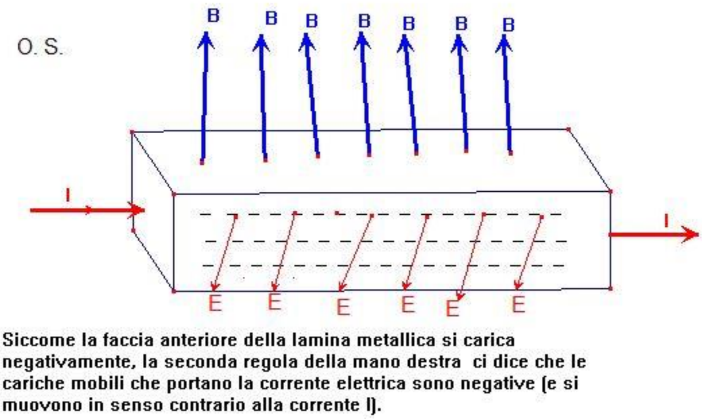
Ottavio Serra
Simulazione seconda prova
Liceo Scientifico FISICA

Problema 1 ***(L'effetto Hall)***

Punto**1.**



(I segni riportati nella figura della traccia sono errati) .

Si badi che, se la corrente è portata da cariche negative, la faccia anteriore risulta carica negativamente (applicare la seconda regola della mano destra o effettuare il prodotto vettoriale).

[1]$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$(Legge di Lorentz). (Qui v rappresenta la velocità di deriva v_d da non confondere con la velocità quadratica media dovuta all'agitazione termica che, a temperatura ambiente è di decine di Km/s:

$\frac{1}{2}m\bar{\bar{v}}^2 = \frac{3}{2}K_B T \Rightarrow \bar{\bar{v}} = \sqrt{\frac{3K_B T}{m}}$, essendo K_B la co stante di Boltzmann =1.38.10^{-23} J/°K, m la massa dell'elettrone e T la temperatura assoluta.

Punto 2.

Se la corrente fosse portata da cariche positive, queste si muoverebbero, come la corrente, verso destra e la forza di Lorentz le spingerebbe verso la faccia anteriore del nastro di rame, visto che il campo magnetico B è diretto verso l'alto. Siccome nell'esperimento di Hall, con i versi di I e di B come quelli indicati in figura, la faccia anteriore si carica **negativamente**, si conclude che la corrente è un flusso di cariche negative (**elettroni**).

Punto 3.

Tra la faccia posteriore e quella anteriore del conduttore si stabilisce pertanto una tensione ΔV_H=hF/q=hE=hv_d B=kB, dove il coefficiente di proporzionalità tra B e ΔV_H è dato dal prodotto della larghezza h del nastro di rame (vedi figura) per la velocità di deriva. L'accumulo di elettroni sulla faccia anteriore cessa quando il campo elettrico che si genera produce sugli elettroni una forza (diretta verso la faccia posteriore del nastro di rame) che fa equilibrio alla forza magnetica (diretta verso la faccia anteriore). Si noti l'analogia con una molla allungata (o compressa) dal peso di un corpo; la variazione di lunghezza si stabilizza quando la forza elastica neutralizza la forza peso. (è il principio del dinamometro a molla.

Punto 4.

Per poter realizzare una sonda magnetica ad effetto Hall (per ricavare l'intensità di un campo magnetico da una misura di tensione), occorre verificare la proporzionalità tra ΔV_H e B. Il metodo migliore

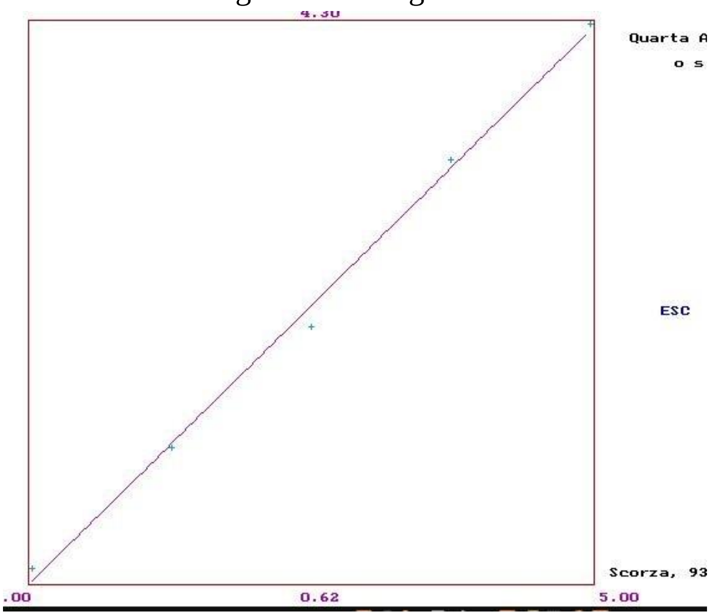
di utilizzare i dati sperimentali presentati nella tabella è di calcolare la *retta dei minimi quadrati*, cioè trovare la retta che meglio si adatta ai dati, ***minimizzando*** gli scarti (metodo che risale a Gauss).
Si immagini uno spazio vettoriale, con prodotto scalare, di dimensione n quante sono le coppie di dati (nel nostro caso n=5). Posto B=X, ΔV_H=Y, introdotto un vettore U= (1,1,1,1,1), la migliore approssimazione di Y nel ‘sottospazio <X,U> è la proiezione ortogonale W di Y sul piano <X,U>, perché minimizza la distanza di Y da questo piano. Cerchiamo dunque di determinare i parametri a e k in modo che il vettore W=aU+kX sia la proiezione ortogonale di Y su <X,U>. Alla fine assumeremo la retta ΔV_H=a+kB come migliore approssimazione dei dati e avremo il parametro k per tarare la sonda magnetica (si spera che il parametro a risulti piccolo rispetto a ΔV_H, perché la teoria ci ha detto che per B=0 anche la tensione di Hall deve essere zero). Per manipolare numeri comodi ho diviso per 100 i valori di B; ciò equivale a misurare B in dT (10^{-1}T).
Il calcolo fornisce:

