, conoscendo lo spostamento totale δ_{tot} *provocato dai carichi, si può determinare la monta* δ_i *occorrente per avere, al limite, lo spostamento massimo* $\delta_{max,lim} = 3\,cm$ *consentito, (vedi Fig.2.8.1 e Fig.2.8.)*

Fig.8.4



$$\delta_{tot} = \delta_{max} + \delta_i$$

da cui

$$\delta_i = \delta_{tot} - \delta_{max}$$

$$\delta_i = 8.7 - 3 = 5{,}7\,cm \qquad (e7.6)$$

Assumiamo una monta di:

$$\delta_i = 6\,cm \qquad (e7.7)$$

Si avrà così uno spostamento massimo effettivo di:

$$\delta_{max,eff.} = \delta_{tot} - \delta_i \qquad \delta_{max,eff.} = 8{,}7 - 6$$

$$\delta_{max,eff} = 2{,}7\,cm \qquad (e7.8)$$

Si ha così il rapporto:

$$\frac{\delta_{max,eff}}{L} = \frac{2{,}7}{600} \qquad \frac{\delta_{max,eff}}{L} = \frac{1}{222} < \frac{1}{200}$$

rapporto accettabile nei riguardi dello spostamento massimo δ_{max}

Limite dello spostamento δ_2 ***riguardante i carichi variabili***

Per una copertura in generale deve risultare:

$$\frac{\delta_2}{L} \leq \frac{1}{250} \qquad (e3.9)$$

per il carico variabile distribuito $q_k = 0{,}18\ kN/cm$ *si ha:*

$$\delta_2 = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_k \cdot L^4}{E \cdot J_y} \qquad \delta_2 = \frac{5}{384} \cdot \frac{0{,}18 \cdot 600^4}{21000 \cdot J_y} \qquad \delta_2 = \frac{14464{,}3}{J_y}$$

Per il profilato IPE 220 è $I_y = 2772\,cm^4$

$$\delta_2 = \frac{14464{,}3}{2772}$$

$$\delta_2 = 5{,}21\,cm$$

Risulta:

$$\frac{\delta_2}{L} = \frac{5{,}21}{600} = \frac{1}{115} > \frac{1}{250} \qquad (e3.10)$$

Non è verificato lo stato limite di esercizio nei riguardi dello spostamento δ_2 *dovuto ai carichi variabili.*

Occorre scegliere un profilato IPE di maggiori dimensioni.

Si sceglie un profilato IPE 240

Con $J_y = 3892\,cm^4$

$$\delta_2 = \frac{14464{,}3}{j_y} \qquad \delta_2 = \frac{14464{,}3}{3892}$$

$$\delta_2 = 3{,}7\,cm$$

$$\frac{\delta_2}{L} = \frac{3{,}7}{600} = \frac{1}{162} > \frac{1}{250}$$

Non accettabile

Si sceglie un profilato IPE 270

Con $J_y = 5790\,cm^4$

$$\delta_2 = \frac{14464{,}3}{j_y} \qquad \delta_2 = \frac{14464{,}3}{5790}$$

$\delta_2 = 2{,}5cm$

$$\frac{\delta_2}{L} = \frac{2{,}5}{600} = \frac{1}{240} > \frac{1}{250}$$

Non accettabile

Si sceglie un profilato IPE 300

Con $J_y = 8356\,cm^4$

$$\delta_2 = \frac{14464{,}3}{j_y} \qquad \delta_2 = \frac{14464{,}3}{8356}$$

$\delta_2 = 1{,}71cm$

$$\frac{\delta_2}{L} = \frac{1{,}71}{600} = \frac{1}{347} < \frac{1}{250}$$

Accettabile

Nota

In un primo approccio al progetto della trave conviene, spesso, iniziare il calcolo dalla imposizione dei limiti di deformazione δ_{max}, δ_2 da cui, ricavando il momento d'inerzia J_y, si può sceglie il profilato da porre al calcolo della verifica di resistenza.

