

# Livellazione barometrica



Pierre Dubochet

21 ottobre 2006

Dopo la classica esperienza di Torricelli si è potuto accertare che la pressione atmosferica varia in funzione della quota del punto in cui si misura. Se dipendesse solo dalla quota sarebbe facile stabilire un legame matematico tra la quota di un punto e la corrispondente pressione atmosferica. Conosciuto questo legame si potrebbe, misurando la pressione in un punto, ricavare col calcolo la quota. Si è constatato, però, che sul valore della pressione atmosferica influiscono altri elementi e tra questi, principalmente, la temperatura.

Laplace, studiando una formula che consentisse di determinare il dislivello tra due punti *A* e *B* in funzione della pressione atmosferica e della temperatura, trovò che, per ottenere un valore del dislivello prossimo al vero, bisognava tener conto anche della tensione del vapore acqueo presente nell'atmosfera, della latitudine, della quota media dei punti stessi e del raggio terrestre.

La formula a cui si pervenne, tenendo conto di tutti questi elementi, è la seguente:

$$(1) \quad \Delta_{AB} = Q_B - Q_A = 18400 \times (1 + \beta \cos 2 \varphi_m) \times \left(1 + \frac{2 Q_m}{R}\right) \times \left(1 + \frac{\varepsilon P_v}{P_m}\right) \times (1 + \alpha t_m) \times Lg \frac{P_a}{P_B}$$

I simboli hanno questi significati:

- $\beta$  è un coefficiente il cui valore è 0,00265;
  - $\varphi_m$  è la media delle latitudini misurate in *A* e in *B*;
  - $Q_m$  è la quota media relativa ai due punti;
  - $R$  è il raggio terrestre della zona in cui si opera;
  - $\varepsilon$  è un coefficiente che dipende dalla tensione del vapore acqueo ed il cui valore è 0,377;
  - $P_v$  è la tensione del vapore acqueo <sup>(1)</sup>;
- 2
- $P_m$  è la media delle pressioni  $P_a$  e  $P_b$  misurate nei due punti;
  - $\alpha$  è il coefficiente di dilatazione dei gas:  $\alpha = 0,003665$ ;
  - $t_m$  è la media delle temperature misurate in *A* ed in *B*.

L'uso di questa formula è riservato solo ad operatori molto esperti forniti di strumenti

---

<sup>1</sup> Per  $P_v$  in pratica si assume la media delle tensioni del vapore acqueo misurate in *A* ed in *B*.

particolarmente delicati.

Nella pratica corrente si adoperano formule più semplici.

Esse sono:

$$(2) \quad \Delta_{AB} = k \times (1 + \alpha t_m) \times Lg \frac{P_A}{P_B} \quad (\text{Halley})$$

$$(3) \quad \Delta_{AB} = k' \times (1 + \alpha t_m) \times \frac{P_A - P_B}{P_A + P_B} \quad (\text{Babinet})$$

$$(4) \quad \Delta_{AB} = 18393 \left[ 1 + \frac{2 \times (t_A + t_B)}{1000} \right] \times Lg \frac{P_A}{P_B} \quad (\text{Raimond e Dangos})$$

I valori dei coefficienti  $K$  e  $K'$  variano con la latitudine. Per l'Italia si possono assumere i valori medi seguenti:

$$K = 18.475 \quad ; \quad K' = 16.050.$$

La formula di Halley vale per qualunque dislivello. Quella di Babinet solo per dislivelli che non superino i 1000 metri.

La formula di Ramond e Dangos risponde bene per latitudini intorno ai 45°.

3

*È da tener presente che i dislivelli ottenuti con le formule precedenti sono, praticamente, accettabili quando le misure di pressione e di temperatura in A ed in B sono fatte contemporaneamente.*

Occorrono, quindi, due operatori, ciascuno fornito di barometro e di termometro. *I valori della pressione da introdurre in ciascuna delle formule non debbono essere quelli che risultano*

*nella misura diretta alla temperatura ambiente, ma quelli che sarebbero stati alla temperatura di zero gradi Celsius.*

Le ore più adatte per la livellazione barometrica sono quelle del mattino allo spuntar del sole e quelle pomeridiane verso il tramonto. Poco indicate quelle intorno al mezzogiorno.

