

Cilc per tutti gli appunti (AUTOMAZIONE – TRATTAMENTI TERMICI ACCIAIO – SCIENZA delle COSTRUZIONI...)



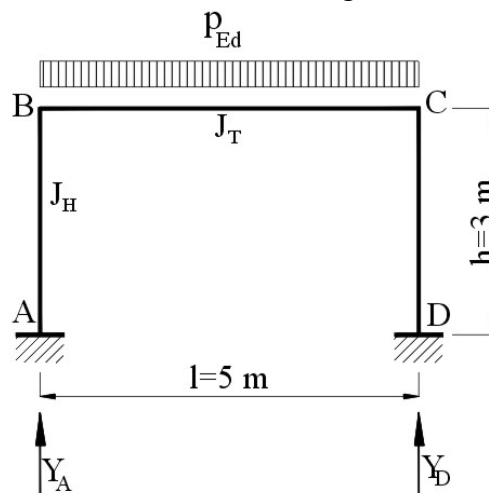
[e-mail per suggerimenti](#)

[Clic qui](#) – PRIMA PAGINA APPUNTI ACCIAIO

Esempio di verifica a presso flessione di una semplice membratura

Si consideri per esercizio un portale simmetrico ABCD incastrato alla base, caricato sul traverso con un carico distribuito di progetto P_{Ed} .

Fig.2.7.12



Sia k il rapporto tra il momento d'inerzia del traverso J_T e quello J_H di uno dei ritti uguale all'altro.

$$k = \frac{J_T}{J_H}$$

e.1- Determinazione delle reazioni incognite

Per esercizio si determinano prima le reazioni e le sollecitazioni sui singoli elementi della struttura.

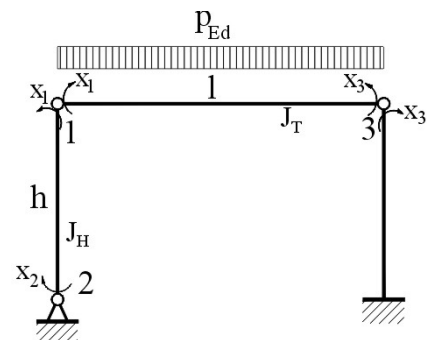
Per simmetria, le reazioni verticali sui due ritte Y_A , Y_D sono uguali tra loro pari alla metà del carico totale.

$$Y_A = Y_D = \frac{P_{Ed} \cdot l}{2}$$

La struttura iperstatica si trasforma in quella isostatica di un arco a tre cerniere, ponendo queste nelle sezioni A,B,C, rompendo così la continuità. Per il ripristino di questa si aggiungono i momenti: x_1 in B, x_2 in A, x_3 in C, che le cerniere non trasmettono ai tratti ad esse contigui.

Per la determinazione dei momenti incogniti si scrive l'equazione di congruenza per ogni nodo, in cui, avendo

Fig.2.7.13



posto una cerniera, si è rotta la continuità, imponendo: che la rotazione φ_d a destra della cerniera sia uguale a quella φ_s che si ha alla sua sinistra:

$$\varphi_d = \varphi_s \quad (e2.1)$$

da cui

$$\varphi_d - \varphi_s = 0 \quad (e2.2)$$

La relazione (e2.2) esprime, che per il ripristino della continuità nei nodi in cui si è posta la cerniera, **sia nulla la rotazione relativa** (differenza tra la rotazione a destra e quella a sinistra della cerniera).

Per la simmetria della struttura, i momenti alle estremità del traverso sono uguali:

$$x_1 = x_3 \quad (e2.3)$$

Per la determinazione dei momenti x_1, x_2 basta scrivere le equazioni di congruenza per i nodi "1" (B) e "2" (A), in cui si impone che, per la continuità, **le rotazioni relative nel nodo 1 e nel nodo 2 sono nulle**:

$$\begin{cases} \delta_{11} x_1 + \delta_{12} x_2 + \delta_{13} x_3 + \delta_{10} = 0 & \text{rotazione relativa nodo 1} = 0 \\ \delta_{21} x_1 + \delta_{22} x_2 = 0 & \text{rotazione relativa nodo 2} = 0 \\ x_3 = x_1 \end{cases} \quad (e2.4)$$

dove:

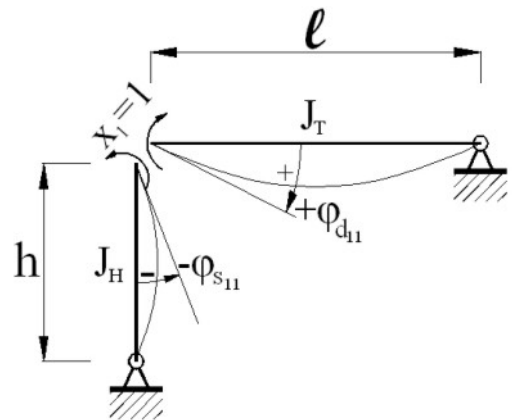
δ_{11} rotazione relativa unitaria nel nodo 1 per effetto del momento unitario $x_1 = 1$ posto sul nodo 1, (moltiplicata, poi, per il momento x_1 , determinerà la rotazione relativa sul nodo 1 provocata da questo)

Fig.2.7.14

$$\delta_{11} = \varphi_{d11} - \varphi_{s11}$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{3} \cdot \frac{l}{E \cdot J_T} - \left(-\frac{1}{3} \cdot \frac{h}{E \cdot J_H} \right)$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{3} \cdot \frac{l}{E \cdot J_T} + \frac{1}{3} \cdot \frac{h}{E \cdot J_H}$$

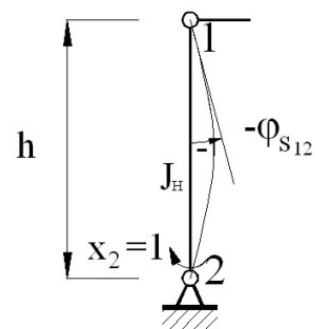


δ_{12} rotazione relativa sul nodo 1 per effetto del momento unitario $x_2 = 1$ posto sul nodo 2

Fig.2.7.15

$$\delta_{12} = \varphi_{d12} - \varphi_{s12} \quad \delta_{12} = 0 - \left(-\frac{1}{3} \cdot \frac{h}{E \cdot J_H} \right)$$

$$\delta_{12} = \frac{1}{3} \cdot \frac{h}{E \cdot J_H} - 0$$



$$\delta_{12} = \frac{1}{3} \cdot \frac{h}{E \cdot J_H}$$

Così alla stessa maniera si ha:

Fig.2.7.15_a

δ_{13} rotazione relativa sul nodo 1 per effetto del momento unitario $x_3 = 1$ posto sul nodo 3

$$\delta_{13} = \varphi_{d13} - \varphi_{s13}$$

$$\delta_{13} = \frac{1}{6} \cdot \frac{l}{E \cdot J_T} - 0$$

$$\delta_{13} = \frac{1}{6} \cdot \frac{l}{E \cdot J_T}$$

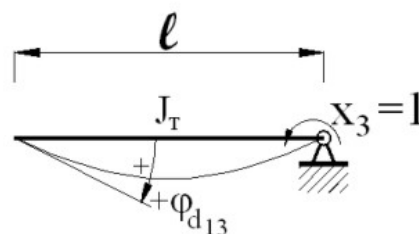


Fig.2.7.15_b

δ_{21} rotazione relativa sul nodo 2 per effetto del momento unitario $x_1 = 1$ posto sul nodo 1

$$\delta_{21} = \varphi_{d21} - \varphi_{s21}$$

$$\delta_{21} = \frac{1}{6} \cdot \frac{h}{E \cdot J_H} - 0$$

$$\delta_{21} = \frac{1}{6} \cdot \frac{h}{E \cdot J_H}$$

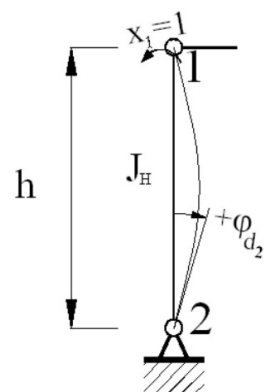


Fig.2.7.15_c

δ_{22} rotazione relativa sul nodo 2 per effetto del momento unitario $x_2 = 1$ posto sul nodo 2

$$\delta_{22} = \varphi_{d22} - \varphi_{s22}$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{3} \cdot \frac{l}{E \cdot J_T} - 0$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{3} \cdot \frac{l}{E \cdot J_T}$$

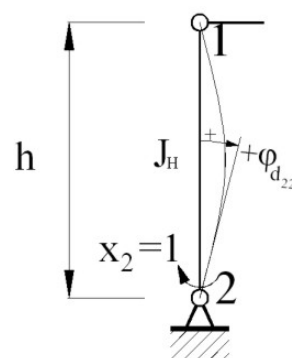
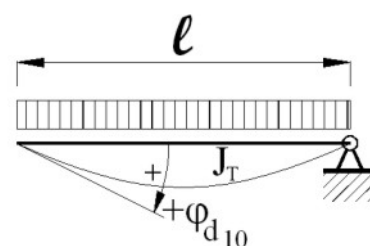


Fig.2.7.15_d

δ_{10} rotazione relativa sul nodo 1 per effetto del carico distribuito di progetto p_{Ed}

$$\delta_{10} = \varphi_{d10} - \varphi_{s10}$$

$$\delta_{10} = \frac{1}{24} \cdot \frac{p_{Ed} \cdot l^3}{E \cdot J_T} - 0$$



$$\delta_{10} = \frac{1}{24} \cdot \frac{p_{Ed} \cdot l^3}{E \cdot J_T}$$

Sostituendo nella (e.2.4) si ha:

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{3} \frac{l}{E \cdot J_T} + \frac{1}{3} \frac{h}{E \cdot J_H} \right) \cdot x_1 + \frac{1}{6} \frac{h}{E \cdot J_H} \cdot x_2 + \frac{1}{6} \frac{l}{E \cdot J_T} \cdot x_3 + \frac{1}{24} \frac{p_{Ed} \cdot l^3}{E \cdot J_T} = 0 \\ \frac{1}{6} \frac{h}{E \cdot J_H} \cdot x_1 + \frac{1}{3} \frac{h}{E \cdot J_H} \cdot x_2 = 0 \\ x_3 = x_1 \end{cases}$$

Tenendo conto che:

$$J_T = k \cdot J_H \quad e \quad x_3 = x_1 \quad e \text{ semplificando:}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{3} \frac{l}{k \cdot J_H} + \frac{1}{3} \frac{h}{J_H} \right) \cdot x_1 + \frac{1}{6} \frac{h}{J_H} \cdot x_2 + \frac{1}{6} \frac{l}{k \cdot J_H} \cdot x_1 + \frac{1}{24} \frac{p_{Ed} \cdot l^3}{k \cdot J_H} = 0 \\ \frac{1}{6} x_1 + \frac{1}{3} x_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{3} \frac{l}{k} + \frac{1}{6} \frac{l}{k} + \frac{1}{3} \cdot h \right) \cdot x_1 + \frac{1}{6} \cdot h \cdot x_2 = - \frac{1}{24} \cdot \frac{p_{Ed} \cdot l^3}{k} \\ x_2 = - \frac{1}{2} \cdot x_1 \end{cases}$$

con $x_2 = - \frac{1}{2} x_1$ (e2.4)

si ha:

$$\left(\frac{1}{3} \frac{l}{k} + \frac{1}{6} \frac{l}{k} + \frac{1}{3} \cdot h \right) \cdot x_1 + \frac{1}{6} \cdot h \cdot \left(- \frac{1}{2} \cdot x_1 \right) = - \frac{1}{24} \cdot \frac{p_{Ed} \cdot l^3}{k}$$

$$\left(\frac{1}{3} \frac{l}{k} + \frac{1}{6} \frac{l}{k} + \frac{1}{3} \cdot h - \frac{1}{12} \cdot h \right) \cdot x_1 = - \frac{1}{24} \cdot \frac{p_{Ed} \cdot l^3}{k}$$

$$(8l + 4l + 8h - 2h) \cdot x_1 = - p_{Ed} \cdot l^3$$

$$x_1 = - \frac{p_{Ed} \cdot l^3}{12 \cdot l + 6 \cdot k h}$$

$$x_1 = - \frac{1}{6} \cdot \frac{p_{Ed} \cdot l^3}{2 \cdot l + k h} \quad (e2.5)$$

per la (e2.4) su ha:

$$x_2 = \frac{1}{12} \cdot \frac{p_{Ed} \cdot l^3}{2 \cdot l + kh} \quad (e2.6)$$

per la simmetria si ha inoltre:

$$x_3 = x_1 = -\frac{1}{6} \cdot \frac{p_{Ed} \cdot l^3}{2 \cdot l + kh} \quad (e2.7)$$

Momenti nel loro senso reale

I momenti x_1 , x_3 risultano negativi. Ciò vuol dire che hanno senso opposto a quello fissato nel procedimento di calcolo per comodità dei segni.

Si pongono i momenti nel loro senso reale come riportato in Fig.2.7.16. In valore assoluto si ha:

$$x_1 = \frac{1}{6} \cdot \frac{p_{Ed} \cdot l^3}{2 \cdot l + kh} \quad (e2.8)$$

$$x_2 = \frac{1}{12} \cdot \frac{p_{Ed} \cdot l^3}{2 \cdot l + kh} \quad (e2.9)$$

con

$$x_2 = \frac{1}{2} x_1 \quad (e2.10)$$

Per simmetria si ha

$$Y_A = \frac{p_{Ed} \cdot l}{2} \quad (e2.11)$$

Tratto AB

Reazioni

Reazione Y_B

$$Y_A - Y_B = 0 \quad Y_B = Y_A$$

$$Y_B = \frac{p_{Ed} \cdot l}{2}$$

Reazione H_A

La somma dei momenti rispetto alla cerniera B è nulla (la cerniera non trasmette momento)

$$H_A \cdot h - x_1 - x_2 = 0 \quad \text{con} \quad x_2 = \frac{1}{2} x_1$$

$$H_A \cdot h = x_1 + \frac{1}{2} x_1$$

Fig.2.7.16

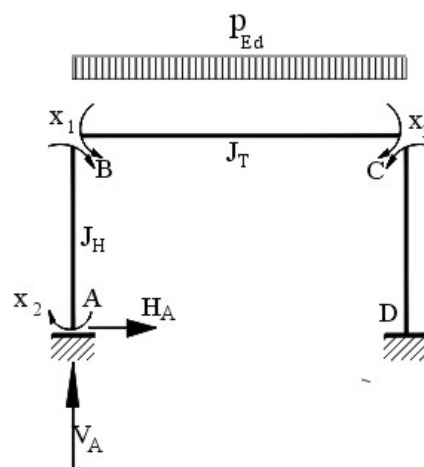
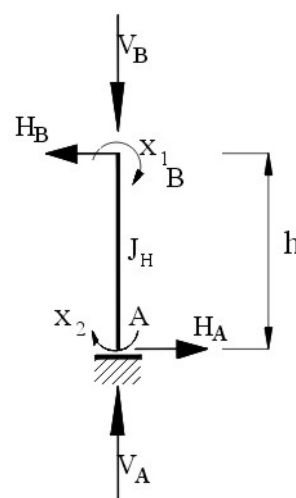


Fig.2.7.16_a



$$H_A = \frac{3}{2} \frac{x_1}{h} \quad (e2.12)$$

$$\text{con } x_1 = \frac{1}{6} \cdot \frac{p_{Ed} \cdot l^3}{2 \cdot l + k h}$$

$$H_A = \frac{1}{4} \cdot \frac{p_{Ed}}{2 \cdot l + k} \cdot \frac{l^3}{h} \quad (e2.13)$$

