Altezza massima e altezza meridiana

RIASSUNTO: Partendo da un errore discretamente diffuso nell'àmbito dell'Astronomia divulgativa, vengono fornite le formule pratiche per calcolare le differenze angolari fra le altezze al meridiano e le altezze di culminazione.

Pierre Dubochet

2007 Marzo 11

Premessa

Anticipiamo che nella Nautica al posto dell'angolo orario H si usa l'angolo al polo P così definito:

L'angolo al polo di un astro è quell'angolo sferico compreso fra il meridiano celeste superiore e l'angolo orario dell'astro. Si conta da $0°$ a $180°$ dal meridiano superiore verso est oppure verso ovest secondo che l'astro sia nell'emisfero orientale o in quello occidentale, rispetto al meridiano dell'osservatore.

In definitiva fra l'angolo orario, H, e l'angolo al polo, P, intercedono queste relazioni:

Astro a Est:	$H > 180°$	$P_e = 360° - H$
Astro a Ovest	$H < 180°$	$P_i = H$.

Per evitare ambiguità si deve far seguire il valore numerico dell'angolo al polo da E o da W. Per esempio se $H = 240°$ quindi $P_e = 120°$; se $P_e = 60°$ allora $P_w = 60°$

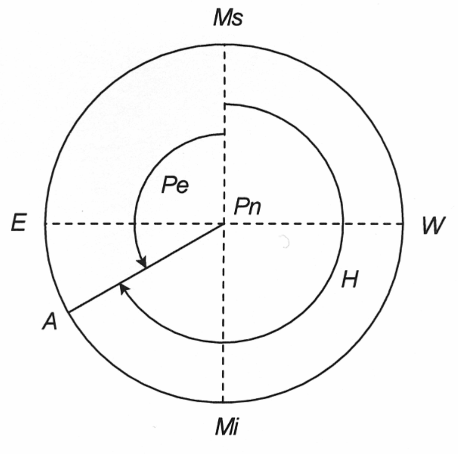

Fig. 1

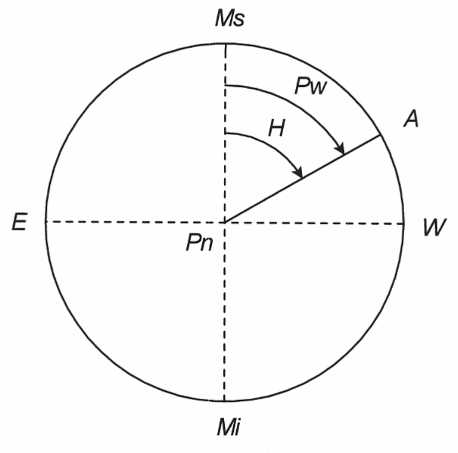

Fig. 2

Si osservi che nella nota formula per ottenere l'altezza di un astro *(attribuita ad* **Eulero***)*

$$\sin h = \sin \varphi \cos \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos P \tag{1}$$

L'altezza è funzione della latitudine φ dell'osservatore, della declinazione δ e dell'angolo al polo *P* dell'astro. In questa sede esamineremo solo i casi nei quali l'osservatore è fermo e astri con declinazione costanti, oppure variabili, essendo queste le tipiche situazioni dell'Astronomia pratica.

Altezza meridiana e altezza di culminazione

Si chiama *altezza meridiana* l'altezza che un qualunque astro raggiunge nell'istante del suo passaggio sopra il meridiano geografico del luogo d'osservazione.

Si chiama *altezza di culminazione* la massima (oppure la minima) altezza che un astro raggiunge sull'orizzonte del luogo d'osservazione durante il suo moto apparente diurno (è apparente in quanto è la Terra che ruota attorno al suo asse e trasla attorno al Sole).

Riprendiamo in considerazione la formula di **Eulero** (1):

1) se la declinazione è *costante* l'altezza di culminazione coincide con l'altezza meridiana (P = 0°; cos 0° = 1; P = 180°; cos 180° = −1) e dunque le altezze massime e minime durante il moto apparente sono raggiunte negl'istanti del passaggio al meridiano superiore o inferiore.