Il prof. Cicconetti trovò che, per un dislivello di circa 1000 metri, l'errore al mattino è intorno ai due metri e diventa di circa 9 metri verso le ore 12.

Lo strumento migliore per la misura della pressione atmosferica è il barometro a mercurio al quale è generalmente annesso anche il termometro per la misura della temperatura. Il valore della pressione suole esprimersi in millimetri (altezza della colonna di mercurio nella canna barometrica).

*Prima di applicare l'una o l'altra delle formule della livellazione barometrica, bisogna apportare delle correzioni alla lettura della pressione, cioè l'altezza della colonna di mercurio. Queste correzioni sono tre:*

a) la prima è dovuta alla non coincidenza tra lo zero della graduazione e la punta di avorio che tocca la superficie del mercurio nella vaschetta. Questa correzione, che può essere additiva o sottrattiva, è costante per ogni barometro.

b) La seconda è dovuta alla capillarità e diminuisce col crescere del diametro della canna. Varia da 0,88 mm per canne del diametro di 7 mm a 0,12 mm per canne di 15 mm. Questa correzione è sempre additiva ed è costante per ogni barometro, purché quando si mette in stazione, sospendendolo verticalmente ad un treppiede, si faccia affiorare la punta d'avorio girando la vite sottostante sempre in un determinato senso.

4

c) La terza correzione è quella a cui abbiamo accennato in precedenza e cioè la riduzione dell'altezza barometrica letta a quella che sarebbe stata alla temperatura di zero gradi. Quest'ultima correzione si effettua dopo aver tenuto conto dello spostamento dello zero della graduazione e della depressione capillare.

Indicando con  $h_t$  l'altezza barometrica alla temperatura ambiente  $t$  e con  $h_0$  la corrispondente

lettura ridotta a zero gradi, si ha:

$$h_t = h_o (1 + \alpha t)$$

in cui  $\alpha = 0,00018$  è il coefficiente di dilatazione del mercurio.

Risolvendo rispetto ad  $h_o$ , si ha:

$$h_o = \frac{h_t}{1 + \alpha t} = h_t \times \left( \frac{1}{1 + \alpha t} \right),$$

Eseguendo la divisione, indicata in parentesi, si trova

$$\frac{1}{1 + \alpha t} = 1 - \alpha t + \alpha^2 t^2 - \alpha^3 t^3 + \alpha^4 t^4 - \dots$$

Avremo, quindi:

$$h_o = h_t (1 - \alpha t + \alpha^2 t^2 - \dots).$$

Trascurando i termini con esponente superiore all'unità, possiamo scrivere:

$$h_o = h_t (1 - \alpha t).$$

5

Se il materiale, generalmente ottone, su cui è incisa la scala non subisse dilatazioni per effetto della temperatura, il valore  $h_o$  determinato dall'ultima relazione sarebbe quello da introdurre nei calcoli. Nella realtà avviene, però, che la scala subisce una dilatazione, per cui la lettura risulta minore della vera.

Per avere la lettura depurata da quest'ultima causa d'errore, bisognerà moltiplicare il valore

di  $h_0$ , precedentemente determinato, per il binomio di dilatazione  $(1 + \beta t)$  in cui  $\beta = 0,000018$  rappresenta il coefficiente di dilatazione dell'ottone. La formula che ci conduce al valore corretto per  $h_0$  è, quindi, la seguente:

$$h_0 = h_t (1 - \alpha t) (1 + \beta t).$$

Sviluppando il prodotto si ha:

$$h_0 = h_t (1 - \alpha t + \beta t - \alpha \beta t^2).$$

Trascurando il termine  $\alpha \beta t^2$ , si può scrivere:

$$h_0 = h_t [1 - (\alpha - \beta) t].$$

Ed essendo  $\alpha - \beta = 0,00018 - 0,000018 = 0,000162$ , sostituendo, si ottiene:

$$h_0 = h_t (1 - 0,000162 t),$$

cioè:

$$h_0 = h_t - 0,000162 t h_t$$

Che è la formula risolutiva definitiva per la correzione della misura della colonna barometrica.