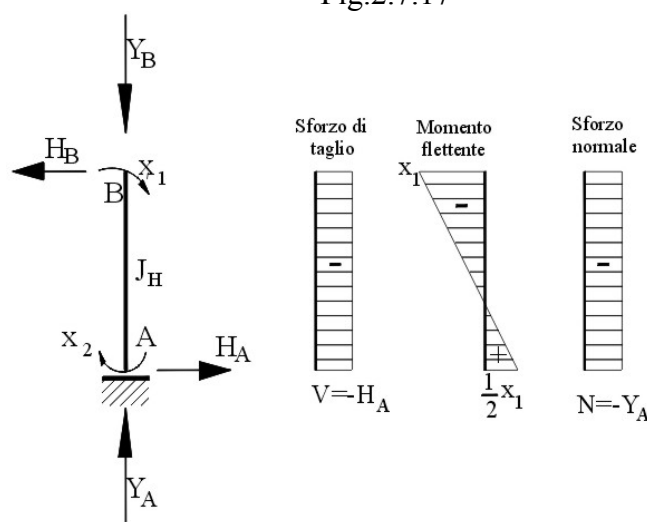
Reazione H_B

$$H_A - H_B = 0 \quad H_B = H_A$$

$$H_B = \frac{1}{4} \cdot \frac{p_{Ed}}{2 \cdot l + k} \cdot \frac{l^3}{h} \quad (e2.14)$$

Sollecitazioni sul ritto AB

Fig.2.7.17



Sforzo di taglio V_{AB}

$$V_{AB} = -H_A$$

$$V_{AB} = -\frac{1}{4} \cdot \frac{p_{Ed} \cdot l^3}{2 \cdot l + k h} \quad (e2.14)$$

Momenti flettenti: M_A, M_B, M_{AB}

Consideriamo positivi i momenti che tendono le fibre interne al portale .



$$x_1 = \frac{1}{6} \cdot \frac{p_{Ed} \cdot l^3}{2 \cdot l + k h}$$

$$M_B = -x_1 = -\frac{1}{6} \cdot \frac{p_{Ed} \cdot l^3}{2 \cdot l + k h} \quad (\text{tese le fibre esterne}) \quad (e2.15)$$

$$M_A = +\frac{1}{2} x_1 = \frac{1}{12} \cdot \frac{p_{Ed} \cdot l^3}{2 \cdot l + k h} \quad (\text{tese le fibre interne}) \quad (e2.16)$$

Momento flettente M_{AB} in una sezione generica del tratto AB

Indicando con y la coordinata di una sezione del ritto rispetto all'estremità A, il momento M_{AB} in una sezione generica è:

$$M_{AB} = -H_A \cdot y + M_B$$

$$M_{AB} = -\frac{l}{4} \cdot \frac{p_{Ed}}{2 \cdot l + k} \cdot \frac{l^3}{h} \cdot y + \frac{l}{12} \cdot \frac{p_{Ed} \cdot l^3}{2 \cdot l + k} \quad (e2.17)$$

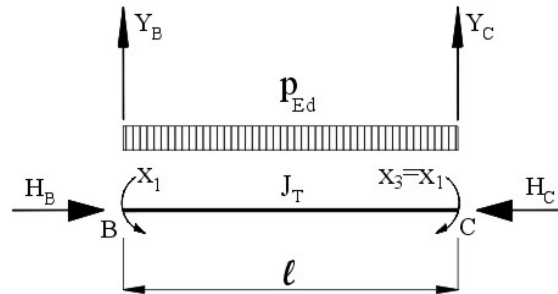
Sforzo normale N
Di compressione

$$N = -Y_A$$

$$N = -\frac{p_{Ed} \cdot l}{2} \quad (e2.18)$$

Tratto BC

Fig.2.7.17_a



Reazione H_B

Già determinato. È in senso opposto allo sforzo che agisce in B nel tratto AB

$$H_B = \frac{l}{4} \cdot \frac{p_{Ed}}{2 \cdot l + k} \cdot \frac{l^3}{h} \quad (e2.20)$$

Reazione H_C

$$H_C - H_B = 0 \quad H_C = H_B$$

$$H_C = \frac{l}{4} \cdot \frac{p_{Ed}}{2 \cdot l + k} \cdot \frac{l^3}{h} \quad (e2.21)$$

Reazioni Y_B, Y_C

Per simmetria

$$Y_B = Y_C = \frac{p_{Ed} \cdot l}{2}$$

Momenti flettenti

$$M_B = -x_l = -\frac{l}{6} \cdot \frac{p_{Ed} \cdot l^3}{2 \cdot l + k h} \quad (\text{tese le fibre esterne}) \quad (e2.22)$$

$$M_C = -x_3 = -x_1 = -\frac{1}{6} \cdot \frac{p_{Ed} \cdot l^3}{2 \cdot l + kh} \quad (\text{tese le fibre esterne}) \quad (e2.23)$$

Momento massimo relativo in mezzeria M_{max}

$$M_{max} = Y_B \cdot \frac{l}{2} - p_{Ed} \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{4} - x_1 = p_{Ed} \cdot \frac{l}{2} - p_{Ed} \cdot \frac{l^2}{8} - x_1$$

$$M_{max} = \frac{p_{Ed} \cdot l^2}{8} - x_1 \quad \text{con} \quad x_1 = \frac{1}{6} \cdot \frac{p_{Ed} \cdot l^3}{2 \cdot l + kh}$$

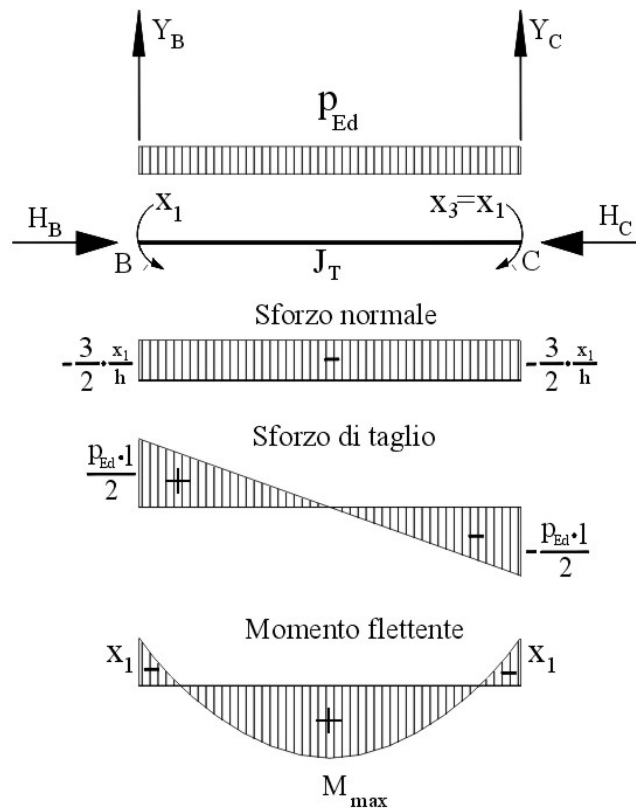
$$M_{max} = \frac{p_{Ed} \cdot l^2}{8} - \frac{1}{6} \cdot \frac{p_{Ed} \cdot l^3}{2 \cdot l + kh} \quad (e2.24)$$

Momento M_{BC} in una sezione generica distante x dall'estremità B

$$M_{BC} = Y_B \cdot x - p_{Ed} \cdot \frac{x^2}{2} - x_1 \quad M_{BC} = \frac{p_{Ed} \cdot l}{2} \cdot x - p_{Ed} \cdot \frac{x^2}{2} - x_1$$

$$M_{BC} = \frac{p_{Ed} \cdot l}{2} \cdot x - p_{Ed} \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{1}{6} \cdot \frac{p_{Ed} \cdot l^3}{2 \cdot l + kh} \quad (e2.25)$$

Fig.2.7.18



e2- Condizioni di carico

Si suppone che sul traverso vi sia un carico permanente ripartito g_k ed uno accidentale q_k

Carico unitario permanente	$g_k = 10 \text{ kN/m}$
Carico unitario accidentale	$q_k = 9 \text{ kN/m}$

La verifica richiesta del portale sia allo stato limite di resistenza STR

Coefficienti parziali per le azioni γ_i

Carichi permanenti	$\gamma_{G1} = 1,3$
Carichi variabili	$\gamma_{Q1} = 1,5$

Con i coefficienti parziali delle azioni si determina il carico unitario di progetto. Qui, per semplicità di trattazione, si suppone che il carico variabile considerato sia l'azione dominante e quindi: il coefficiente di combinazione ψ_{01} sia $\psi_{01} = 1$ e che siano trascurabili altre azioni variabili.

Carico unitario di progetto

$$\begin{aligned}
 p_{Ed} &= \gamma_{G1} \cdot g_k + \gamma_{Q1} \cdot q_k \\
 p_{Ed} &= 1,3 \cdot 10 + 1,5 \cdot 9 \\
 p_{Ed} &= 28 \text{ kN/m} \qquad \qquad \qquad (e2.26)
 \end{aligned}$$

Condizioni di vincolo

Si suppone che il traverso abbia i ritegni torsionali solamente alle due estremità di collegamento ai ritzi, ove si hanno giunzioni di incastro ad essi, con trasmissione dei momenti

Scelta dei profilati

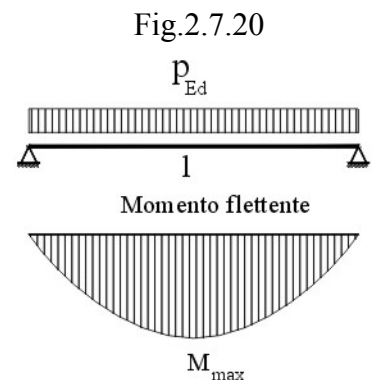
Per la scelta dei profilati del portale si effettua un predimensionamento del traverso e della colonna, considerando le condizioni più sfavorevoli, salvo poi sceglierli definitivamente dopo le verifiche.

Predimensionamento del traverso

Per avere un orientamento sulle dimensioni del traverso, si effettui un calcolo di progetto, considerandolo semplicemente appoggiato alla estremità e sollecitato a semplice flessione retta per effetto del carico unitario lineare p_{Ed} .

$$\begin{aligned}
 p_{Ed} &= 28 \text{ kN/m} \\
 l &= 5 \text{ m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_{max} &= \frac{l}{8} \cdot p_{Ed} \cdot l^2 & M_{max} &= \frac{l}{8} \cdot 28 \cdot 5^3 \\
 M_{max} &= 87,5 \text{ kN} \cdot \text{m} & & (e2.27)
 \end{aligned}$$



Assumiamo M_{max} come momento di progetto

$$M_{Ed} = M_{max} = 8750 \text{ kN} \cdot \text{cm} \quad (e2.28)$$

Si sceglie un profilato HEA che generalmente è di classe 1 o 2

Per ottenere la dimensione della sezione poniamo la condizione limite di garanzia:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} = 1$$

da cui $M_{c,Rd} = M_{Ed}$

$$M_{c,Rd} = \frac{W_{pl,y} \cdot f_{yk}}{\gamma_{yk}}$$

da cui

$$W_{pl,y} = \frac{M_{c,Rd} \cdot \gamma_{M0}}{f_{yk}} \quad \text{per } M_{c,Rd} = M_{Ed}$$

$$W_{pl,y} = \frac{M_{Ed} \cdot \gamma_{M0}}{f_{yk}}$$

Scelto un acciaio S 235 con $f_{yk} = 235 \text{ N} / \text{mm}^2$

$$f_{yk} = 23,5 \text{ kN} / \text{cm}^2$$

$$W_{pl,y} = \frac{8750 \cdot 1,05}{23,5}$$

$$W_{pl,y} = 391,0 \text{ cm}^3$$

Si sceglie un profilato HEA 200 con:

$$W_{pl} = 429,5 \text{ cm}^3$$

$$S_y = \frac{W_{pl,y}}{2} = 215,0 \text{ cm}^3$$

Occorre poi effettuare verifiche di instabilità flessione torsionale con le effettive sollecitazioni

Predimensionamento delle colonne

Le condizioni più sfavorevoli si hanno nel caso che il traverso abbia un momento d'inerzia J_T minore o uguale a quello J_H delle colonne, in quanto in queste, in tali ipotesi, si trasmette all'incastro, momento maggiore dal traverso.

Poniamo

$$J_H = J_T$$

$$\frac{J_T}{J_H} = 1$$

Per avere un orientamento sulle dimensioni del profilato da assegnare alle colonne, eseguiamo un calcolo diretto di progetto a semplice flessione retta, con il momento x_1 , trasmesso, all'incastro nel nodo B, dal traverso, che è il massimo momento sul profilato.

$$M_B = -x_1 = -\frac{1}{6} \cdot \frac{p_{Ed} \cdot l^3}{2 \cdot l + kh} \quad \text{per } k = 1$$

$$M_B = -\frac{1}{6} \cdot \frac{p_{Ed} \cdot l^3}{2 \cdot l + h} = -\frac{1}{6} \cdot \frac{28 \cdot 5^3}{2 \cdot 5 + 3}$$

$$M_B = -44,87 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_B = -4487 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

Si assume come momento di progetto:

$$M_{Ed} = M = 4487 \text{ kN} \cdot \text{cm} \quad (e2.29)$$

Si sceglie un profilato HEA, che, generalmente è di classe 1 o 2

Per il predimensionamento si esegue una progettazione diretta della colonna a semplice flessione retta, nelle condizioni limite. Si pone:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} = 1 \quad M_{c,Rd} = M_{Ed}$$

$$\frac{f_{yk} \cdot W_{pl,y}}{\gamma_{M0}} = M_{Ed} \quad W_{pl,y} = \frac{M_{Ed} \cdot \gamma_{M0}}{f_{yk}}$$

con $f_{yk} = 23,5 \text{ kN} / \text{cm}^2$

$$W_{pl,y} = \frac{4497 \cdot 1,05}{23,5}$$

$$W_{pl,y} = 200,5 \text{ cm}^3$$

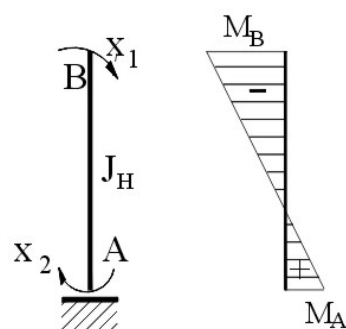
$$S_y = \frac{W_{pl,y}}{2} = 100,1 \text{ cm}^3$$

si sceglie un profilato HEA 140 con:

$$W_{pl,y} = 173,5 \text{ cm}^3$$

$$S_y = \frac{W_{pl,y}}{2} = 86,8 \text{ cm}^3$$

Fig.2.7.21



Determinazione delle reazioni effettive

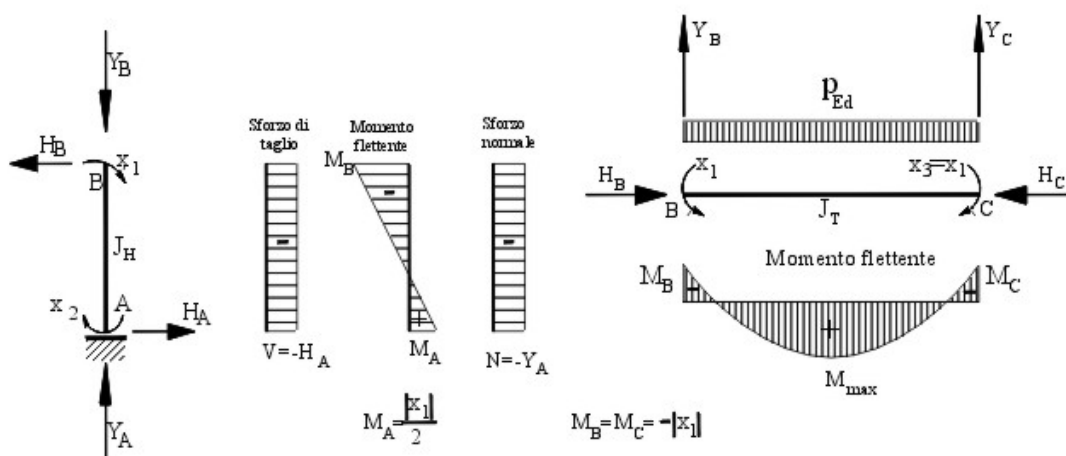
Scelti i profilati HEA 140 per le colonne e HEA 200 per il traverso, si possono determinare le reazioni effettive, tenendo conto del reale rapporto k dei momenti d'inerzia tra il rito e la colonna e del peso del traverso.