Verifica finale della necessità della monta ed eventuale suo valore

Si determina ora, per il profilato IPE 300 scelto, il valore della deformazione δ_{max} *senza monta e, se necessaria, l'eventuale suo valore.*

Con $\delta_i = 0$ *si ha:*

$$\delta_{tot} = \delta_{max}$$

$$\delta_{tot} = \frac{5}{384} \cdot \frac{p_{tot} \cdot L^4}{E \cdot J_y} \qquad \delta_{tot} = \frac{5}{384} \cdot \frac{0{,}30 \cdot 600^4}{21000 \cdot 8356}$$

$\delta_{tot} = \delta_{max} = 2{,}89\,cm$

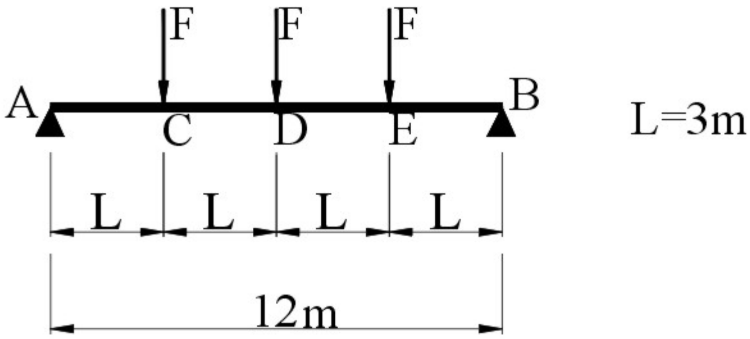
$$\frac{\delta_{max}}{L} = \frac{2{,}89}{600} = \frac{1}{208} < \frac{1}{200}$$

Accettabile

Non occorre monta $\delta_i = 0$

2°- Esempio di verifica agli stati limite di esercizio per gli spostamenti verticali

Verifica degli stati limite di esercizio per gli spostamenti verticali per la trave IPE 400 *verificata precedentemente a flesso torsione.*
La trave sia utilizzata in una copertura generica



Carichi:

Carico permanente $G_1 = 9{,}5\,kN$

Carico variabile $Q_1 = 12\,kN$

Forza F da porre a calcolo negli stati limite di esercizio

$$F = G_1 + Q_1$$
$$F = 9{,}5 + 12$$

$$F = 21{,}5\ kN \qquad (e4.1)$$

Caratteristiche del profilato IPE 400

Fig.2.6.9

Profilato *IPE 400*

$h = 400\ mm = 40\,cm$ $\quad I_y = 23130\ cm^4$

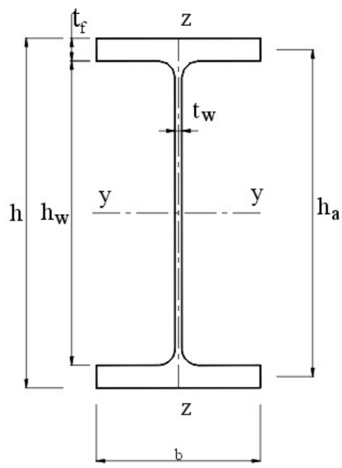
$b = 180\ mm = 18\,cm$ $\quad I_z = 1318\,cm^4$

$t_f = 13{,}5\ mm = 1{,}3\,cm$ $\quad W_{pl,y} = 1307\ cm^3$

$t_w = 8{,}6\ mm = 0{,}86\,cm$ $\quad S_y = 654\ cm^3$

$A = 8450\ mm^2 = 84{,}5\,cm^2$ $\quad W_{el,y} = 1156\ cm^3$

$h_w = 373\,mm = 37{,}3\,cm$ $\quad G = 66{,}3\,kg/m$



Nell'esercizio precedente si è tracciato il diagramma del momento flettente dovuta ai carichi F .

per simmetria si ha:

$$Y_A = Y_B = \frac{3\,F_{Ed}}{2} \qquad (e8.1)$$

Momenti flettenti in corrispondenza dei carichi F
Momento in C:

$$M_C = Y_A \cdot L$$

$$M_C = \frac{3\,F_{Ed}}{2} \cdot L \qquad (e8.2)$$

Momento in D:

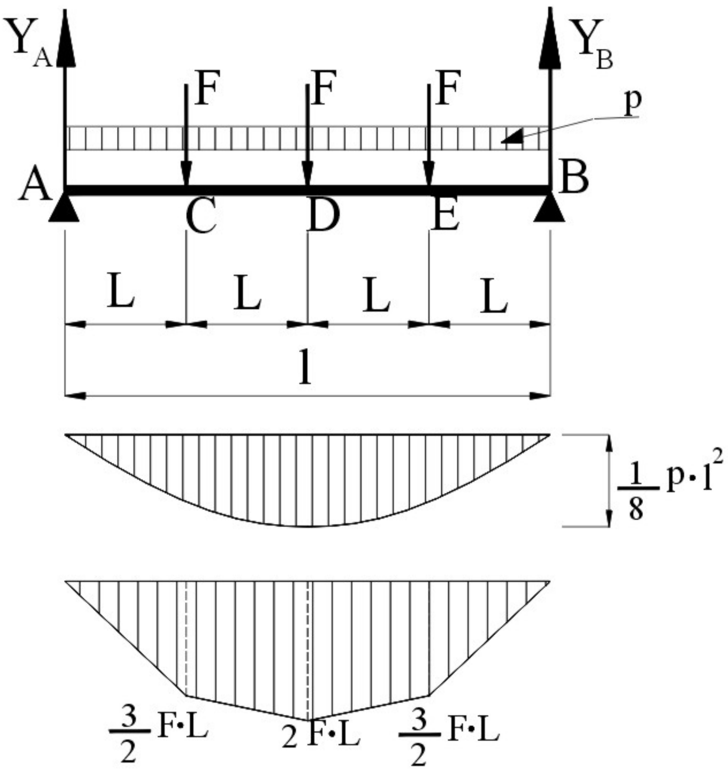
$$M_D = Y_A \cdot 2\,L - F_{Ed} \cdot L$$

$$M_D = 2F_{Ed} \cdot L \qquad (e8.3)$$

Momento in E:

$$M_{Ed,E} = M_{Ed,C} = \frac{3\,F_{Ed}}{2} \cdot L \qquad (e8.4)$$

Per la determinazione dell'eventuale monta occorrente, consideriamo anche il peso proprio della trave



Peso lineare

$$p = G \cdot 9{,}81$$

$$p = 66.3 \cdot 9{,}81 = 650 \;\; N/m = 0{,}65\,kN/m$$

$$p = 0{,}65 \cdot 10^{-2} \;\; kN/cm \qquad (e8.5)$$

Freccia dovuta al peso proprio distribuito

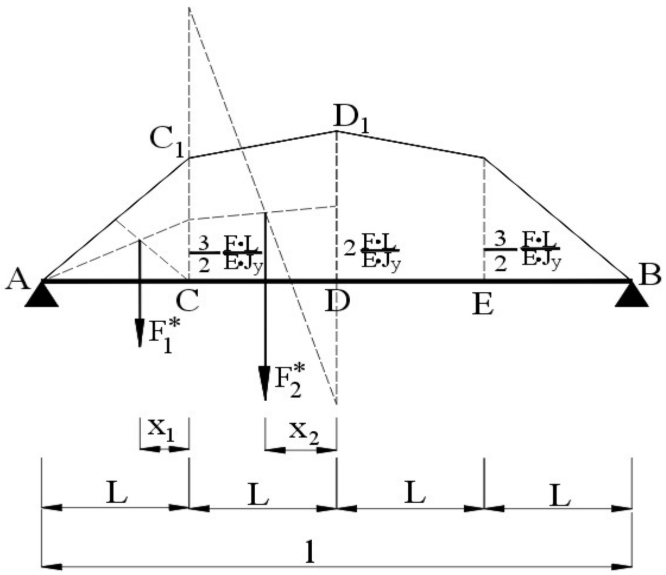
$$f_p = \frac{5}{384} \cdot \frac{p \cdot l^4}{E \cdot J_y} \qquad f_p = \frac{5}{384} \cdot \frac{0{,}65 \cdot 10^{-2} \cdot 1200^4}{21000 \cdot 23130}$$

$$f_p = 0{,}36\,cm \qquad (e8.6))$$

Freccia dovuta ai carichi F

Espressione della freccia

Si utilizza il metodo di Mohr. La freccia in una sezione è data dal momento flettente fittizio M^*, ottenuto ponendo sulla trave un carico distribuito pari al diagramma del momento flettente le cui ordinate sono $\frac{M}{E \cdot J_y}$



Carichi lineari fittizi q^* nelle sezioni C, D, E

Sono espressi dal momento flettente in quella sezione diviso $E \cdot J_y$.