# Atmosfera TIPO, o STANDARD, o I.S.A.

(definizione per Scuole Aeronautiche e allievi Topografi)

Pierre Dubochet

21 ottobre 2006

Al fine di poter avere dei parametri costanti dell'atmosfera cui poter fare riferimento, specialmente per la regolazione degli strumenti di bordo e la loro taratura in laboratorio, è stato internazionalmente convenuto di istituire una atmosfera TIPO, o STANDARD, o I.S.A. (International Standard Atmosphere) i cui valori rappresentano la media delle differenti condizioni atmosferiche esistenti nelle varie parti del mondo.

Questa atmosfera tipo ha le seguenti caratteristiche invariabili prese a 45° di latitudine:

- è perfettamente secca, cioè completamente priva di vapore acqueo;
- temperatura al livello del mare = + 15° C;
- pressione al livello del mare = 1013,25 hPa (29,92 pollici di mercurio);
- gradiente termico verticale = 6,5° C ogni 1000 m (2° C ogni 1000 piedi);
- gradiente barico verticale = 1 hPa ogni 8 metri (27 piedi) a livello del mare, decrescente con la quota;
- tropopausa a circa 11 km con temperatura di - 65° C.

In questa sede ci limitiamo a fornire qualche ragguaglio interessante la livellazione barometrica e quindi attinente la Geodesia operativa.

## La pressione.

La fisica definisce come pressione la forza esercitata (ortogonalmente) sull'unità di superficie. Poiché la molecole d'aria sono soggette all'attrazione terrestre, cioè pesano, la forza che il loro peso esercita sull'unità di area della superficie terrestre costituisce la **pressione atmosferica**.

Nel **SI** (sistema internazionale) si utilizza come unità di misura della pressione il **pascal** (Pa) e particolarmente il suo sottomultiplo ettopascal (hPa) i quali andarono a sostituire il **bar** (Ba) ed il sottomultiplo millibar (mb).

Se i parametri dell'atmosfera reale corrispondessero ai valori di quella standard, sulla terra avremmo sempre una pressione di 1013,2 hPa al livello del mare, la cui superficie sarebbe sempre coincidente con la **superficie isobarica** (cioè superficie soggetta a uguale pressione) di 1013,2 hPa. Salendo in quota di 27 piedi, incontreremo la superficie isobarica di 1012,2 hPa, esattamente parallela alla superficie del mare, e quindi anche perfettamente piana. Salendo di altri 27 piedi incontreremo la superficie isobarica di 1011,2 hPa, anch'essa perfettamente piana e parallela alla 1012,2 hPa..

Il rapporto fra la differenza di pressione esistente fra due superfici isobariche, e la distanza verticale esistente fra di esse, si chiama **gradiente barico verticale** il quale, come poco fa detto, vale in atmosfera standard un valore di 1 hPa ogni 27 piedi (8 m).

Si tenga però presente che il valore del gradiente barico verticale può essere considerato costante solo negli strati più bassi dell'atmosfera. Man mano che si sale, dato che la colonna d'aria sovrastante si riduce, e quindi l'aria è meno densa, il gradiente barico verticale si riduce conseguentemente, per cui bisogna salire sempre di più per ottenere uguali diminuzioni di pressione (2).

---

<sup>2</sup> Un allievo Pilota d'aereo conosce molto bene la differenza che intercorre volando con l'altimetro regolato su curve di livello oppure sulla pressione presente al suolo. Nelle comunicazioni radiotelefoniche con i centri di controllo del traffico aereo intercorrono frequentissime queste voci del Codice Q. **QFE** = "qual è la pressione esistente sull'aeroporto?" **QNH** = "quale valore di pressione devo inserire nell'altimetro perché al livello dell'aeroporto possa leggerne l'altitudine?" **QNE** = "Quale indicazione darà il mio altimetro in atterraggio se il valore di pressione in esso inserito è 1013.2 hPa (29,92 pollici)?"