Rapporto tra i momenti d'inerzia

$$\begin{aligned} \text{HEA 200} \quad J_T &= 3692 \text{ cm}^4 \\ \text{HEA 140} \quad J_H &= 1033 \text{ cm}^4 \\ k &= \frac{J_T}{J_H} \quad k = \frac{3692}{1033} \end{aligned}$$

$$k = 3,57 \quad (\text{e2.30})$$

Fig.2.7.22



Carico unitario di progetto effettivo $P_{Ed,ef}$ sul traverso

Occorre considerare anche il carico permanente dovuto al peso proprio del traverso.

$$\begin{aligned} \text{Massa unitaria profilato} \quad m_p &= 42,3 \text{ kg/m} \\ \text{Peso proprio unitario} \quad g_p &= 42,3 \cdot 9,81 = 415 \text{ N/m} = 0,415 \text{ kN/m} \\ \text{Peso unitario di progetto traverso} \quad P_{Ed,p} &= g_p \cdot \gamma_{G1} = 0,415 \cdot 1,3 = 0,54 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

Tale peso unitario va sommato al carico unitario di progetto P_{Ed} posto sul portello

Carico unitario di progetto effettivo

$$\begin{aligned} P_{Ed,ef} &= P_{Ed} + P_{Ed,p} & P_{Ed,ef} &= 28,00 + 0,54 \\ P_{Ed,ef} &= 28,54 \text{ kN/m} & & \quad (\text{e2.31}) \end{aligned}$$

Momento di reazione x_1

In valore assoluto

$$|x_1| = \frac{1}{6} \frac{p_{Ed,ef} \cdot l^3}{2 \cdot l + k \cdot h} \qquad |x_1| = \frac{1}{6} \cdot \frac{28,54 \cdot 5^3}{2 \cdot 5 + 3,57 \cdot 3}$$

$$|x_1| = 28,71 \text{ kN} \cdot \text{m} \qquad (e2.32)$$

$$|x_1| = 2871 \text{ kN} \cdot \text{cm} \qquad (e2.33)$$

Sollecitazioni effettive sul traverso

In riferimento alla rappresentazione schematica di Fig.2.7.22, si considerano positivi i momenti che tendono le fibre interne del portale



Momento di progetto in B e in C

$$M_{Ed,B} = M_{Ed,C} = -|x_1| \quad (\text{tese le fibre esterne})$$

$$M_{Ed,B} = M_{Ed,C} = -2871 \text{ kN} \cdot \text{cm} \qquad (e2.34)$$

Momento massimo relativo di progetto in mezzeria:

$$M_{Ed,max} = -|x_1| + \frac{1}{8} p_{Ed,ef} \cdot l^2 \qquad M_{Ed,max} = -28,71 + \frac{1}{8} 28,54 \cdot 5^2$$

$$M_{Ed,max} = 60,50 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{Ed,max} = 6050 \text{ kN} \cdot \text{cm} \qquad (e2.35)$$

Sforzo normale sul traverso $N_{Ed,T}$

$$N_{Ed,T} = -|H_B| = -\frac{1}{4} \cdot \frac{p_{Ed}}{2l+k} \cdot \frac{l^3}{h} \quad \text{con } k = 3,57$$

$$\text{oppure} \quad N_{Ed,T} = -\frac{3}{2} \frac{|x_1|}{h}$$

$$N_{Ed,T} = -\frac{3}{2} \frac{28,71}{3}$$

$$N_{Ed,T} = -14,40 \text{ kN} \qquad (e2.36)$$

Sollecitazioni effettive sulla colonna

Momento di progetto in A

$$M_{Ed,A} = +|x_2| = +\frac{1}{2}|x_1|$$

$$M_{Ed,A} = +\frac{1}{2} 28,71 \quad (\text{fibre tese interne}) \qquad (e2.37)$$

$$M_{Ed,A} = 14,36 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{Ed,A} = 1436 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

Momento in B

$$M_{Ed,B} = -|x_I|$$

$$M_{Ed,B} = -2871 \text{ kN} \cdot \text{cm} \quad (\text{fibre tese esterne}) \quad (\text{e2.38})$$

Sforzo normale sulla colonna $N_{Ed,C}$

Trascurando il peso proprio

$$N_{Ed,C} = -|Y_A| = \frac{p_{Ed,ef} \cdot l}{2} \quad N_{Ed,C} = -\frac{28,54 \cdot 5}{2}$$

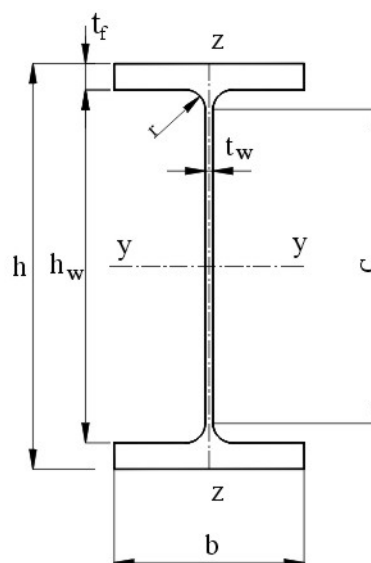
$$N_{Ed,C} = 71,35 \text{ kN} \quad (\text{e2.39})$$

e3- Verifica del traverso – (normativa EC3)

Profilato HEA 200

$h = 190 \text{ mm} = 19 \text{ cm}$	$I_y = 3692 \text{ cm}^4$
$b = 180 \text{ mm} = 18 \text{ cm}$	$I_z = 1336 \text{ cm}^4$
$t_f = 10 \text{ mm} = 1 \text{ cm}$	$W_{pl,y} = 429,5 \text{ cm}^3$
$t_w = 6,5 \text{ mm} = 0,65 \text{ cm}$	$S_y = 215 \text{ cm}^3$
$A = 5380 \text{ mm}^2 = 53,80 \text{ cm}^2$	$W_{el,y} = 388,6 \text{ cm}^3$
$h_w = 170 \text{ mm} = 17 \text{ cm}$	$W_{pl,y} = 429,5 \text{ cm}^3$
$G = 42,3 \text{ kg/m}$	
$r = 18 \text{ mm} = 1,8 \text{ cm}$	

Fig.2.7.23



Come esercizio, di esempio al procedimento di calcolo, si esegue una verifica alla instabilità flessione torsionale del traverso (si trascura la compressione che verrà presa in considerazione nell'esercizio di esempio sul ritto).

Distanza tra i ritegni torsionali:

$$L = 500 \text{ cm}$$

Momento di calcolo (progetto) per la verifica:

per la verifica del traverso si assume il massimo momento di progetto effettivo (e2.35) calcolato su di esso:

$$M_{Ed} = M_{Ed,max}$$

$$M_{Ed} = 6050 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

Per la verifica deve risultare:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1$$

dove $M_{b,Rd}$ è il momento resistente di progetto per l'instabilità

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot \frac{f_{yk} \cdot W_y}{\gamma_{M0}}$$

Il modulo di resistenza W_y in questo caso è quello plastico $W_y = W_{pl,y}$, essendo la sezione del profilato di classe 1. Infatti:

Classe dell'anima

$$\text{Classe 1} \quad \frac{C}{t} \leq 72 \varepsilon$$

$$\text{Classe 2} \quad \frac{C}{t} \leq 83 \varepsilon$$

$$\text{Classe 3} \quad \frac{C}{t} \leq 124 \varepsilon$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_{yk}}} = \sqrt{\frac{235}{235}} = 1$$

sostituendo si ha:

$$\text{Classe 1} \quad \frac{C}{t} \leq 72$$

$$\text{Classe 2} \quad \frac{C}{t} \leq 83$$

$$\text{Classe 3} \quad \frac{C}{t} \leq 124$$

Per il profilato IPE 200 si ha:

$$C = h - 2 \cdot t_f - 2 \cdot r \quad C = 19 - 2 \cdot 1 - 2 \cdot 1,8$$

$$C = 13,4 \text{ cm}$$

$$t = t_w = 0,65 \text{ cm}$$

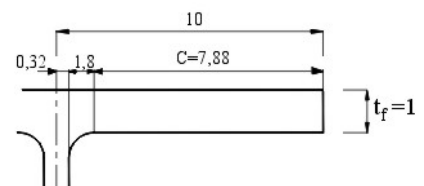
$$\frac{C}{t} = \frac{13,4}{0,65} = 20,6$$

La sezione dell'anima del profilato è di classe 1

Classe dell'ala

$$\text{Classe 1} \quad \frac{C}{t} \leq 9 \varepsilon$$

$$\text{Classe 2} \quad \frac{C}{t} \leq 10 \varepsilon$$



$$\text{Classe 3} \quad \frac{C}{t} \leq 14\varepsilon$$

Per $\varepsilon = 1$ si ha:

$$\text{Classe 1} \quad \frac{C}{t} \leq 9$$

$$\text{Classe 2} \quad \frac{C}{t} \leq 10$$

$$\text{Classe 3} \quad \frac{C}{t} \leq 14$$

Per il profilato IPE 200 si ha:

$$C = \frac{b}{2} - \frac{t_f}{2} - r \quad C = \frac{20}{2} - \frac{0,65}{2} - 1,8$$

$$C = 7,88$$

$$t = t_f = 0,65$$

$$\frac{C}{t} = \frac{7,88}{1} = 7,88$$

La sezione dell'ala del profilato è di classe 1

Si conclude che la sezione del profilato HEA200 è di classe 1

Fattore di riduzione χ_{LT} per l'instabilità flessione – torsionale

$$\chi_{LT} = \frac{1}{f} \cdot \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \beta \cdot \bar{\lambda}_{LT}^2}} \leq \begin{cases} 1 \\ \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2} \cdot \frac{1}{f} \end{cases} \quad (e2.40)$$

Ove $\beta = 1$ per le sezioni di classe 1,2 in cui si utilizza il modulo di resistenza $W_y = W_{pl,y}$.

Per le sezioni di classe 3 $\beta = \frac{W_{pl,y}}{W_{el,y}}$

Snellezza adimensionale $\bar{\lambda}_{LT}$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{f_{yk} \cdot W_{pl,y}}{M_{cr}}} \quad (e2.41)$$

Dove M_{cr} è il momento critico, che è qui determinato, prima secondo la normativa EC3 e, successivamente, secondo la normativa italiana NTC DM 2008 (circolare esplicativa 2009)

Momento critico M_{cr} , secondo normativa EC3, (APPENDICE F)

Con carichi applicati al centro di taglio, come nel caso in esame sul profilato a doppia simmetria HEA 200, il momento critico è espresso dalla relazione:

$$M_{cr} = C_1 \cdot \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{(k \cdot L)^2} \cdot \sqrt{\left(\frac{k}{k_w}\right)^2 \cdot \frac{I_w}{I_z} + \frac{(k \cdot L)^2 \cdot G \cdot I_t}{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}} \quad (e2.42)$$

dove:

$$k = 0,5 \quad k_w = 0,5 \quad \text{nel caso di incastro perfetto}$$

$$k = 0,75 \quad k_w = 0,75 \quad \text{nel caso di estremo incastrato e l'altro libero}$$

$$k = 1 \quad k_w = 1 \quad \text{nel caso che non vi sia incastro}$$

Il coefficiente di lunghezza efficace k è analogo al rapporto $\frac{l_0}{l}$ tra la lunghezza di libera inflessione e la lunghezza "l" di un'asta compressa

Il coefficiente di lunghezza efficace k_w si riferisce all'ingobbamento di un estremo. Se non si è posto un vincolo apposito efficace per contrastare l'ingobbamento si raccomanda di porre $k_w = 1$.

Nel caso in esame si hanno alle estremità del traverso condizioni di semincastro, con rotazione dei nodi. I valori di k , k_w sono compresi tra 0,5 e 1.

A favore della stabilità si considera il caso più oneroso con $k = k_w = 1$

La (e2.30) risulta:

$$M_{cr} = C_1 \cdot \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{L^2} \cdot \sqrt{\frac{I_w}{I_z} + \frac{L^2 \cdot G \cdot I_t}{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}} \quad (e2.43)$$

ove:

I_t è il coefficiente torsionale

$$I_t = \frac{1}{3} \cdot (2b \cdot t_f^3 + h \cdot t_w^3)$$

$$I_t = \frac{1}{3} \cdot (2 \cdot 20 \cdot I^3 + 19 \cdot 0,65^3)$$

$$I_t = 15,1 \text{ cm}^4 \quad (e2.44)$$

I_w è la costante di ingobbamento

$$I_w = I_z \cdot \frac{(h - t_f)^2}{4}$$

rapporto $\frac{I_w}{I_z}$

$$\frac{I_w}{I_z} = \frac{(h - t_f)^2}{4} \quad \frac{I_w}{I_z} = \frac{(19 - 1)^2}{4}$$

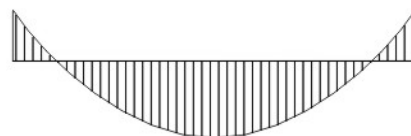
$$\frac{I_w}{I_z} = 81 \quad (e2.45)$$

Coefficiente C_1

Il coefficiente C_1 si ottiene dal prospetto F.1.2 (NORMATIVA EC3 - APPENDICE F), in base al tipo di diagramma del momento flettente.

Con un momento flettente con l'andamento di figura (Fig.2.7.25) che si presenta sul traverso in esame, per $k = 1$, si ha:

Fig.2.7.25



$$C_1 = 1,285 \quad (e2.44)$$

Condizione di carico e di vincolo	Diagramma del momento flettente	Valori di k	Valori dei coefficienti		
			C_1	C_2	C_3
		1,0 0,5	1,132 0,972	0,459 0,304	0,525 0,980
		1,0 0,5	1,285 0,712	1,562 0,652	0,753 1,070

$$E = 21000 \text{ kN/cm}^2$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad \nu = 0,3 \quad G = \frac{21000}{2(1+0,3)} = 8077 \text{ kN/cm}^2$$

si può anche assumere:

$$G = 8100 \text{ kN/cm}^2$$

Sostituendo le (e2.32), (e2.32), (e2.32) nella (e2.319) si ha:

$$M_{cr} = 1,285 \cdot \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 1336}{500^2} \cdot \sqrt{81 + \frac{500^2 \cdot 8077 \cdot 15}{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 1336}}$$

$$M_{cr} = 19638 \text{ kN} \cdot \text{cm} \quad (e2.46)$$

Snellezza adimensionale $\bar{\lambda}_{LT}$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{f_{yk} \cdot W_{pl,y}}{M_{cr}}} \quad \bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{23,5 \cdot 429,5}{19638}}$$



$$\bar{\lambda}_{LT} = 0,72 \quad (e2.47)$$

Parametro f di distribuzione del momento

$$f = 1 - 0,5 \cdot (1 - k_c) \cdot \left[1 - 2,0 \cdot (\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2 \right] \quad (e2.48)$$

dove k_c è il coefficiente correttivo del momento flettente, riportato nella **Tabella 4.2.VIII**

Tabella 4.2.VIII coefficiente correttivo del momento flettente per la verifica a stabilità della travi inflesse.