$$q_C^* = CC_1 = \frac{3}{2} \cdot \frac{F \cdot L}{E \cdot J_y} \qquad (e8.7)$$

$$q_D^* = DD_1 = 2 \cdot \frac{F \cdot L}{E \cdot J_y} \qquad (e8.8)$$

$$q_E^* = \frac{3}{2} \cdot \frac{F \cdot L}{E \cdot J_y} \qquad (e8.9)$$

Reazioni fittizie Y_A^*, Y_B^*

Per la simmetria, le reazioni fittizie $Y_A^* = Y_B^*$ *sono pari a metà del carico fittizio totale, descritto nella figura Fig.2.8.6 dall'area* AD_1D *del diagramma. Questa è divisa nelle due aree parziali* AC_1C *e* CC_1D_1D.

Al baricentro delle due aree è posto il carico fittizio che esse rappresentano, e, rispettivamente: F_1^* *per l'area triangolare* AC_1C *e* F_2^* *per l'area del trapezio* CC_1D_1D .

Carico fittizio F_1^*

$$F_1^* = \frac{q_C^* \cdot L}{2} \qquad F_1^* = \frac{3}{2}\frac{F \cdot L}{E \cdot J_y} \cdot \frac{L}{2}$$

$$F_1^* = \frac{3}{4} \cdot \frac{F \cdot L^2}{E \cdot J_y} \qquad (e8.10)$$

Carico fittizio F_2^*

$$F_2^* = \frac{\left(q_C^* + q_D^*\right) \cdot L}{2} \qquad F_2^* = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{F \cdot L}{E \cdot J_y} + 2 \cdot \frac{F \cdot L}{E \cdot J_y}\right) \cdot L$$

$$F_2^* = \frac{7}{4} \cdot \frac{F \cdot L^2}{E \cdot J_y} \qquad (e811)$$

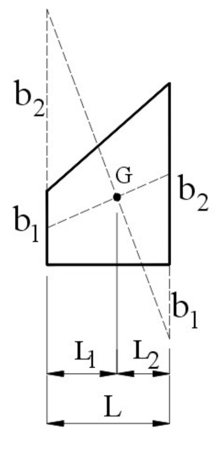
Reazioni fittizie $Y_A^* = Y_B^*$

$$Y_A^* = Y_B^* = F_1^* + F_2^* \qquad Y_A^* = Y_B^* = \frac{3}{4} \cdot \frac{F \cdot L}{E \cdot J_y} + \frac{7}{4} \cdot \frac{F \cdot L}{E \cdot J_y}$$

$$Y_A^* = Y_B^* = \frac{5}{2}\frac{F \cdot L^2}{E \cdot J_y} \qquad (e8.12)$$

Baricentro di un trapezio

Si consideri di trapezio rettangolo di figura .
Graficamente, si riporta la base b_2 di seguito ad una estremità dell'altra base b_1 ; mentre questa si riporta, in senso opposto, all'estremità di b_2. Si congiungono le estremità dei segmenti riportati. Il segmento ottenuto, interseca nel baricentro G il segmento tracciato tra i due punti medi delle due basi.
Si dimostra che risulta:



$$L_1 = \frac{L}{3}\frac{b_1 + 2 \cdot b_2}{b_1 + b_2}$$

$$L_2 = \frac{L}{3}\frac{b_2 + 2 \cdot b_1}{b_2 + b_1}$$

Baricentri delle aree parziali AC_1C , CC_1D_1D .

Triangolo AC_1C

La distanza x_1 *rispetto alla base* CC_1 *è:*

$$x_1 = \frac{1}{3}L \qquad (e8.13)$$

Trapezio CC_1D_1D

La distanza x_2 *rispetto alla base* DD_1 *è:*

$$x_2 = \frac{L}{3}\frac{DD_1 + 2\cdot CC_1}{DD_1 + CC_1} \qquad x_2 = \frac{L}{3}\frac{2\frac{F\,L}{E\,J_y} + 2\cdot\frac{3}{2}\frac{F\,L}{E\,J_y}}{2\frac{F\,L}{E\,J_y} + \frac{3}{2}\frac{F\,L}{E\,J_y}} \qquad x_2 = \frac{L}{3}\cdot\frac{5}{\frac{7}{2}}$$

