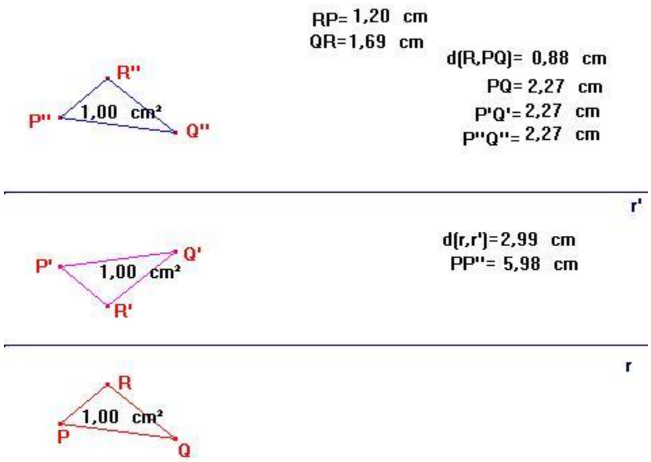
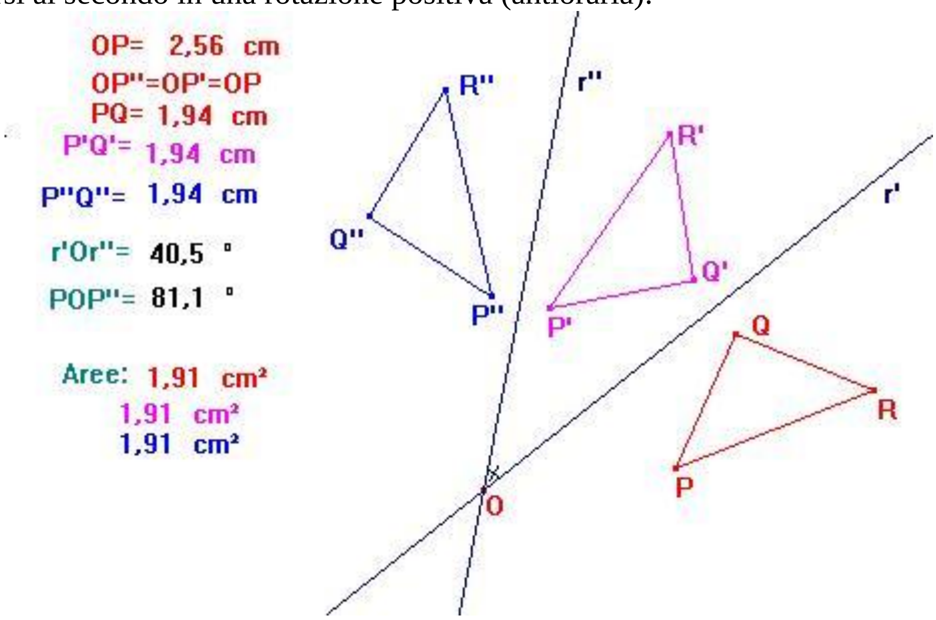
Ottavio Serra

Composizione di simmetrie assiali

Componendo due simmetrie assiali (ortogonali) del piano, ad assi paralleli, si ottiene una traslazione. Il vettore "traslazione" è il doppio del vettore "distanza" dal primo al secondo asse.
In simboli: $\sigma'\circ\sigma(P) = \tau(P)=P''$. Che succede se inverto l'ordine dei "fattori"? Quanto dà $\sigma'\circ\sigma(P)$?



Componendo due simmetrie assiali (ortogonali) del piano, ad assi incidenti, si ottiene una rotazione di centro O, intersezione dei due assi, di ampiezza pari al doppio dell'angolo che porta il primo asse a sovrapporsi al secondo in una rotazione positiva (antioraria).



Che succede se inverto l'ordine in cui si moltiplicano (si compongono) le due simmetrie?
Che cosa succede se si compone una simmetria con se stessa?
Dimostrare che le traslazioni del piano formano un gruppo abeliano (commutativo), che le rotazioni di centro O formano un gruppo commutativo, che le simmetrie assiali non formano un gruppo.

Equazioni di una simmetria.

1) Rispetto all'asse x: x'= x, y'= -y.

2) rispetto all'asse y: x'= -x, y'= y.

3) rispetto alla retta y = x: x'= y, y'= x.

4) rispetto alla retta y = mx :

Si chiama matrice della simmetria assiale una matrice Σ tale che (x', y') = Σ(x, y) .

Dimostrare che $\Sigma = \begin{pmatrix} \frac{1-m^2}{1+m^2}, \frac{2m}{1+m^2} \\ \frac{2m}{1+m^2}, \frac{m^2-1}{1+m^2} \end{pmatrix}$.

Pertanto, $\begin{pmatrix} \frac{1-m^2}{1+m^2}, \frac{2m}{1+m^2} \\ \frac{2m}{1+m^2}, \frac{m^2-1}{1+m^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1-m^2}{1+m^2} x + \frac{2m}{1+m^2} y \\ \frac{2m}{1+m^2} x + \frac{m^2-1}{1+m^2} y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$