Distribuzione del momento flettente	Fattore correttore k_c
M_{sx}  M_{dx} $\psi = M_{dx} / M_{sx} = 1$	1,0
	0,90

Per la distribuzione del momento flettente di figura Fig.2.7.25 che si ha sul traverso si ha:

$$k_c = 0,9$$

sostituendo si ha:

$$f = 1 - 0,5 \cdot (1 - 0,9) \cdot \left[1 - 2,0 \cdot (0,72 - 0,8)^2 \right]$$

$$f = 0,95 \quad (e2.49)$$

Coefficiente Φ_{LT}

$$\Phi_{LT} = 0,5 \left[1 + \alpha_{LT} \cdot (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right] \quad (e2.50)$$

Fattore di imperfezione α_{LT}

Il coefficiente α_{LT} di imperfezione dipende dalla curva di instabilità per gli elementi inflessi, ricavata dalla tabella 4.2.VII, in base al rapporto $\frac{h}{b}$

Sezione trasversale	Limiti	Curva di instabilità da tab.4.2.VI
Sezioni laminati ad I	$h/b \leq 2$	b
	$h/b > 2$	c

Per il profilato HEA 200

$$\frac{h}{b} = \frac{190}{200} < 2$$

la curva di instabilità è la “b”

Nelle ultime due righe della tabella 4.2.VI, già utilizzata per il carico di punta, in corrispondenza della curva “b” si ha:

$$\alpha = \alpha_{LT} = 0,34$$

Ultime due righe della tabella 4.2.VI

Curva di instabilità	a_0	a	b	c	d
Fattore di imperfezione α	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

$$\Phi_{LT} = 0,5 \cdot [1 + 0,34 \cdot (0,72 - 0,2) + 0,72^2]$$

$$\Phi_{LT} = 0,85 \quad (e.2.51)$$

Coefficiente di riduzione χ_{LT}

Sostituendo le (e2.47), (e2.49), (e2.51) nella (e2.40), con $\beta = 1$ si ha:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{f} \cdot \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \beta \cdot \bar{\lambda}_{LT}^2}} \leq \begin{cases} 1,0 \\ \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2} \cdot \frac{1}{f} \end{cases}$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{0,95} \cdot \frac{1}{0,84 + \sqrt{0,84^2 - 0,72^2}}$$

$$\chi_{LT} = 0,82 \quad (e.2.52)$$

$$\frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2} \cdot \frac{1}{f} = \frac{1}{0,72^2} \cdot \frac{1}{0,95} = 2,03$$

Il coefficiente di riduzione χ_{LT} determinato è accettabile: rispetta le limitazioni

$$\chi_{LT} = 0,82 \leq \begin{cases} 1,0 \\ \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2} \cdot \frac{1}{f} = 2,03 \end{cases} \quad (e.2.53)$$

Verifica all'instabilità flessione-torsionale del traverso

Parametri di progetto determinati

Momento flettente di progetto

$$M_{Ed} = 6050 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

Modulo di resistenza plastico

$$W_{pl,y} = 429,5 \text{ cm}^3$$

Coefficiente di riduzione χ_{LT}

$$\chi_{LT} = 0,82$$

Tensione caratteristica di snervamento f_{yk}

$$f_{yk} = 23,5 \text{ kN} / \text{cm}^2$$

Coefficiente di sicurezza γ_{M1}

$$\gamma_{M1} = 1,05$$

Per la verifica deve risultare:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1$$

Momento resistente a flessione-torsione $M_{b,Rd}$

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot \frac{f_{yk} \cdot W_{pl,y}}{\gamma_{M1}}$$

$$M_{b,Rd} = 0,82 \cdot \frac{23,5 \cdot 429,5}{1,05}$$

$$M_{b,Rd} = 7882 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

Verifica:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} = \frac{6050}{7882} \leq 1$$

La sezione del traverso è verificata alla sollecitazione di flessione-torsione

e3- Verifica del traverso instabilità flessione-torsionale

(normativa italiana NTC – DM 2008 – circolare 2009)

Profilato HEA 200

$$h = 190 \text{ mm} = 19 \text{ cm}$$

$$b = 180 \text{ mm} = 18 \text{ cm}$$

$$t_f = 10 \text{ mm} = 1 \text{ cm}$$

$$t_w = 65 \text{ mm} = 6,5 \text{ cm}$$

$$A = 5380 \text{ mm}^2 = 53,80 \text{ cm}^2$$

$$h_w = 170 \text{ mm} = 17 \text{ cm}$$

$$G = 42,3 \text{ kg} / \text{m}$$

$$r = 18 \text{ mm} = 1,8 \text{ cm}$$

$$I_y = 3692 \text{ cm}^4$$

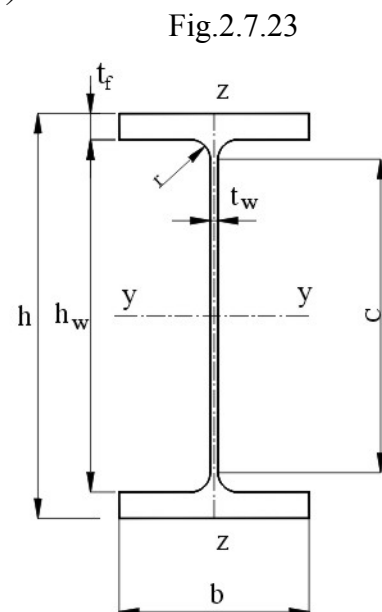
$$I_z = 1336 \text{ cm}^4$$

$$W_{pl,y} = 1307 \text{ cm}^3$$

$$S_y = 215 \text{ cm}^3$$

$$W_{el,y} = 388,6 \text{ cm}^3$$

$$W_{pl,y} = 429,5 \text{ cm}^3$$



Per completezza si ripercorre per intero il procedimento di verifica.

Si rimanda ai calcoli precedentemente eseguiti per quanto riguarda le sollecitazioni di progetto.

Per il traverso il momento di progetto determinato è:

$$M_{Ed} = 6050 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

Si esegue una verifica alla instabilità flessione torsionale.

Per la verifica deve risultare:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1$$

con $M_{Ed} = 6050 \text{ kN} \cdot \text{cm}$ (e2.54)

$M_{b,Rd}$ è il momento resistente di progetto per l'instabilità flessione-torsionale

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot \frac{f_{yk} \cdot W_y}{\gamma_{M0}} \quad (e2.55)$$

Il modulo di resistenza W_y in questo caso è quello plastico $W_y = W_{pl,y}$, essendo la sezione del profilato di classe 1.

Fattore di riduzione χ_{LT} per l'instabilità flessione – torsionale

$$\chi_{LT} = \frac{1}{f} \cdot \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \beta \cdot \bar{\lambda}_{LT}^2}} \quad (e2.56)$$

Ove $\beta = 1$ per le sezioni di classe 1,2 in cui si utilizza il modulo di resistenza $W_y = W_{pl,y}$.

Per le sezioni di classe 3 $\beta = \frac{W_{pl,y}}{W_{el,y}}$

Snellezza adimensionale $\bar{\lambda}_{LT}$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{f_{yk} \cdot W_{pl,y}}{M_{cr}}} \quad (e2.57)$$

Dove M_{cr} è il momento critico che è qui determinato secondo la normativa italiana NTC DM 2008 (circolare esplicativa 2009)

Momento critico M_{cr} , secondo normativa italiana NTC DM 2008
(circolare esplicativa 2009)

Con carichi applicati al centro di taglio, come nel caso in esame sul profilato a doppia simmetria HEA 200, il momento critico è espresso dalla relazione:

$$M_{cr} = \psi \cdot \frac{\pi}{L_{cr}} \sqrt{E \cdot J_z \cdot G \cdot J_T} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{L_{cr}}\right)^2 \cdot \frac{E \cdot J_\omega}{G \cdot J_T}} \quad (e2.58)$$

Il coefficiente ψ tiene conto della distribuzione del momento flettente lungo la trave, ed è dato dalla espressione (C4..2.4.1.3.2 Supplemento . n27):

$$\psi = 1,75 - 1,05 \cdot \frac{M_B}{M_A} + 0,3 \cdot \left(\frac{M_B}{M_A} \right)^2 \quad (e2.59)$$

in cui sono indicati con M_A, M_B i momenti flettenti alle estremità della trave con $|M_B| < |M_A|$

Nel caso in esame è: $M_A \equiv M_{Ed,B}$ e $M_B \equiv M_{Ed,C}$

$$M_{Ed,B} = M_{Ed,C}$$

$$\frac{M_{Ed,B}}{M_{Ed,C}} = 1$$

$$\psi = 1,75 - 1,05 + 0,3$$



$$\psi = 1 \quad (e2.60)$$

Nota

Per la determinazione del coefficiente ψ la normativa italiana NTC fa riferimento ai momenti posti alle estremità della trave, mentre la normativa EC3, per determinare il coefficiente C_1 da cui dipende M_{cr} , prende in considerazione l'andamento del momento lungo la trave.

Costante torsionale J_T

$$J_T = \frac{1}{3} \cdot (2 \cdot b \cdot t_f^3 + h \cdot t_w^3)$$

$$J_T = \frac{1}{3} \cdot (2 \cdot 20 \cdot 1^3 + 19 \cdot 0,65^3)$$

$$J_T = 15,1 \text{ cm}^4 \quad (e2.61)$$

Costante torsionale secondaria J_ω

$$J_\omega = \frac{1}{24} \cdot t_f \cdot b^3 \cdot h_a^2 \quad h_a = h - t_f \quad h_a = 19 - 1 = 18 \text{ cm}$$

$$J_\omega = \frac{1}{24} \cdot 1 \cdot 20^3 \cdot 18^2$$

$$J_\omega = 108 \cdot 10^3 \text{ cm}^6 \quad (e2.62)$$

Momento critico M_{cr}

$$M_{cr} = \psi \cdot \frac{\pi}{L_{cr}} \cdot \sqrt{E \cdot J_z \cdot G \cdot J_T} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{L_{cr}} \right)^2 \cdot \frac{E \cdot J_\omega}{G \cdot J_T}}$$

$$M_{cr} = 1 \cdot \frac{\pi}{500} \sqrt{21000 \cdot 1336 \cdot 8077 \cdot 15,1} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{500}\right)^2 \cdot \frac{21000 \cdot 108 \cdot 10^3}{8077 \cdot 15,1}}$$

$$M_{cr} = 15306 \text{ kN} \cdot \text{cm} \quad (\text{e2.63})$$

Si noti che il risultato di M_{cr} è più sfavorevole rispetto a quello ottenuto con la normativa EC3.

Snellezza adimensionale $\bar{\lambda}_{LT}$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{f_{yk} \cdot W_{pl,y}}{M_{cr}}}$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{23,5 \cdot 429,5}{15306}}$$

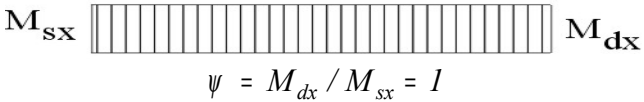
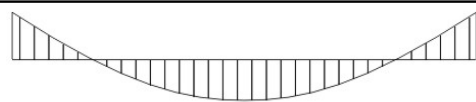
$$\bar{\lambda}_{LT} = 0,81 \quad (\text{e2.64})$$

Parametro f di distribuzione del momento

$$f = 1 - 0,5 \cdot (1 - k_c) \cdot \left[1 - 2,0 \cdot (\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2 \right]$$

dove k_c è il coefficiente correttivo del momento flettente, riportato nella **Tabella 4.2.VIII**

Tabella 4.2.VIII coefficiente correttivo del momento flettente per la verifica a stabilità della travi inflesse.

Distribuzione del momento flettente	Fattore correttore k_c
 <p style="text-align: center;">$\psi = M_{dx} / M_{sx} = 1$</p>	1,0
	0,90

Per la distribuzione del momento flettente di figura Fig.2.7.25 che si ha sul traverso si ottiene:

$$k_c = 0,9 \quad (\text{e2.65})$$

sostituendo si ha:

$$f = 1 - 0,5 \cdot (1 - 0,9) \cdot \left[1 - 2,0 \cdot (0,81 - 0,8)^2 \right]$$

$$f = 0,9 \quad (\text{e2.66})$$

Coefficiente Φ_{LT}

$$\Phi_{LT} = 0,5 \left[1 + \alpha_{LT} \cdot (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right] \quad (e2,67)$$

Fattore di imperfezione α_{LT}

Il coefficiente α_{LT} di imperfezione dipende dalla curva di instabilità per gli elementi inflessi, ricavata dalla tabella 4.2.VII, in base al rapporto $\frac{h}{b}$

Sezione trasversale	Limiti	Curva di instabilità da tab.4.2.VI
Sezioni laminati ad I	$h/b \leq 2$	b
	$h/b > 2$	c

Per il profilato HEA 200

$$\frac{h}{b} = \frac{190}{200} < 2$$

la curva di instabilità è la "b"

Nelle ultime due righe della tabella 4.2.VI, già utilizzata per il carico di punta, in corrispondenza della curva "b" si ha:

$$\alpha = \alpha_{LT} = 0,34 \quad (e2.68)$$

Ultime due righe della tabella 4.2.VI

Curva di instabilità	α_0	a	b	c	d
Fattore di imperfezione α	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

$$\Phi_{LT} = 0,5 \cdot \left[1 + 0,34 \cdot (0,81 - 0,2) + 0,81^2 \right]$$

$$\Phi_{LT} = 0,92 \quad (e.2.69)$$

Coefficiente di riduzione χ_{LT}

Sostituendo le (e2.36), (e2.39), (e2.41) nella (e2,28), con $\beta = 1$ si ha:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{f} \cdot \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}}$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{0,95} \cdot \frac{1}{0,92 + \sqrt{0,84^2 - 0,81^2}}$$

$$\chi_{LT} = 0,77 \quad (e2.70)$$

$$\frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2} \cdot \frac{1}{f} = \frac{1}{0,81^2} \cdot \frac{1}{95} = 1,6 \quad (e2.71)$$

Il coefficiente di riduzione χ_{LT} determinato è accettabile: rispetta le limitazioni

$$\chi_{LT} = 0,82 \leq \begin{cases} 1,0 \\ \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2} \cdot \frac{1}{f} = 1,6 \end{cases} \quad (e2.72)$$

Verifica all'instabilità flessione-torsionale del traverso

Parametri di progetto determinati

Momento flettente di progetto	$M_{Ed} = 6050 \text{ kN} \cdot \text{cm}$
Modulo di resistenza plastico	$W_{pl,y} = 429,5 \text{ cm}^3$
Coefficiente di riduzione χ_{LT}	$\chi_{LT} = 0,77$
Tensione caratteristica di snervamento f_{yk}	$f_{yk} = 23,5 \text{ kN} / \text{cm}^2$
Coefficiente di sicurezza γ_{M1}	$\gamma_{M1} = 1,05$

Per la verifica deve risultare:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1$$

Momento resistente a flessione-torsione $M_{b,Rd}$

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot \frac{f_{yk} \cdot W_{pl,y}}{\gamma_{M1}}$$

$$M_{b,Rd} = 0,77 \cdot \frac{23,5 \cdot 429,5}{1,05}$$

$$M_{b,Rd} = 7402 \text{ kN} \cdot \text{cm} \quad (e2.73)$$

Verifica:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} = \frac{6050}{7402} \leq 1$$

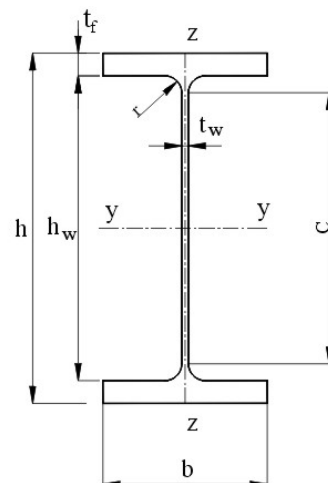
La sezione del traverso è verificata alla sollecitazione di flessione-torsione (non è stata presa in considerazione la sollecitazione di compressione: ciò per descrivere, con un esempio, un procedimento di verifica a flessione torsione)

e4- Verifica del ritto a flessione compressione assiale – instabilità piana (normativa EC3)

Profilato HEA 140

$$h = 133 \text{ mm} = 13,3 \text{ cm}$$

$$I_y = 1033 \text{ cm}^4$$



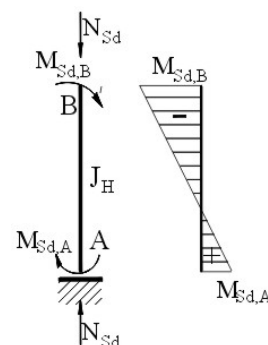
$$\begin{aligned}
 b &= 140 \text{ mm} = 14 \text{ cm} & I_z &= 389,3 \text{ cm}^4 \\
 t_f &= 8,5 \text{ mm} = 0,85 \text{ cm} & W_{pl,y} &= 173,5 \text{ cm}^3 \\
 t_w &= 5,5 \text{ mm} = 0,55 \text{ cm} & S_y &= 86,7 \text{ cm}^3 \\
 A &= 3142 \text{ mm}^2 = 31,42 \text{ cm}^2 & W_{el,y} &= 155,4 \text{ cm}^3 \\
 h_w &= 116 \text{ mm} = 11,6 \text{ cm} & i_y &= 5,73 \text{ cm} \\
 G &= 24,7 \text{ kg/m} & i_z &= 3,52 \text{ cm} \\
 r &= 12 \text{ mm} = 1,2 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

Sollecitazioni di progetto sul ritto

$$\begin{aligned}
 \text{Sforzo normale di progetto} & N_{Sd} = 71,34 \text{ kN} \\
 \text{Momento alla base A} & M_{Sd,A} = 1435,5 \text{ kN} \cdot \text{cm} \\
 \text{Momento all'estremità B} & M_{Sd,B} = -2871 \text{ kN} \cdot \text{cm}
 \end{aligned}$$

(Si rammenta che nella normativa EC3 il pedice indicante la grandezza di progetto è "Sd" invece che "Ed" usato nella normativa NTC. La tensione caratteristica di snervamento è indicata con f_y invece di f_{yk})

Fig.2.7.27



Classe della sezione del profilato HEA 140

Si può verificare facilmente che è di classe 1 (stesso procedimento per HEA 200)

Per le verifiche si può utilizzare il modulo di resistenza plastico $W_{pl,y}$.