$$x_2 = \frac{10}{21}L \qquad (e8.14)$$

Freccia f_D nella sezione D di mezzeria dovuta ai carichi F

La freccia è data del momento flettente fittizio rispetto alla sezione D del carico distribuito fittizio suddetto, posto sulla trave, costituito dal diagramma del momento flettente, con le ordinate divise per $E\,J_y$

$$f_D = M_D^* = Y_A^*\cdot 2\,L - F_1^*\cdot\left(x_1 + L\right) - F_2^*\cdot x_2$$

$$f_D = \frac{5}{2}\cdot\frac{F\,L^2}{E\,J_y}\cdot 2\,L - \frac{3}{4}\cdot\frac{F\,L^2}{E\,J_y}\left(\frac{1}{3} + L\right) - \frac{7}{4}\cdot\frac{F\,L^2}{E\,J_y}\cdot\frac{10}{21}\cdot L$$

$$f_D = 5\cdot\frac{F\,L^3}{E\,J_y} - \frac{F\,L^3}{E\,J_y} - \frac{5}{6}\cdot\frac{F\,L^3}{E\,J_y}$$

$$f_D = \frac{19}{6}\cdot\frac{F\,L^3}{E\,J_y} \qquad (e8.15)$$

per $F = 21{,}5\,kN$ *si ha:*

$$f_d = \frac{19}{6}\frac{21{,}5\cdot 300^3}{21000\cdot 23130}$$

$$f_D = 2{,}78\,cm \qquad (e8.16)$$

Verifiche allo stato limite di esercizio per gli spostamenti verticali

Verifica sullo spostamento massimo δ_{max}

Deve verificarsi che sia rispettata la limitazione:

$$\frac{\delta_{max}}{l} \le \frac{1}{200} \qquad (e8.17)$$

Lo spostamento totale δ_{tot} *in mezzeria della trave è dato dalla somma delle due frecce dovute ai carichi* F *e dal peso proprio*

$$\delta_{tot} = f_D + f_p \qquad \delta_{tot} = 3{,}78 + 0{,}36$$

$\delta_{tot} = 4{,}14\ cm$ (e8.18)

Senza monta, con $\delta_i = 0$ *lo spostamento totale* δ_{tot} *coincide con quello massimo* δ_{max}

$$\delta_{tot} = \delta_{max} + \delta_i \qquad per \qquad \delta_i = 0 \qquad \delta_{tot} = \delta_{max}$$

Lo spostamento massimo δ_{max} *risulta quindi:*

$\delta_{max} = 4{,}14\ cm$

Verifica del limite sullo spostamento massimo δ_{max}

$$\frac{\delta_{max}}{l} = \frac{4{,}14}{1200}$$

$$\frac{\delta_{max}}{l} = \frac{1}{290} < \frac{1}{200} \quad Accettabile$$

Lo spostamento δ_{max} *rientra nei limiti consentiti*

Verifica sullo spostamento dovuto al carico variabile δ_2

Deve verificarsi che sia rispettata la limitazione

$$\frac{\delta_2}{l} \le \frac{1}{250}$$

Lo spostamento δ_2 *è la freccia* $f_{D,2}$ *provocata dal carico variabile* $Q_1 = 12\,kN$
L'espressione della freccia è analoga alla (e8.15)

$$f_{D,2} = \frac{19}{6} \cdot \frac{Q_i L^3}{E J_y} \qquad f_{D,2} = \frac{19}{6} \cdot \frac{12 \cdot 300^3}{21000 \cdot 23130}$$

$f_{D,2} = \delta_2 = 2{,}1\,cm$

Verifica del limite sullo spostamento per il carico variabile δ_2

$$\frac{\delta_2}{l} = \frac{2.1}{1200}$$

$$\frac{\delta_{max}}{l} = \frac{1}{568} < \frac{1}{250} \quad Accettabile$$

Lo spostamento δ_2 *rientra nei limiti consentiti*

Rientrando nei limiti consentiti sia lo spostamento massimo δ_{max} *dovuto al carico totale, permanete e variabile, sia allo spostamento* δ_2 *dovuto al solo carico variabile, non occorre eseguire una monta sulla trave.*

SEGUE ⟶

Clic per la pagina precedente

Clic per proseguire

Clic per tutti i file III parte