Nell'**atmosfera standard** l'andamento della pressione in funzione della quota è il seguente:

Quota (piedi)	Pressione (ettopascal)
Livello del mare	1013.2
5.000	850
10.000	700
18.000	500
30.000	300
40.000	200

Nell'**atmosfera reale** le superfici isobariche non sono generalmente delle superfici piane equidistanti, bensì delle superfici ondulate la cui distanza reciproca può variare, in più o in meno, da punto a punto. Le carte meteorologiche sono disponibili normalmente per i valori di 850, 700, 500, 300 e 200 hPa e si chiamano **topografie in quota**. Esse ci consentono di vedere se le configurazioni bariche alla superficie trovano corrispondenza in quota (nel qual caso i fenomeni sono più rilevanti), e inoltre forniscono l'andamento dei **venti** alle varie quote.

### La temperatura.

Vediamo innanzi tutto qual è il meccanismo di riscaldamento dell'atmosfera. Ovviamente la sorgente di calore è il sole, che irradia nello spazio enormi quantità di energia termica e luminosa. La superficie della terra esposta alla radiazione solare assorbe una piccola parte di questa energia (piccola rispetto al totale emesso dal sole), la quale attraversa l'atmosfera senza innalzarne la temperatura in modo significativo. In altre parole il sole riscalda la terra per irraggiamento, senza che l'atmosfera assorba calore dai raggi che l'attraversano.

Il calore che giunge sulla superficie terrestre viene da essa assorbito, e quindi ceduto agli strati dell'atmosfera a immediato contatto col suolo, i quali a loro volta lo cedono per **convezione** a quelli superiori.

Se l'atmosfera fosse quella standard, la temperatura decrescerebbe dal suolo (fonte del calore, anche se indiretta), verso l'alto con un **gradiente termico verticale** di  $6,5^{\circ}\text{C}$  ogni 1000 m (o  $2^{\circ}\text{C}$  ogni 1000 piedi). Inoltre se la superficie terrestre fosse uniformemente riscaldata dall'irraggiamento solare, l'atmosfera sarebbe in **quiete**, cioè non ci sarebbero spostamenti di masse d'aria né orizzontalmente né verticalmente.

In pratica però (fortunatamente per la vita sul pianeta, che non potrebbe altrimenti esistere), la superficie terrestre viene riscaldata in modo molto vario per due ragioni principali:

- ☞ Il diverso irraggiamento solare nel tempo e nello spazio.
- ☞ La diversa capacità termica delle varie parti della superficie terrestre.

## Atmosfera TIPO, o STANDARD, o I.S.A.

(definizione più rigorosa)

Pierre Dubochet

21 ottobre 2006

Allego copia di alcuni documenti che descrivono l'andamento di alcuni parametri al variare dell'altezza del gas atmosferico ideale terrestre. È anche presente una *errata-corrige* al testo a stampa datata 29.03.1997 con aggiunta di alcune formule che permettono di risalire all'altezza sul mare conoscendo la pressione ma sempre e solo in una atmosfera standard.

ALLEGATO " B "