Verifica a presso-flessione assiale

Si suppone che nel piano ortogonale a quello del telaio le estremità delle colonne siano vincolate con cerniere, per cui risulta:

$$M_z = 0$$

Per la verifica deve risultare (punto 5.5.4):

$$\frac{N_{Sd}}{\chi_{min} \frac{f_y \cdot A}{\gamma_{M1}}} + \frac{k_y \cdot M_{Sd}}{\frac{f_y \cdot W_{pl,y}}{\gamma_{M1}}} \leq 1 \quad (e2.74)$$

Parametri per il contributo della compressione alla sollecitazione

Coefficiente di riduzione χ_{min}

È calcolato rispetto all'asse più debole z

$$\chi_{min,z} = \frac{1}{\Phi_z + \sqrt{\Phi_z^2 - \lambda_z^2}} \quad (e2.75)$$

Snellezza rispetto all'asse debole z

$$\lambda_z = \beta \cdot \frac{h}{i_z}$$

Avendo supposto che la colonna sia incernierata nel piano ortogonale a quella del telaio si pone:

$$\beta = 1$$

$$\lambda_z = \frac{h}{i_z} \quad \lambda_z = \frac{300}{3,52}$$

$$\lambda_z = 8,5 \quad (e2.76)$$

Snellezza adimensionale $\bar{\lambda}_z$

$$\bar{\lambda}_z = \frac{\lambda_z}{\lambda_p} \quad \lambda_p = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad \lambda_p = \pi \cdot \sqrt{\frac{21000}{23,5}} = 94$$

$$\bar{\lambda}_z = \frac{8,5}{94}$$

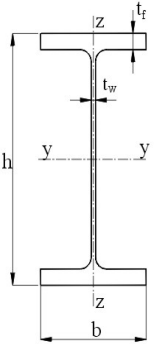
$$\bar{\lambda}_z = 0,9 \quad (e2.77)$$

Coefficiente Φ_z

$$\Phi_z = 0,5 \cdot \left[1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda}_z - 0,2) + \bar{\lambda}_z^2 \right] \quad (e2.78)$$

Il coefficiente di imperfezione α si ottiene in base alla curva di instabilità dipendente rapporto h/b e dallo spessore dell'ala t_f (**Tabella 4.2.VI**)

Tabella 4.2.VI Curva di instabilità per varie tipologie di sezioni e classi d'acciaio per elementi compressi

Sezione trasversale	Limiti		Curva di instabilità		
			S235 S275 S355 S420	S460	
	$h/b > 1,2$	$t_f \leq 40$	y-y	a	
			z-z	b	a_0
	$h/b \leq 1,2$	$40 \text{ mm} < t_f \leq 100 \text{ mm}$	y-y	b	a
			z-z	c	a
$h/b \leq 1,2$	$t_f \leq 100 \text{ mm}$	y-y	b	a	
		z-z	c	a	
$h/b \leq 1,2$	$t_f > 100 \text{ mm}$	y-y	d	c	
		z-z	d	c	

Sezioni laminate

--	--	--	--	--	--	--

Ultime due righe della tabella 4.2.VI

Curva di instabilità	a_0	a	b	c	d
Fattore di imperfezione α	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

Nel caso in esame

$$\frac{h}{b} = \frac{13,3}{14} < 1,2 \quad t_f = 8,5 \text{ mm} < 100 \text{ mm} \quad \text{asse debole } z-z$$

Curva di instabilità: curva "c"

Dalle ultime due righe della tabella 4.2.VI in corrispondenza della curva "c" si ha:

$$\alpha = 0,49 \quad (e2.79)$$

$$\Phi_z = 0,5 \cdot [1 + 0,49 \cdot (0,9 - 0,2) + 0,9^2]$$

$$\Phi_z = 1,1 \quad (e2.80)$$

$$\chi_{min,z} = \frac{1}{\Phi_z + \sqrt{\Phi_z^2 - \bar{\lambda}_z^2}}$$

$$\chi_{min,z} = \frac{1}{1,1 + \sqrt{1,1^2 - 0,9^2}}$$

$$\chi_{min,z} = 0,57 \quad (e2.81)$$

Parametri per il contributo della flessione alla sollecitazione

$$k_y = 1 - \frac{\mu_y \cdot N_{Sd}}{\chi_y \cdot A \cdot f_y} \leq 1,5 \quad (e2.82)$$

N_{Sd} Sforzo di compressione di calcolo;

χ_y coefficiente di riduzione riferito all'asse y;

A sezione lorda del profilato;

μ_y coefficiente dipendente dalla snellezza adimensionale $\bar{\lambda}_y$ e dalla differenza tra il modulo di resistenza plastico $W_{pl,y}$ e quello elastico $W_{el,y}$

$$\mu_y = \bar{\lambda}_y \cdot (2 \cdot \beta_{My} - 4) + \frac{W_{pl,y} - W_{el,y}}{W_{el,y}} \leq 0,9 \quad (e2.83)$$

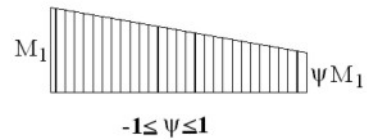
$\bar{\lambda}_y$ è la snellezza adimensionale riferita all'asse y : $\bar{\lambda}_y = \frac{\lambda_y}{\lambda_{lp}}$ con $\lambda_p = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}}$

β_{My} è il coefficiente di momento equivalente uniforme, rilevato nella Tab.5.5.3 in base al diagramma del momento

Per un diagramma lineare, del tipo di figura ove si intende che:

$$M_2 = \psi \cdot M_1 \quad \psi = \frac{M_2}{M_1}$$

e sia $|M_1| \geq |\psi \cdot M_1| = M_2$; $|M_1| \geq |M_2|$



Tab.5.5.3 Coefficiente di momento equivalente uniforme

Diagramma del momento	Coefficiente di momento equivalente uniforme β_M
<p>Momento all'estremità</p>	$\beta_{M,\psi} = 1,8 - 0,7\psi$

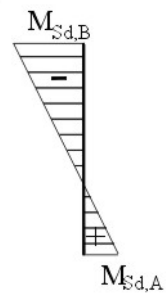
Coefficiente di momento equivalente β_{My}

$$\beta_{My} = 1,8 - 0,7 \cdot \psi$$

Nel caso in esame risulta:

$$\psi = \frac{M_{Sd,A}}{M_{S,B}} \quad \psi = \frac{1435,5}{-2871}$$

$$\psi = -\frac{1}{2} \quad (e2.84)$$



$$\beta_{M\psi} = \beta_{My} = 1,8 - 0,7 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$\beta_{My} = 2,15 \quad (e2.85)$$

Snellezza adimensionale $\bar{\lambda}_y$:

$$\bar{\lambda}_y = \frac{\lambda_y}{\lambda_p} \quad (e2.86)$$

$$\text{con} \quad \lambda_p = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} = \pi \cdot \sqrt{\frac{21000}{23,5}} = 94$$

Dove λ_y è la snellezza che si riferisce allo sbandamento laterale attorno all'asse y, nel piano del portale.

$$\lambda_y = \beta \cdot \frac{h}{i_y} \quad (\text{e2.87})$$

Coefficiente β

Il coefficiente β che determina la lunghezza di libera inflessione della colonna, $\beta \cdot h$, dipende dalla rigidezza della colonna e delle travi che si ramificano ai nodi di estremità di essa.

Il portale è simmetrico sia geometricamente sia rispetto ai carichi, non subisce spostamenti laterali. Si può considerare a nodi fissi.

La lunghezza di libera inflessione della colonna è:

$$h_0 = \beta \cdot h \quad (\text{e2.88})$$

ove il coefficiente β dipende dai tipi di vincolo che si hanno agli estremi della colonna con la restante struttura. Nel caso di cerniere agli estremi si ha $\beta = 1$.

In un telaio, le caratteristiche dei vincoli agli estremi di un ritto dipendono dalle rigidzze delle travi che convergono in essi.

Nella normativa EC3, Appendice E, il fattore β di libera inflessione di un ritto si può ottenere attraverso dei coefficienti di distribuzione η_1, η_2 , dipendenti dal fattore di rigidezza del ritto e delle travi che convergono alle estremità 1,2 del ritto stesso.

Nell'appendice della normativa EC3 sono proposti modelli teorici per la determinazione dei coefficienti η_1, η_2 e del coefficiente β , che si vuole approfondire qui di seguito.

-----o-----

Note per la determinazione del coefficiente β

Il coefficiente β è determinato in funzione dei due coefficienti di distribuzione η_1, η_2 , che si riferiscono, rispettivamente, alle rigidzze delle travi che convergono **sull'estremità 1 superiore e sull'estremità 2 inferiore** della colonna da progettare o verificare.

La normativa EC3 prospetta due modelli teorici (fig.2.3 e fig.2.4) di conversione di travi alle estremità della colonna in progettazione.

Modello teorico di fig.2.3

Si considerano due modi di comportamento: a nodi fissi e a nodi spostabili.

Il coefficiente di distribuzione del nodo η_1 o η_2 di estremità della colonna è dato, in funzione dei coefficienti di rigidezza delle travi che convergono a detto nodo, rispettivamente, dalle seguenti espressioni:

$$\eta_1 = \frac{k_c}{k_c + k_{11} + k_{12}} \quad (\text{e2.89})$$

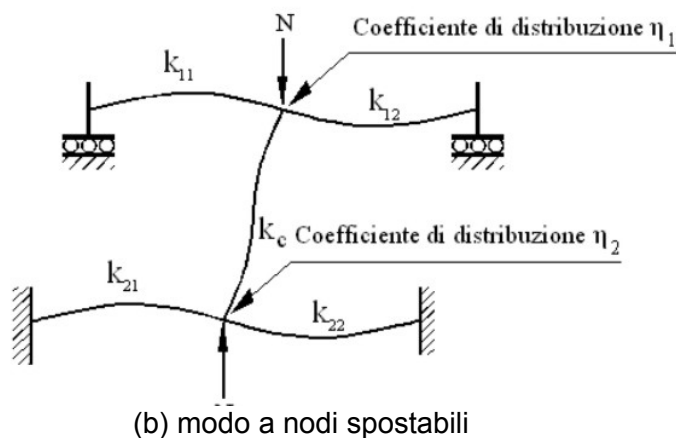
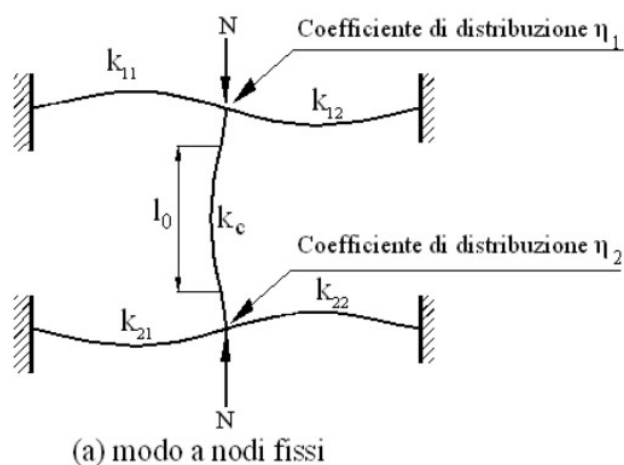
$$\eta_2 = \frac{k_c}{k_c + k_{21} + k_{22}} \quad (\text{e2.90})$$

dove

k_c coefficiente di rigidezza della colonna: $k_c = \frac{I}{L}$

k_{ij} coefficiente di rigidezza della trave adiacenti al nodo: k_{11} coefficiente di rigidezza alla sinistra del nodo 1, k_{12} coefficiente di rigidezza alla destra del nodo 1, ...

modello fig.2.3



Modello teorico di fig.2.4

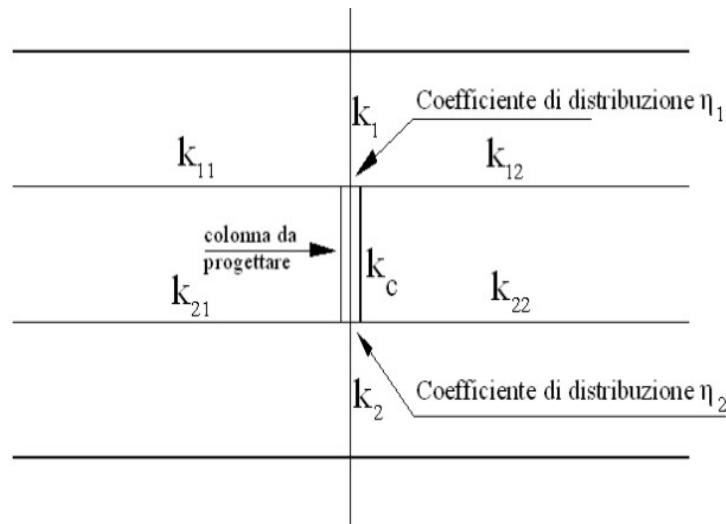
Possono essere adottati modelli teorici per la progettazione di colonne continue di telai, con l'ipotesi che: ciascun interpiano della colonna continua sia caricato con il medesimo rapporto tra sforzo normale N e il carico critico $N_E = N_{cr}$, $\left(\frac{N}{N_E}\right)$. Nel caso generale che il rapporto sia variabile si fa riferimento alla condizione più critica di snellezza $\frac{I_0}{L}$

Con queste ipotesi si può adottare il modello teorico di fig.2.4 per il quale i coefficienti di distribuzione η_1, η_2 , rispettivamente, sui nodi 1,2 di estremità di una colonna di interpiano sono espresse dalle equazioni:

$$\eta_1 = \frac{k_c + k_1}{k_c + k_1 + k_{11} + k_{12}} \quad (\text{e2.91})$$

$$\eta_2 = \frac{k_c + k_2}{k_c + k_2 + k_{21} + k_{22}} \quad (\text{e2.92})$$

modello fig.2.4



dove

k_c coefficiente di rigidezza della colonna da progettare: $k_c = \frac{I}{L}$

k_1 coefficiente di rigidezza del tratto di colonna continua al di sopra del nodi 1;

k_{11}, k_{12} coefficienti di rigidezza delle travi adiacenti al nodo 1, e rispettivamente: k_{11} a sinistra del nodo, k_{12} alla destra, dipendenti dalla condizione di vincolo che esse hanno nell'altra estremità non collegata al nodo 1 ;



k_2 coefficiente di rigidezza del tratto di colonna continua al disotto del nodi 2;

k_{21}, k_{22} coefficienti di rigidezza delle travi adiacenti al nodo 2, e rispettivamente: k_{21} a sinistra del nodo, k_{22} alla destra, dipendenti dalla condizione di vincolo che esse hanno nell'altra estremità non collegata al nodo 2.