$\begin{cases}(\vec{W}-\vec{Y}).\vec{U}=0\\(\vec{W}-\vec{Y}).\vec{X}=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a\vec{U}^2+k\vec{X}.\vec{U}=\vec{Y}.\vec{U}\\a\vec{U}.\vec{X}+k\vec{X}^2=\vec{Y}.\vec{X}\end{cases}$. Stiamo imponendo che il vettore W-Y sia ortogonale al piano <X,U> , in modo che la distanza tra W e Y sia minima.
Dai valori numerici della tabella otteniamo il sistema

$\begin{cases}5a+15k=12.2\\15a+55k=45.7\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}5a+15k=12.2\\5a+18.33k=15.23\end{cases}\Rightarrow k=\dfrac{3.03}{3.33}=\approx 0.91; a=-0.29$.

La retta dei minimi quadrati ha equazione ΔV_H= -0.29+0.91B (ΔV_H in 10^{-7}V, B in 10^{-1}T).

Il grafico è il seguente:



Dal grafico si nota che il dato sperimentale che più si discosta dalla retta interpolata è il terzo.

Calcolo dei dati statistici effettuato col mio programma (Pascal) “Minimi-Q”:

```
Valore medio di X=   3.000   Valore medio di Y=   2.440
      S.Q.M. di X=   1.414         S.Q.M. di Y=   1.289
                  COVARIANZA=   1.820

Coeff. di Correlaz.=0.9981 . Retta Min_Quadr:Y=0.9100 X -0.2900
     Per continuare,premi <ESC>_
```

La precisione non è molto soddisfacente, perché il parametro **a** avrebbe dovuto essere molto più prossimo a zero (molto più piccolo dei valori misurati della tensione, riportati nella tabella); tuttavia il coefficiente di correlazione, o.998, è alto e ciò significa che l'ipotesi di linearità tra tensione di Hall e campo magnetico è ben confermata.

Ricordando che ΔV_H è misurato in 10^{-7} Volt e B in 10^{-1} T, si ricava, per k il valore in unità del S.I.

$k=0.91*10^{-6}=9.1*10^{-7}$ V/T. (a=$-0.29*10^{-7}$ V).

Punto 5.

Il Ministero, dimostrando scarsa fiducia negli studenti italiani, suggerisce il valore di k in V/T, da utilizzare in questo 5° punto, caso mai non lo avessero saputo calcolare.

Siccome $k=v_d.h$, si trova $v_d=9.1*10^{-7}/10^{-3}=9{,}1*10^{-4}$ m/s, meno di 1 mm/s.

Dalla formula per la corrente elettrica: $I=nev_dS=nev_dhl$, si ricava la densità di corrente $J=nev_d=I/(hl)=1/(10^{-3}*2*10^{-2})=10^5/2$ A/m^2.

Perciò la densità di carica elettrica è $n.e = J/v_d=10^5/(2*9.1*10^{-4})=10^9/18{,}2\approx 55*10^6$ C/m^3.

Il numero n rappresenta il numero di elettroni di conduzione per unità di volume. Si trova $n=55*10^6/(1.6*10^{-19})=3.4*10^{26}$ elettroni/m^3.

NOTA. Nel rame ci sono circa 10^{29} atomi al m^3. Infatti, la sua densità (a temperatura ambiente) è di 8.9 g/cm^3, la massa atomica è circa 63.5; perciò una mole (il rame è monoatomico) occupa il volume di 7 cm^3 e 1 cm^3 corrisponde a 1/7 di mole e contiene un numero di atomi pari a 1/7 del numero di Avogadro, cioè $6*10^{23}/7$, circa 10^{23} atomi/cm^3, ovvero 10^{29} atomi/m^3. Confrontando tale numero col numero di elettroni/m^3 trovato al **Punto 5**, si conclude che alla conduzione contribuisce in media un elettrone di valenza ogni 300.