Höhe Alt. H km	Temperatur Temperature		Druck Pressure			Wichte Weight γ N/m³	Dichte Density ρ kg/m³	T T <sub>0</sub>	p P <sub>0</sub>	γ γ <sub>0</sub> = ρ ρ <sub>0</sub>
	t °C	T K	Torr	p kp/cm²	h Pa					
0.0	15.00	288.15	760.00	1.033 23	1013.25	1.225 00	0.124 915	1.000 00	1.000 00	1.000 00
0.1	14.35	287.50	751.03	1.021 04	1001.29	1.213 28	0.123 720	0.997 74	0.988 20	0.990 43
0.2	13.70	286.85	742.15	1.008 96	989.45	1.201 65	0.122 534	0.995 49	0.976 51	0.980 94
0.3	13.05	286.20	733.35	0.997 00	977.73	1.190 11	0.121 357	0.993 23	0.964 94	0.971 51
0.4	12.40	285.55	724.64	0.985 16	966.11	1.178 64	0.120 188	0.990 98	0.953 48	0.962 16
0.5	11.75	284.90	716.02	0.973 43	954.61	1.167 27	0.119 028	0.988 72	0.942 13	0.952 87
0.6	11.10	284.25	707.47	0.961 81	943.22	1.155 90	0.117 877	0.986 47	0.930 88	0.943 65
0.7	10.45	283.60	698.01	0.950 31	931.94	1.144 77	0.116 734	0.984 21	0.919 75	0.934 50
0.8	9.80	282.95	690.63	0.938 92	920.76	1.133 64	0.115 599	0.981 95	0.908 72	0.925 42
0.9	9.15	282.30	682.33	0.927 64	909.70	1.122 60	0.114 473	0.979 70	0.897 80	0.916 41
1.0	8.50	281.65	674.11	0.916 47	898.75	1.111 64	0.113 356	0.977 44	0.886 99	0.907 46
1.2	7.20	280.35	657.92	0.894 45	877.16	1.089 97	0.111 146	0.972 93	0.865 69	0.889 77
1.4	5.90	279.05	642.04	0.872 86	855.99	1.068 62	0.108 969	0.968 42	0.844 79	0.872 34
1.6	4.60	277.75	626.48	0.851 70	835.24	1.047 59	0.106 825	0.963 91	0.824 31	0.855 18
1.8	3.30	276.45	611.22	0.830 96	814.89	1.026 88	0.104 713	0.959 40	0.804 24	0.838 27
2.0	2.00	275.15	596.26	0.810 63	794.95	1.006 49	0.102 633	0.954 88	0.784 56	0.821 62
2.2	0.70	273.85	581.60	0.790 70	775.41	0.986 41	0.100 585	0.950 37	0.765 27	0.805 23
2.4	-0.60	272.55	567.24	0.771 17	756.26	0.966 63	0.098 569	0.945 86	0.746 37	0.789 09
2.6	-1.90	271.25	553.16	0.752 03	737.49	0.947 16	0.096 584	0.941 35	0.727 85	0.773 19
2.8	-3.20	269.95	539.37	0.733 28	719.10	0.927 99	0.094 629	0.936 84	0.709 70	0.757 54
3.0	-4.50	268.65	525.86	0.714 91	701.09	0.909 12	0.092 705	0.932 33	0.691 92	0.742 14
3.2	-5.80	267.35	512.62	0.696 91	683.44	0.890 55	0.090 810	0.927 82	0.674 50	0.726 98
3.4	-7.10	266.05	499.65	0.679 28	666.15	0.872 26	0.088 946	0.923 30	0.657 44	0.712 05
3.6	-8.40	264.75	486.95	0.662 02	649.22	0.854 27	0.087 111	0.918 79	0.640 73	0.697 36
3.8	-9.70	263.45	474.52	0.645 11	632.64	0.835 55	0.085 305	0.914 28	0.624 37	0.682 90
4.0	-11.00	262.15	462.34	0.628 55	616.40	0.819 13	0.083 528	0.909 77	0.608 34	0.668 68
4.5	-14.25	258.90	433.00	0.568 66	577.28	0.776 77	0.079 209	0.898 49	0.569 73	0.634 10
5.0	-17.50	255.65	405.18	0.550 85	540.20	0.736 12	0.075 033	0.887 21	0.533 13	0.600 91
5.5	-20.75	252.40	378.83	0.515 03	505.07	0.697 10	0.071 035	0.875 93	0.498 46	0.569 07
6.0	-24.00	249.15	353.89	0.481 11	471.81	0.659 70	0.067 270	0.864 65	0.465 64	0.538 53