Determinazione dei coefficienti di rigidezza delle travi convergenti ad un nodo della colonna da progettare

Il coefficiente di rigidezza k_{ij} dipende dalla condizione di vincolo che la trave, collegata al nodo della colonna, ha nel suo estremo lontano da quello di collegamento alla colonna stessa.

Dal "Prospetto E.1" - Coefficiente di rigidezza efficace per una trave

Condizione di vincolo rotazione all'estremo lontano della trave	Coefficiente di rigidezza k della trave (a condizione che la trave resti elastica)
Incastro all'estremo lontano	$1,0 \frac{I}{L}$
Incernierato all'estremo lontano	$0,75 \frac{I}{L}$
Rotazione uguale all'estremo vicino (doppia curvatura)	$1,5 \frac{I}{L}$ 
Rotazione uguale ed opposta a quella dell'estremo vicino (curvatura singola)	$0,5 \frac{I}{L}$ 
Caso generale: rotazione θ_a estremo vicino e θ_b all'estremo lontano	$\left(1 + 0,5 \frac{\theta_b}{\theta_a} \right)$



Se la trave non è soggetta a forze assiali il coefficiente di rigidezza si può determinare facendo riferimento al Prospetto E.1 (Appendice E – normativa EC3)

Qualora le travi, che convergono su un nodo delle colonne da progettare, sono soggette a sforzi assiali occorre tener conto dell'effetto di questi sulle rigidezze.

Non si considerano gli effetti favorevoli degli sforzi di trazione assiali, tendenti ad aumentare i coefficienti di rigidezza.

Gli sforzi di compressione assiale N , invece, hanno un effetto sfavorevole alla stabilità, di cui si può tener conto con una diminuzione dei coefficienti di rigidezza, dipendente dal rapporto tra lo sforzo normale N e il carico critico Euleriano N_{cr} , $\left(\frac{N}{N_{cr}} \right)$, come riportato nel Prospetto E3 (Appendice E – normativa EC3)

Dal "Prospetto E.3" – Formule per i coefficienti di rigidità ridotta di una trave per compressione assiale

Condizione di vincolo rotazione all'estremo lontano della trave	Coefficiente di rigidezza k della trave (a condizione che la trave resti elastica)
Incastrata	$1,0 \cdot \left(1 - 0,4 \frac{N}{N_E} \right) \frac{I}{L}$
Incernierata	$0,75 \cdot \left(1 - 1,0 \frac{N}{N_E} \right) \frac{I}{L}$
Rotazione uguale all'estremo vicino (doppia curvatura)	$1,5 \frac{I}{L} \cdot \left(1 - 0,2 \frac{N}{N_E} \right)$ 
Rotazione uguale ed opposta a quella dell'estremo vicino (curvatura singola)	$0,5 \frac{I}{L} \cdot \left(1 - 1,0 \frac{N}{N_E} \right)$ 
In questo prospetto $N_E = \frac{\pi^2 \cdot EI}{L^2}$	

Equazioni empiriche del coefficiente di libera inflessione β

Nella normativa EC3 – Appendice E, sono proposte formule empiriche per la determinazione del coefficiente di libera inflessione β funzione dei coefficienti di distribuzione η_1, η_2

Coefficiente β con modo a nodi fissi (fig.2.3 a)

$$\beta = 0,5 + 0,14 \cdot (\eta_1 + \eta_2) + 0,055(\eta_1 + \eta_2)^2 \quad (\text{e2.93})$$

In alternativa

$$\beta = \sqrt{\frac{1 + 0,145 \cdot (\eta_1 + \eta_2) - 0,265 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2}{2 - 0,364 \cdot (\eta_1 + \eta_2) - 0,247 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2}} \quad (\text{e2.94})$$

Coefficiente β con modo a nodi spostabili (fig.2.3 b)

$$\beta = \sqrt{\frac{1 - 0,2 \cdot (\eta_1 + \eta_2) - 0,12 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2}{2 - 0,8 \cdot (\eta_1 + \eta_2) - 0,6 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2}} \quad (\text{e2.95})$$

Dal modello teorico fig.2.4 prendiamo in esame, casi particolari, fino alla singola colonna con vincoli agli estremi di cui sono molto noti i risultati teorici.

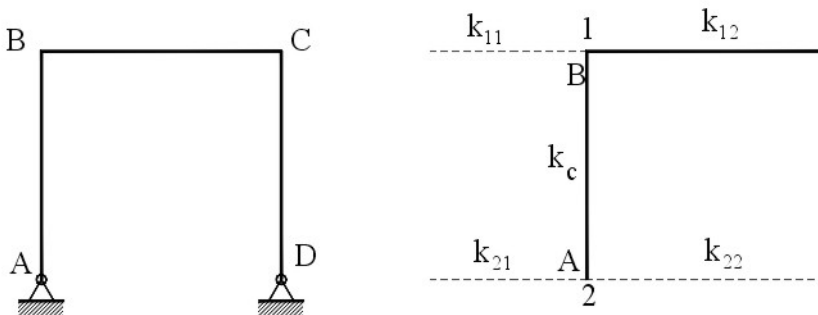
Generalmente si ha:

$$\eta_1 = \frac{k_c + k_1}{k_c + k_1 + k_{11} + k_{12}}$$

$$\eta_2 = \frac{k_c + k_2}{k_c + k_2 + k_{21} + k_{22}}$$

$$\beta = 0,5 + 0,14 \cdot (\eta_1 + \eta_2) + 0,055(\eta_1 + \eta_2)^2$$

Singolo portale incernierato alla base



Consideriamo la colonna AB di cui si debba determinare il coefficiente β di libera inflessione.

Coefficienti di rigidità di travi convergenti il nodo 1

$$k_1 = 0 \quad (\text{al disopra nodo 1})$$

$$k_{11} = 0$$

$$k_{12} \neq 0$$

Coefficienti di rigidità della colonna

$$k_c \neq 0$$

Coefficienti di rigidità di travi adiacenti il nodo 2

$$k_{21} = 0$$

$$k_{22} = 0$$

$$k_2 = 0 \quad (\text{al disotto nodo 2})$$

Coefficienti di distribuzione

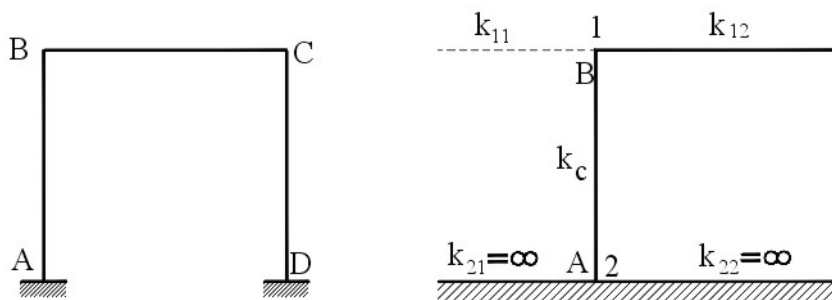
$$\eta_1 = \frac{k_c + 0}{k_c + 0 + 0 + k_{12}} \qquad \eta_1 = \frac{k_c}{k_c + k_{12}}$$

$$\eta_2 = \frac{k_c + 0}{k_c + 0 + 0 + 0} \qquad \eta_2 = 1$$

Coefficienti di distribuzione di libera inflessione β

$$\beta = 0,5 + 0,14 \cdot (\eta_1 + 1) + 0,055(\eta_1 + 1)^2$$

Singolo portale incastrato alla base



Consideriamo la colonna AB di cui si debba determinare il coefficiente β di libera inflessione.

Coefficienti di rigidità di travi convergenti il nodo 1

$$k_1 = 0 \quad (\text{al disopra nodo1})$$

$$k_{11} = 0$$

$$k_{12} \neq 0$$

Coefficienti di rigidità della colonna

$$k_c \neq 0$$

Coefficienti di rigidità di travi adiacenti il nodo 2

$$k_{21} = \infty$$

$$k_{22} = \infty$$

$$k_2 = \infty \quad (\text{al disotto nodo 2})$$

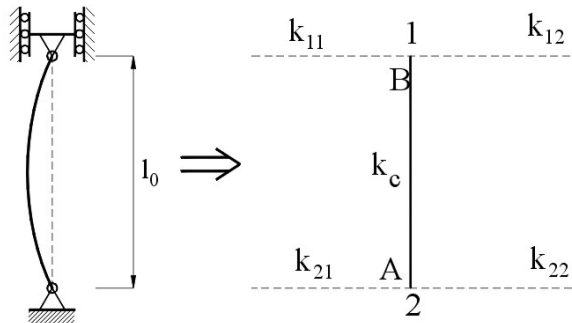
Coefficienti di distribuzione

$$\eta_1 = \frac{k_c + 0}{k_c + 0 + 0 + k_{12}} \quad \eta_1 = \frac{k_c}{k_c + k_{12}}$$

$$\eta_2 = \frac{k_c + 0}{k_c + \infty + \infty + \infty} \quad \eta_2 = 0$$

$$\beta = 0,5 + 0,14 \cdot (\eta_1 + 0) + 0,055(\eta_1 + 0)^2$$

$$\beta = 0,5 + 0,14 \cdot \eta_1 + 0,055 \cdot \eta_1^2$$

Singola colonna incernierata alle estremità**Coefficienti di rigidità di travi convergenti il nodo 1**

$$k_1 = 0 \quad (\text{al disopra nodo 1})$$

$$k_{11} = 0$$

$$k_{12} = 0$$

Coefficienti di rigidità della colonna

$$k_c \neq 0$$

Coefficienti di rigidità di travi adiacenti il nodo 2

$$k_{21} = 0$$

$$k_{22} = 0$$

$$k_2 = 0 \quad (\text{al disotto nodo 2})$$

Coefficienti di distribuzione

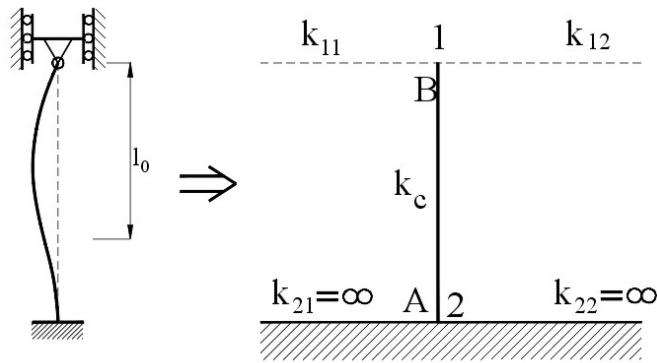
$$\eta_1 = \frac{k_c + 0}{k_c + 0 + 0 + 0} \quad \eta_1 = 1$$

$$\eta_2 = \frac{k_c + 0}{k_c + 0 + 0 + 0} \quad \eta_2 = 1$$

$$\beta = 0,5 + 0,14 \cdot (1 + 1) + 0,055(1 + 1)^2$$

$$\beta = 1$$

Singola colonna incernierata ad una estremità incastrata nell'altra



Coefficienti di rigidità di travi convergenti il nodo 1

$$k_1 = 0 \quad (\text{al disopra nodo 1})$$

$$k_{11} = 0$$

$$k_{12} = 0$$

Coefficienti di rigidità della colonna

$$k_c \neq 0$$

Coefficienti di rigidità di travi adiacenti il nodo 2

$$k_{21} = \infty$$

$$k_{22} = \infty$$

$$k_2 = 0 \quad (\text{al disotto nodo 2})$$

Coefficienti di distribuzione

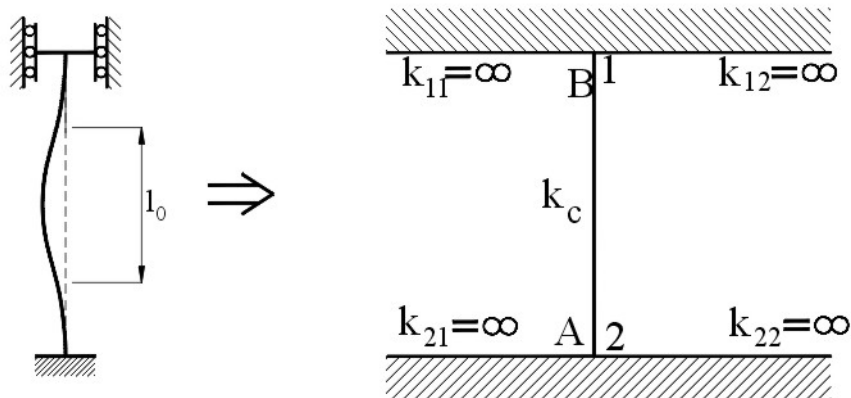
$$\eta_1 = \frac{k_c + 0}{k_c + 0 + 0 + 0} \quad \eta_1 = 1$$

$$\eta_2 = \frac{k_c + 0}{k_c + 0 + \infty + \infty} \quad \eta_2 = 0$$

$$\beta = 0,5 + 0,14 \cdot (1 + 0) + 0,055(1 + 0)^2$$

$$\beta = 6,95 \cong 7 \quad (\text{teorico})$$

Singola colonna incastrata agli estremi



Coefficienti di rigidità di travi convergenti il nodo 1

$$k_1 = 0 \quad (\text{al disopra nodo 1})$$

$$k_{11} = \infty$$

$$k_{12} = \infty$$

Coefficienti di rigidità della colonna

$$k_c \neq 0$$

Coefficienti di rigidità di travi adiacenti il nodo 2

$$k_{21} = \infty$$

$$k_{22} = \infty$$

$$k_2 = 0 \quad (\text{al disotto nodo 2})$$

Coefficienti di distribuzione

$$\eta_1 = \frac{k_c + 0}{k_c + 0 + \infty + \infty} \quad \eta_1 = 0$$

$$\eta_2 = \frac{k_c + 0}{k_c + 0 + \infty + \infty} \quad \eta_2 = 0$$

$$\beta = 0,5 + 0,14 \cdot (0 + 0) + 0,055(0 + 0)^2$$

$$\beta = 0,5 \quad (\text{teorico})$$

FINE NOTE TEORICE

-----o-----

Riprendiamo l'esempio della progettazione del portale dove l'abbiamo interrotto.
Si doveva determinare il coefficiente di libera inflessione β di una colonna del portale in progetto.

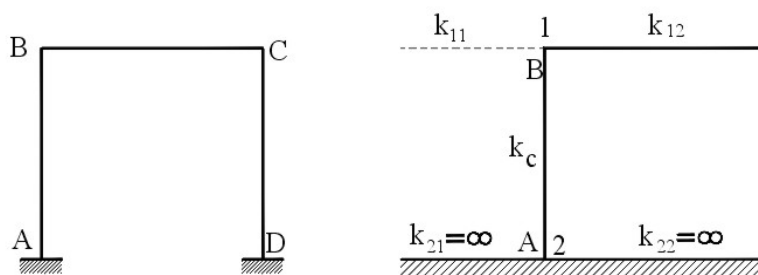
Si fa riferimento al modello teorico di fig.2.4 (Appendice E normativa EC3)

$$\eta_1 = \frac{k_c + k_1}{k_c + k_1 + k_{11} + k_{12}}$$

$$\eta_2 = \frac{k_c + k_2}{k_c + k_2 + k_{21} + k_{22}}$$

$$\beta = 0,5 + 0,14 \cdot (\eta_1 + \eta_2) + 0,055(\eta_1 + \eta_2)^2$$

Lo schema teorico del portale incastrato alla base è



Coefficienti di rigidità

Coefficiente di rigidità della colonna nel piano del portale

$$k_c = \frac{I_y}{h} \quad k_c = \frac{1033}{300}$$

$$k_c = 3,44 \text{ cm}^3 \quad (e2.96)$$

Coefficiente di rigidità k_{ij} delle travi convergenti sul nodo 1

Trave al disopra del nodo 1

Non esistente $k_I = 0$ (e.2.97)

Trave a sinistra del nodo 1

Non esistente $k_{11} = 0$ (e.2.98)

Trave a destra del nodo 1

Il coefficiente di rigidezza efficace si ricava dal "Prospetto E.3 norme EC3"

La trave in oggetto, alle estremità, è sottoposta a due rotazioni uguali ed opposte (singola curvatura). Inoltre è anche soggetta ad uno sforzo normale di progetto:





$$N_{Ed,T} = -|H_B| = -\frac{1}{4} \cdot \frac{p_{Ed}}{2l+k} \cdot \frac{l^3}{h}$$

con $p_{Ed,ef} = 28,54 \text{ kN/m}$
 $k = 3,57$

$$N_{Ed,T} = -14,40 \text{ kN} \quad (e2.99)$$

Dal "Prospetto E.3" – Formule per i coefficienti di rigidità ridotta di una trave per compressione assiale

Condizione di vincolo rotazione all'estremo lontano della trave	Coefficiente di rigidezza k della trave (a condizione che la trave resti elastica)
Incastrata	$1,0 \cdot \left(1 - 0,4 \frac{N}{N_E} \right) \frac{I}{L}$
Incernierata	$0,75 \cdot \left(1 - 1,0 \frac{N}{N_E} \right) \frac{I}{L}$
Rotazione uguale all'estremo vicino (doppia curvatura)	$1,5 \frac{I}{L} \cdot \left(1 - 0,2 \frac{N}{N_E} \right)$ 
Rotazione uguale ed opposta a quella dell'estremo vicino (curvatura singola)	$0,5 \frac{I}{L} \cdot \left(1 - 1,0 \frac{N}{N_E} \right)$ 
In questo prospetto $N_E = \frac{\pi^2 \cdot EI}{L^2}$	

Dal prospetto E.3 si ricava il coefficiente di rigidezza della trave BC a destra del nodo 1 :

$$k_{12} = 0,5 \frac{I_y}{L} \cdot \left(1 - 1,0 \frac{N_{Ed,T}}{N_E} \right)$$

con:

$$L = 500 \text{ cm}$$

$$N_E = \frac{\pi^2 \cdot E I}{L^2}$$

$$N_E = 3060 \text{ kN}$$

$$N_E = \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 3692}{500^2}$$

si ha:

$$\frac{N_{Ed,T}}{N_E} = \frac{14,40}{3060} \quad \text{trascurabile}$$

$$k_{12} = 0,5 \frac{I_y}{L} \quad k_{12} = 0,5 \frac{3692}{500}$$

$$k_{12} = 3,69 \quad (e.2.100)$$

Coefficiente di rigidità k_{ij} delle travi convergenti sul nodo 2

Trave a sinistra del nodo 2

$$\text{incastro} \quad k_{21} = \infty \quad (e.2.100)$$

Trave a destra del nodo 2

$$\text{Incastro} \quad k_{22} = \infty \quad (e.2.101)$$

Trave al disotto del nodo 2

$$\text{Non esistente} \quad k_2 = 0 \quad (e.2.102)$$

Coefficiente di distribuzione η_1, η_2

Sostituendo si ha:

$$\eta_1 = \frac{k_c + k_1}{k_c + k_1 + k_{11} + k_{12}} \quad \eta_1 = \frac{3,44 + 0}{3,44 + 0 + 0 + 3,69}$$

$$\eta_2 = \frac{k_c + k_2}{k_c + k_2 + k_{21} + k_{22}} \quad \eta_2 = \frac{3,44 + 0}{3,44 + 0 + \infty + \infty}$$

$$\eta_1 = 0,48 \quad (e.2.103)$$

$$\eta_2 = 0 \quad (e.2.104)$$

Coefficiente di libera inflessione β

$$\beta = 0,5 + 0,14 \cdot (\eta_1 + \eta_2) + 0,055(\eta_1 + \eta_2)^2$$

$$\beta = 0,5 + 0,14 \cdot (0,48 + 0) + 0,055(0,48 + 0)^2$$

$$\beta = 0,6 \quad \text{Coefficiente teorico} \quad (e.2.105)$$

Tenendo conto che praticamente l'incastro non è perfetto, per precauzione si assume:

$$\beta = 0,8 \quad (e.2.106)$$

Snellezza di sbandamento laterale attorno all'asse y

$$\lambda_y = \beta \cdot \frac{h}{i_y} \quad \lambda_y = 0,8 \cdot \frac{300}{5,73}$$

$$\lambda_y = 42$$

Snellezza dimensionale $\bar{\lambda}_y$

$$\bar{\lambda}_y = \frac{\lambda_y}{\lambda_p}$$

$$\lambda_p = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad \lambda_p = \pi \cdot \sqrt{\frac{21000}{23,5}}$$

$$\lambda_p = 94$$

$$\bar{\lambda}_y = \frac{\lambda_y}{\lambda_p} \quad \bar{\lambda}_y = \frac{42}{94}$$

$$\bar{\lambda}_y = 0,45 \quad (e.2.107)$$

Determinazione del coefficiente k_y

Si sono fin qui determinati alcuni parametri per il calcolo del coefficiente k_y del momento di progetto $M_{y,Sd}$, avente l'espressione:

$$k_y = 1 - \frac{\mu_y \cdot N_{Sd}}{\chi_y \cdot A \cdot f_y} \leq 1,5 \quad (e.2.107)$$

con

$$\mu_y = \bar{\lambda}_y \cdot (2 \cdot \beta_{My} - 4) + \frac{W_{pl,y} - W_{el,y}}{W_{el,y}} \leq 0,9 \quad (e.2.108)$$

Riassumendo, i parametri fin qui determinati sono:

$$\beta_{My} = 2,15 \quad (e.2.109)$$

$$\bar{\lambda}_y = 0,45 \quad (e.2.110)$$

Si può ora determinare il parametro μ_y

$$\mu_y = \bar{\lambda}_y \cdot (2 \cdot \beta_{My} - 4) + \frac{W_{pl,y} - W_{el,y}}{W_{el,y}} \leq 0,9$$

con:

$$W_{pl,y} = 173,5 \text{ cm}^3 \quad (e.2.111)$$

$$W_{el,y} = 155,4 \text{ cm}^3 \quad (e.2.112)$$

$$\mu_y = 0,45 \cdot (2 \cdot 2,15 - 4) + \frac{173,5 - 155,4}{155,4}$$

$$\mu_y = 0,25 \quad (e.2.113)$$

$\mu < 0,9$ accettabile

Coefficiente di riduzione χ_y

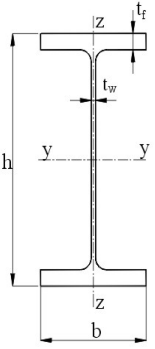
$$\chi_y = \frac{I}{\Phi_y + \sqrt{\Phi_y^2 - \bar{\lambda}_y^2}}$$

Coefficiente Φ_y

$$\Phi_y = 0,5 \cdot [1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda}_y - 0,2) + \bar{\lambda}_y^2]$$

Il coefficiente di imperfezione α si ottiene in base alla curva di instabilità dipendente rapporto h/b e dallo spessore dell'ala t_f (**Tabella 4.2.VI**)

Tabella 4.2.VI Curva di instabilità per varie tipologie di sezioni e classi d'acciaio per elementi compressi

Sezione trasversale	Limiti		Curva di instabilità	
			S235 S275 S355 S420	S460
	$h/b > 1,2$	$t_f \leq 40$	y-y	a
			z-z	a_0
	$h/b \leq 1,2$	$40 \text{ mm} < t_f \leq 100 \text{ mm}$	y-y	b
			z-z	c
$h/b \leq 1,2$	$t_f \leq 100 \text{ mm}$	y-y	b	
		z-z	c	
$h/b \leq 1,2$	$t_f > 100 \text{ mm}$	y-y	d	
		z-z	d	

Ultime due righe della tabella 4.2.VI

Curva di instabilità	a_0	a	b	c	d
Fattore di imperfezione α	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

Nel caso in esame

$$\frac{h}{b} = \frac{13,3}{14} < 1,2 \quad t_f = 8,5 \text{ mm} < 100 \text{ mm} \quad \text{asse } y-y$$

Curva di instabilità: curva "b"

Dalle ultime due righe della tabella 4.2.VI in corrispondenza della curva "c" si ha:

$$\alpha = 0,34$$

Dalle ultime due righe della tabella 4.2.VI in corrispondenza della curva "c" si ha:

$$\alpha = 0,34$$

$$\Phi_y = 0,5 \cdot [1 + 0,34 \cdot (0,45 - 0,2) + 0,45^2]$$

$$\Phi_y = 0,64$$

Coefficiente χ_y

$$\chi_y = \frac{1}{\Phi_y + \sqrt{\Phi_y^2 - \bar{\lambda}_y^2}} \quad \chi_y = \frac{1}{0,64 + \sqrt{0,64^2 - 0,45^2}}$$

$$\chi_y = 0,91$$

(e.2.114)

Si può ora determinare k_y

$$k_y = 1 - \frac{\mu_y \cdot N_{Sd}}{\chi_y \cdot A \cdot f_y}$$

Con $N_{Sd} = N_{Ed,c} = 71,35 \text{ kN}$

$$k_y = 1 - \frac{0,25 \cdot 71,35}{0,91 \cdot 31,42 \cdot 23,5}$$

$$k_y = 0,97$$

(e.2.115)

$k_y < 1,5$ accettabile

-----o-----

Nota

Notare che k_y può assumere valori maggiori di 1 fino ad 1,5, in quanto il coefficiente μ_y può essere negativo. Ciò dipende dall'andamento del diagramma del momento flettente, e quindi dal coefficiente β_{My} funzione del rapporto $\psi = \frac{M_2}{M_1}$

-----o-----

Verifica all'instabilità a presso flessione piana

I dati determinati sono:

Sforzo normale di progetto sulla colonna	$N_{Sd} = 71,34 \text{ kN}$
Sezione della colonna	$A = 31,42 \text{ mm}^2$
Coefficiente di riduzione minima	$\chi_{min,z} = 0,57$
Coefficiente k_y	$k_y = 0,97$
Momento di progetto max. sulla colonna	$M_{Sd} = 2871 \text{ kN} \cdot \text{cm}$
Modulo di resistenza plastico (asse y)	$W_{pl,y} = 173,5 \text{ cm}^3$

Deve essere rispettata la condizione

$$\frac{N_{Sd}}{\chi_{min} \cdot \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M1}}} + \frac{k_y \cdot M_{y,Sd}}{\frac{W_{pl,y} \cdot f_y}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

$$\frac{71,34}{0,57 \cdot \frac{31,42 \cdot 23,5}{1,05}} + \frac{0,97 \cdot 2871}{\frac{173,5 \cdot 23,5}{1,05}} = 0,8 < 1$$

La sezione della colonna è verificata alla sollecitazione di presso flessione con instabilità piana

Riassunto del procedimento

Riassumiamo il procedimento di calcolo della verifica a presso flessione della colonna

Si deve verificare che:

$$\frac{N_{Sd}}{\chi_{min} \cdot \frac{f_y \cdot A}{\gamma_{M1}}} + \frac{k_y \cdot M_{Sd}}{\frac{f_y \cdot W_{pl,y}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

Contributo alla sollecitazione dello sforzo normale di progetto N_{Sd}

Si calcola χ_{min} rispetto all'asse più debole z

$$\chi_{min,z} = \frac{1}{\Phi_z + \sqrt{\Phi_z^2 - \bar{\lambda}_z^2}}$$

con:

$$\lambda_z = \frac{h}{i_z} = 8,5$$

$$\lambda_p = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 94$$

$$\bar{\lambda}_z = \frac{\lambda_z}{\lambda_p} = 0,9$$

da cui:

Coefficiente Φ_z

$$\text{essendo: } \frac{h}{b} = \frac{13,3}{14} < 1,2 \quad t_f = 8,5 \text{ mm} < 100 \text{ mm} \quad \text{asse debole } z-z$$

si ha curva "c" Tabella 4.2.VI. risulta: $\alpha = 0,49$

$$\Phi_z = 0,5 \cdot \left[1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda}_z - 0,2) + \bar{\lambda}_z^2 \right] = 1,1$$

$$\chi_{\min,z} = \frac{1}{\Phi_z + \sqrt{\Phi_z^2 - \bar{\lambda}_z^2}} = 0,57$$

Contributo alla sollecitazione del momento di progetto $M_{y,Sd}$

Coefficiente k_y

$$k_y = 1 - \frac{\mu_y \cdot N_{Sd}}{\chi_y \cdot A \cdot f_y} \leq 1,5$$

Si calcola μ_y

$$\mu_y = \bar{\lambda}_y \cdot (2 \cdot \beta_{My} - 4) + \frac{W_{pl,y} - W_{el,y}}{W_{el,y}} \leq 0,9$$

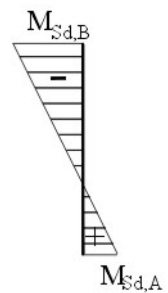
dove:

$$\beta_{My} = 1,8 - 0,7 \cdot \psi$$

Nel caso in esame risulta:

$$\psi = \frac{M_{Sd,A}}{M_{Sd,B}} \quad \psi = \frac{1435,5}{-2871} = 0,5$$

$$\beta_{M\psi} = \beta_{My} = 1,8 - 0,7 \cdot (-0,5) = 2,15$$



Snellezza adimensionale $\bar{\lambda}_y$:

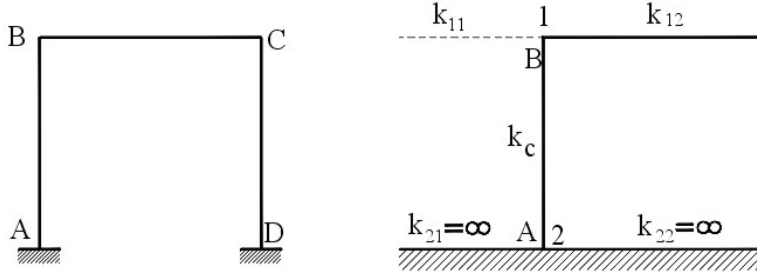
$$\bar{\lambda}_y = \frac{\lambda_y}{\lambda_p} \quad \lambda_p = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 94$$

con:

$$\lambda_y = \beta \cdot \frac{h}{i_y}$$

dove β , coefficiente di libera inflessione, dipende dalle travi che convergono alle estremità della colonna. Si calcola in funzione dei coefficienti di distribuzione

$$\beta = 0,5 + 0,14 \cdot (\eta_1 + \eta_2) + 0,055(\eta_1 + \eta_2)^2$$



$$\eta_1 = \frac{k_c + k_1}{k_c + k_1 + k_{11} + k_{12}}$$

$$\eta_2 = \frac{k_c + k_2}{k_c + k_2 + k_{21} + k_{22}}$$

- $k_1 = 0$ al di sopra del nodo 1 - non esistente
 $k_{11} = 0$ non esistente
 $k_{21} = \infty$ incastro
 $k_{22} = \infty$ incastro
 $k_2 = 0$ al di sotto del nodo 2 - non esistente

Coefficiente di rigidezza k_c della colonna

$$k_c = \frac{I_y}{h} = \frac{1033}{300} = 3,44 \text{ cm}^3$$

Il coefficiente di rigidezza k_{12} della trave BC a destra del nodo 1

Dal **Prospetto E3** norme EC3

$$k_{12} = 0,5 \frac{I_y}{L} \left(1 - 1,0 \frac{N_{Ed,T}}{N_E} \right)$$

$$N_E = \frac{\pi^2 \cdot EI}{L^2} = 3060 \text{ kN} \quad N_{Ed,T} = -14,40 \text{ kN} \quad \frac{N_{Ed,T}}{N_E} = \frac{14,40}{3060} \text{ trascurabile}$$

$$k_{12} = 0,5 \frac{I_y}{L} = 3,69$$

Coefficienti di distribuzione

$$\eta_1 = \frac{k_c + k_1}{k_c + k_1 + k_{11} + k_{12}} \quad \eta_1 = \frac{3,44 + 0}{3,44 + 0 + 0 + 3,69}$$

$$\eta_2 = \frac{k_c + k_2}{k_c + k_2 + k_{21} + k_{22}} \quad \eta_2 = \frac{3,44 + 0}{3,44 + 0 + \infty + \infty}$$

$$\eta_1 = 0,48$$

$$\eta_2 = 0$$

coefficiente β di libera inflessione

$$\beta = 0,5 + 0,14 \cdot (\eta_1 + \eta_2) + 0,055(\eta_1 + \eta_2)^2 = 0,6$$

Tenendo conto che praticamente l'incastro non è perfetto, per precauzione si assume:

$$\beta = 0,8$$

Si può ora calcolare la snellezza di sbandamento laterale attorno all'asse y

$$\lambda_y = \beta \cdot \frac{h}{i_y} \qquad \lambda_y = 0,8 \cdot \frac{300}{5,73} = 42$$