Norm-Atmosphäre  
Standard atmosphere  
Atmosphäre standard  
Atmosfera standard

70

Höhe Alt. H km	Temperatur Temperature		Druck Pressure			Wichte Weight γ N/m³	Dichte Density ρ kg/m³	T T <sub>0</sub>	p P <sub>0</sub>	γ γ <sub>0</sub> = ρ ρ <sub>0</sub>
	t °C	T K	Torr	p kp/cm²	h Pa					
6.5	-27.25	245.90	330.29	0.449 03	440.35	0.623 84	0.063 614	0.853 37	0.434 59	0.509 26
7.0	-30.50	242.65	307.90	0.418 70	410.61	0.589 50	0.060 112	0.842 10	0.405 24	0.481 22
7.5	-33.75	239.40	286.91	0.390 06	382.51	0.556 62	0.056 760	0.830 82	0.377 51	0.454 39
8.0	-37.00	236.15	267.02	0.363 02	356.00	0.525 17	0.053 552	0.819 54	0.351 34	0.428 71
8.5	-40.25	232.90	248.26	0.337 52	330.99	0.495 09	0.050 485	0.808 26	0.326 66	0.404 15
9.0	-43.50	229.65	230.59	0.313 49	307.42	0.466 35	0.047 554	0.796 98	0.303 40	0.380 69
9.5	-46.75	226.40	213.94	0.290 86	285.24	0.438 90	0.044 755	0.785 70	0.281 51	0.358 29
10.0	-50.00	223.15	198.29	0.269 57	264.36	0.412 71	0.042 084	0.774 42	0.260 91	0.336 90
10.5	-53.25	219.90	183.57	0.249 57	244.74	0.387 72	0.039 537	0.763 14	0.241 54	0.316 51
11.0	-56.50	216.65	169.75	0.230 79	226.32	0.363 93	0.037 111	0.751 87	0.223 71	0.297 09
12.0	-56.50	216.65	144.99	0.197 12	193.30	0.310 84	0.031 697	0.751 87	0.190 78	0.253 75
13.0	-56.50	216.65	123.84	0.168 37	165.10	0.265 50	0.027 073	0.751 87	0.162 95	0.216 73
14.0	-56.50	216.65	105.77	0.143 81	141.02	0.226 76	0.023 124	0.751 87	0.139 18	0.185 11
15.0	-56.50	216.65	90.34	0.122 83	120.45	0.193 68	0.019 750	0.751 87	0.118 88	0.158 11
16.0	-56.50	216.65	77.16	0.104 91	102.87	0.165 43	0.016 869	0.751 87	0.101 53	0.135 04
17.0	-56.50	216.65	65.91	0.089 60	87.87	0.141 29	0.014 408	0.751 87	0.086 72	0.115 34
18.0	-56.50	216.65	56.29	0.076 53	75.05	0.120 68	0.012 306	0.751 87	0.074 07	0.098 52
19.0	-56.50	216.65	48.08	0.065 37	64.10	0.103 08	0.010 511	0.751 87	0.063 26	0.084 14
20.0	-56.50	216.65	41.07	0.055 83	54.75	0.088 04	0.008 978	0.751 87	0.054 04	0.071 87

Norm-Atmosphäre  
Standard atmosphere  
Atmosphäre standard  
Atmosfera standard

71

International Civil Aviation Organization (ICAO) Standard Atmosphere:

$H = 0 \text{ km} \quad T = 288.15 \text{ K} \quad p = 1013.25 \text{ h Pa} \quad N_2 = 78.09\% \text{ (Vol.)}$   
 $0 < H < 11 \text{ km} \quad T = (288.15 - 6.5 \cdot H) \text{ K} \quad p = 1013.25 (1 - 0.022557696 \cdot H)^{5.25588} \text{ h Pa} \quad O_2 = 20.95\%$   
 $H = 11 \text{ km} \quad T = 216.65 \text{ K} \quad p = 226.3204 \text{ h Pa} \quad Ar = 0.93\%$   
 $11 < H < 32 \text{ km} \quad T = 216.65 \text{ K} \quad p = 226.3204 \cdot e^{0.15768852(H-11)} \text{ h Pa} \quad CO_2 = 0.03\%$

A D D E N D A   e d   E R R A T A - C O R R I G E

$0 < H < 11$  km

$$p = 1013.25 (1 - 0.000022557696 H)^{5.25588} \quad (\text{con } H \text{ espresso in metri});$$

$$H = 44330.7685324 - 11880.3247591 p^{0.190263095809} \quad (\text{con } H \text{ espresso in metri})$$

$11 < H < 32$  km

La formula dell'ultimo rigo deve essere così corretta (marcata con colore):

$$p = 226.3204 e^{0.15768852 (11 - H)};$$

$$H = 45383.9341913 - 6341.61573715 \ln(p); \quad (\text{con } H \text{ espresso in metri}).$$

Naturalmente il valore della pressione  $p$  è sempre espresso in ettopascal.

Bologna, 29.03.1997

- Pierluigi Turrini -