Snellezza adimensionale $\bar{\lambda}_y$

$$\bar{\lambda}_y = \frac{\lambda_y}{\lambda_p} \qquad \lambda_p = 94 \qquad \bar{\lambda}_y = \frac{\lambda_y}{\lambda_p} = \frac{42}{94} = 0,45$$

Si può ora determinare il coefficiente μ_y

Sostituendo i valori determinati si ha:

$$\mu_y = \bar{\lambda}_y \cdot (2 \cdot \beta_{My} - 4) + \frac{W_{pl,y} - W_{el,y}}{W_{el,y}} = 0,25 < 0,9 \text{ accettabile}$$

Coefficiente di riduzione χ_y

$$\chi_y = \frac{I}{\Phi_y + \sqrt{\Phi_y^2 - \bar{\lambda}_y^2}}$$

Coefficiente Φ_y

$$\frac{h}{b} = \frac{13,3}{14} < 1,2 \qquad t_f = 8,5 \text{ mm} < 100 \text{ mm} \qquad \text{asse } y-y \text{ Tabella 4.2.VI}$$

Curva di instabilità: curva "b" $\alpha = 0,34$

$$\Phi_y = 0,5 \cdot [I + \alpha \cdot (\bar{\lambda}_y - 0,2) + \bar{\lambda}_y^2] = 0,64$$

Coefficiente χ_y

$$\chi_y = \frac{I}{\Phi_y + \sqrt{\Phi_y^2 - \bar{\lambda}_y^2}} = 0,91$$

Si può ora, finalmente, determinare k_y

$$k_y = 1 - \frac{\mu_y \cdot N_{Sd}}{\chi_y \cdot A \cdot f_y} = 0,97 < 1,5 \quad \text{accettabile}$$

Verifica:

Deve essere rispettata la condizione

$$\frac{N_{Sd}}{\chi_{min} \cdot \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M1}}} + \frac{k_y \cdot M_{y,Sd}}{\frac{W_{pl,y} \cdot f_y}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

$$\frac{71,34}{0,57 \cdot \frac{31,42 \cdot 23,5}{1,05}} + \frac{0,97 \cdot 2871}{\frac{173,5 \cdot 23,5}{1,05}} = 0,8 < 1$$

Sezione verificata

e5- Verifica della colonna all'instabilità presso flesso torsionale

e.5.1- Necessità della verifica

Secondo la normativa EC3 la verifica alla instabilità flesso torsionale è necessaria quando la snellezza adimensionale $\bar{\lambda}_{LT}$ risulta

$$\bar{\lambda}_{LT} \geq 0,4 \quad (e2.116)$$

Controlliamo subito se è necessaria la verifica a flesso torsione dal valore di $\bar{\lambda}_{LT}$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{f_{yk} \cdot W_{pl,y}}{M_{cr}}} \quad (e2.117)$$

dove M_{cr} è il momento critico

$$M_{cr} = C_1 \cdot \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{L^2} \cdot \sqrt{\frac{I_w}{I_z} + \frac{L^2 \cdot G \cdot I_t}{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}} \quad (e2.118)$$

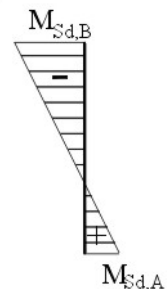
Coefficiente C_1

Si determina dal " **Prospetto .1.1** " – Appendice F – normativa EC3
Dipende dal tipo di diagramma del momento flettente

Nel caso in esame risulta:

$$\psi = \frac{M_{Sd,A}}{M_{Sd,B}} \quad \psi = \frac{M_{Sd,A}}{M_{Sd,B}} \quad \psi = \frac{1435,5}{-2871}$$

$$\psi = -\frac{1}{2} \quad (e2.118)$$

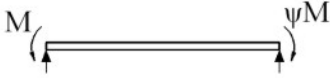
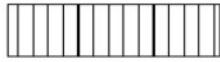




A favore della stabilità si considera il caso più oneroso con $k = k_w = 1$

In corrispondenza si ha:

$$C_1 = 2,704 \quad (e2.119)$$

Dal **Prospetto F 1.1** Valori dei coefficienti C_1, C_2, C_3 corrispondenti ai valori del coefficiente k Momento all'estremità

Condizioni di carico e di vincolo	Diagramma del momento flettente	Valore di k	Valori dei coefficienti		
			C_1	C_2	C_3
	$\psi = +1$ 	1,0 0,7 0,5	1,000 1,000 1,000	-	1,000 1,113 1,144
	-----	-----	-----	---	----
	$\psi = -1/4$ 	1,0 0,7 0,5	2,281 2,538 2,609	-	0,855 1,340 1,957
	$\psi = -1/2$ 	1,0 0,7 0,5	2,704 3,009 3,093	-	0,676 1,059 1,546

I_w è la costante di ingobbamento

$$I_w = I_z \cdot \frac{(h - t_f)^2}{4} \quad \frac{I_w}{I_z} = \frac{(h - t_f)^2}{4} = \frac{(13,3 - 0,85)^2}{4}$$

rappporto $\frac{I_w}{I_z}$

$$\frac{I_w}{I_z} = \frac{(h - t_f)^2}{4} \quad \frac{I_w}{I_z} = \frac{(19 - 1)^2}{4}$$

$$\frac{I_w}{I_z} = 38,75 \quad (e2.120)$$

I_t è il coefficiente torsionale

$$I_t = \frac{1}{3} \cdot (2b \cdot t_f^3 + h \cdot t_w^3) = \frac{1}{3} \cdot (214 \cdot 0,85^3 + 13,3 \cdot 0,55^3)$$

$$I_t = 6,46 \text{ cm}^4 \quad (e2.121)$$

$$M_{cr} = 2,704 \cdot \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 389,3}{300^2} \cdot \sqrt{38,75 + \frac{300^2 \cdot 8077 \cdot 6,46}{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 389,3}}$$

$$M_{cr} = 23815 \text{ kN} \cdot \text{cm} \quad (\text{e2.122})$$

Si ha:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{f_{yk} \cdot W_{pl,y}}{M_{cr}}} \quad \bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{23,5 \cdot 173,5}{23815}}$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = 0,41 \quad (\text{e2.123})$$

la snellezza adimensionale supera il valore 0,4, quindi è **necessaria anche la verifica a flesso torsione**.

e.5.1- Condizione di verifica

Per la verifica deve risultare:

$$\frac{N_{Sd}}{\chi_{min} \frac{f_y \cdot A}{\gamma_{M1}}} + \frac{k_{LT} \cdot M_{Sd}}{\chi_{LT} \cdot \frac{f_y \cdot W_{pl,y}}{\gamma_{M1}}} \leq 1 \quad (\text{e2.124})$$

e.5.2- Parametri per il contributo dello sforzo normale di progetto alla sollecitazione

Coefficiente di riduzione χ_{min}

Il coefficiente di riduzione minimo rispetto all'asse più debole z è già stato determinato nella precedente verifica, a cui si rimanda

$$\chi_{min} = \chi_{min,z} = 0,57 \quad (\text{e2.125})$$

e.5.3- Parametri per il contributo del momento di progetto alla sollecitazione

Coefficiente di riduzione χ_{LT}

$$\chi_{LT} = \frac{1}{f} \cdot \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \beta \cdot \bar{\lambda}_{LT}^2}} \leq \begin{cases} 1 \\ \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2} \cdot \frac{1}{f} \end{cases} \quad (\text{e2.126})$$


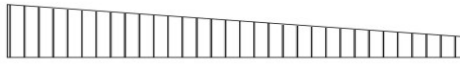
Parametro f di distribuzione del momento

$$f = 1 - 0,5 \cdot (1 - k_c) \cdot \left[1 - 2,0 \cdot (\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2 \right] \quad (\text{e2.127})$$

con $\bar{\lambda}_{LT} = 0,41$

k_c è il coefficiente correttivo del momento flettente, riportato nella **Tabella 4.2.VIII**

Tabella 4.2.VIII coefficiente correttivo del momento flettente per la verifica a stabilità della travi inflesse.

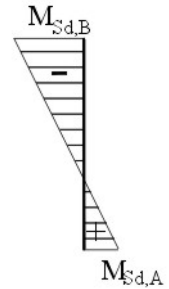
Distribuzione del momento flettente	Fattore correttore k_c
M_{sx}  M_{dx} $\psi = M_{dx} / M_{sx} = 1$	1,0
M_{sx}  M_{dx} $-1 \leq \psi \leq 1$	$\frac{1}{1.33 - 0,33\psi}$

Per la distribuzione del momento flettente sul traverso, rappresentata in figura, si ha:

$$\psi = \frac{M_{Sd,A}}{M_{Sd,B}} \quad \psi = \frac{1435,5}{-2871}$$

$$\psi = -\frac{1}{2}$$

$$k_c = \frac{1}{1.33 - 0,33\psi} \quad k_c = \frac{1}{1.33 - 0,33 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)}$$



$$k_c = 0,67$$

sostituendo si ha:

$$f = 1 - 0,5 \cdot (1 - 0,67) \cdot [1 - 2,0 \cdot (0,41 - 0,8)^2]$$

$$f = 0,885 \quad (e2.128)$$

Coefficiente Φ_{LT}

$$\Phi_{LT} = 0,5 \left[1 + \alpha_{LT} \cdot (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right]$$

Fattore di imperfezione α_{LT}

Il coefficiente α_{LT} di imperfezione dipende dalla curva di instabilità per gli elementi inflessi, ricavata dalla tabella 4.2.VII, in base al rapporto $\frac{h}{b}$

Sezione trasversale	Limiti	Curva di instabilità da tab.4.2.VI
Sezioni laminati ad I	$h/b \leq 2$	b
	$h/b > 2$	c

Per il profilato HEA 200

$$\frac{h}{b} = \frac{133}{140} < 2$$

la curva di instabilità è la “b”

Nelle ultime due righe della tabella 4.2.VI, già utilizzata per il carico di punta, in corrispondenza della curva “b” si ha:

$$\alpha = \alpha_{LT} = 0,34$$

Ultime due righe della tabella 4.2.VI

Curva di instabilità	a_0	a	b	c	d
Fattore di imperfezione α	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

$$\Phi_{LT} = 0,5 \cdot [1 + 0,34 \cdot (0,41 - 0,2) + 0,41^2]$$

$$\Phi_{LT} = 0,63 \quad (e.2.129)$$

Coefficiente di riduzione χ_{LT}

:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{f} \cdot \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}}$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{0,885} \cdot \frac{1}{0,63 + \sqrt{0,63^2 - 0,41^2}}$$

$$\chi_{LT} = 1 \quad (e2.130)$$

$$\frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2} \cdot \frac{1}{f} = \frac{1}{I^2} \cdot \frac{1}{0,885} = 1,6$$

Il coefficiente di riduzione χ_{LT} determinato è accettabile: rispetta le limitazioni

$$\chi_{LT} = 1 \leq \begin{cases} 1,0 \\ \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2} \cdot \frac{1}{f} = 1,13 \end{cases} \quad (e2.131)$$

Coefficiente k_{LT}

$$k_{LT} = 1 - \frac{\mu_{LT} \cdot N_{Sd}}{\chi_z \cdot A \cdot f_y} \leq 1 \quad (e2.132)$$

Coefficiente di riduzione χ_z

Già calcolato nella verifica precedente, nei parametri per contributo dello sforzo normale di progetto alla sollecitazione

$$\chi_{min} = \chi_z = 0,57 \quad (e2.133)$$

Coefficiente μ_{LT}

$$\mu_{LT} = 0,15 \cdot \bar{\lambda}_z \cdot \beta_{MLT} - 0,15 \quad (e2.134)$$

dove il coefficiente adimensionale $\bar{\lambda}_z$ è già stato calcolato nella verifica precedente

$$\bar{\lambda}_z = \frac{\bar{\lambda}_z}{\lambda_p} \quad \lambda_p = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad \lambda_p = \pi \cdot \sqrt{\frac{21000}{23,5}} = 94$$

$$\bar{\lambda}_z = \frac{85}{94}$$

$$\bar{\lambda}_z = 0,9$$

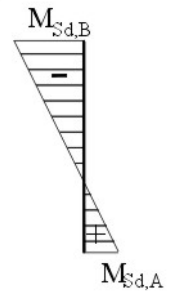
Coefficiente di momento equivalente β_{MLT}

Il coefficiente β_{MLT} si ricava in funzione del tipo di diagramma del momento flettente e del rapporto dei valori dei momenti agli estremi della trave.

Nel caso in esame è:

$$\psi = \frac{M_{Sd,A}}{M_{Sd,B}} \quad \psi = \frac{M_{Sd,A}}{M_{Sd,B}} \quad \psi = \frac{1435,5}{-2871}$$

$$\psi = -\frac{1}{2}$$



Tab.5.5.3 Coefficiente di momento equivalente uniforme

Diagramma del momento	Coefficiente di momento equivalente uniforme β_M
<p>Momento all'estremità</p>	$\beta_{M,\psi} = 1,8 - 0,7\psi$

si ha:

$$\beta_{MLT} = 1,8 - 0,7\psi \quad \beta_{M,\psi} = 1,8 - 0,7\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$\beta_{MLT} = 2,15$$

$$\mu_{LT} = 0,15 \cdot \bar{\lambda}_z \cdot \beta_{MLT} - 0,15 \quad \mu_{LT} = 0,15 \cdot 0,9 \cdot 2,15 - 0,15 - 0,15$$

$$\mu_{LT} = 0,14 \quad (e2.135)$$

Si può ora calcolare il coefficiente k_{LT}

Con:

$$N_{Sd} = 71,34 \text{ kN}$$

$$A = 31,42 \text{ cm}^2$$

$$\chi_z = 0,57$$

$$\mu_{LT} = 0,14$$

$$k_{LT} = 1 - \frac{\mu_{LT} \cdot N_{Sd}}{\chi_z \cdot A \cdot f_y} \leq 1 \quad k_{LT} = 1 - \frac{0,14 \cdot 71,34}{0,57 \cdot 31,42 \cdot 23,5}$$

$$k_{LT} = 0,98 < 1 \quad \text{accettabile} \quad (e2.136)$$

e.5.3- Verifica a presso flessione con instabilità torsionale

$$\frac{N_{Sd}}{\chi_{min} \frac{f_y \cdot A}{\gamma_{M1}}} + \frac{k_y \cdot M_{Sd}}{\chi_{LT} \cdot \frac{f_y \cdot W_{pl,y}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

$$= \frac{N_{Sd}}{\chi_{min} \frac{f_y \cdot A}{\gamma_{M1}}} + \frac{k_{LT} \cdot M_{Sd}}{\chi_{LT} \cdot \frac{f_y \cdot W_{pl,y}}{\gamma_{M1}}} = \frac{71,34}{0,57 \cdot \frac{23,5 \cdot 31,42}{1,05}} + \frac{0,98 \cdot 2871}{1 \cdot \frac{23,5 \cdot 173,5}{1,05}} = 0,89 < 1$$

La sezione della colonna è verificata alla sollecitazione di presso flessione torsione

SEGUE \longrightarrow



Indietro...

[Clic per la pagina precedente](#)



Avanti...

[Clic per proseguire](#)



Indietro...

[Clic per tutti i file III parte](#)