2) Se la declinazione dell'astro è *variabile*, l'altezza varia anche per effetto di tali variazioni con la conseguenza che l'altezza massima e quella minima dell'astro non si verificano in concomitanza del passaggio al meridiano ma *un po' prima* o *un po' dopo*, in prossimità del meridiano. Perché nelle vicinanze del meridiano? La Luna che è l'astro con il più grande movimento in declinazione, potrebbe percorrere un arco di 0°,3 mentre per effetto della rotazione terrestre l'angolo al polo varia

di 15°, entrambi i valori riferiti su di un intervallo di 1 ora. Ne consegue che è l'effetto della variazione dell'angolo al polo a prevalere. Per effetto della variazione della declinazione si ha che l'astro non potrà descrivere un parallelo ma una traiettoria spiraliforme *LACT*.

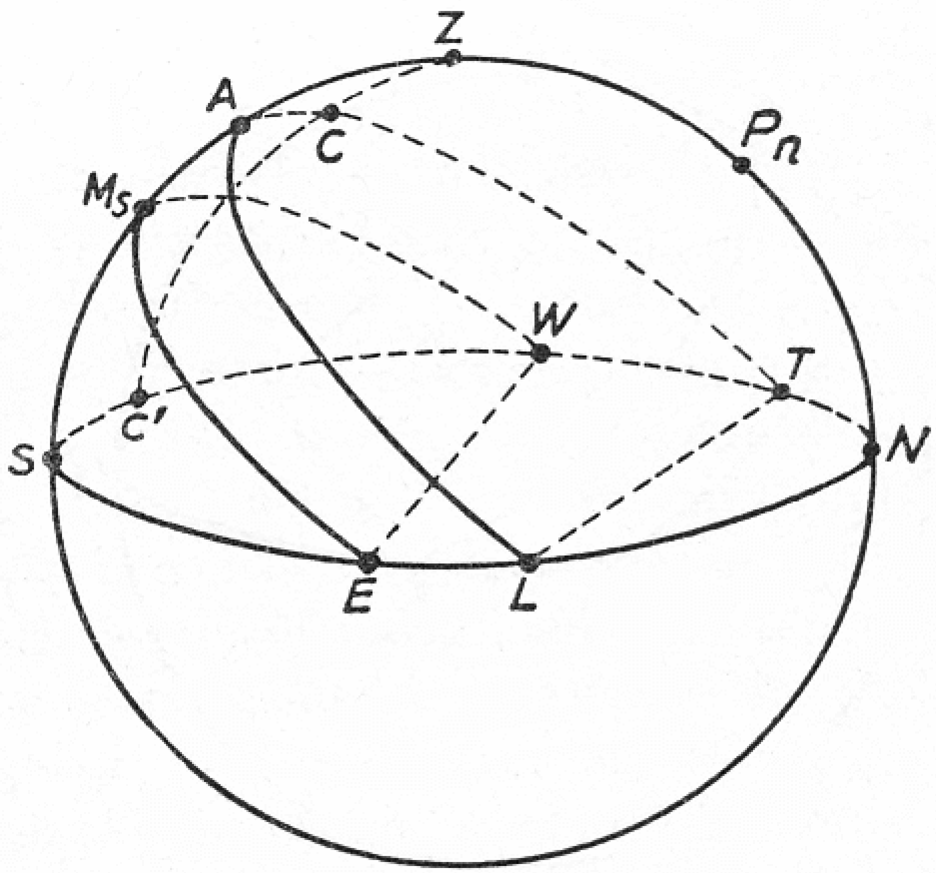

Fig. 3

Se l'astro si sta avvicinando allo zenit nel momento in cui percorre il semiarco diurno orientale *LA*, la sua altezza aumenta sia per effetto del moto diurno e sia per effetto della variazione della declinazione. Quando raggiunge il meridiano celeste esso termina la salita dovuta al moto diurno ma continua il moto ascendente dovuto alla variazione della declinazione e l'altezza dell'astro aumenta ancora.

Una volta passato il meridiano, l'astro per effetto del moto diurno, deve discendere ma per effetto della variazione di declinazione deve salire. Se osserviamo che in vicinanza del meridiano è minima la variazione dell'altezza dovuta al moto diurno (in quanto minimo è l'incremento del coseno per gli angolo piccoli) dei due moti contrari prevale il movimento di discesa dovuto al moto diurno e l'altezza diminuisce finché, un po' prima di giungere la meridiano inferiore si hanno i due moti contrari in equilibrio e si ha l'altezza minima.

Con un ragionamento analogo si mostra che quando l'astro, variando di declinazione si allontana dallo zenit si ha l'altezza massima prima del passaggio dell'astro al meridiano.

In conclusione: *un osservatore fermo vedrà un astro a declinazione variabile (Luna, Sole, pianeti) nel suo moto apparente diurno raggiungere la massima altezza un po' prima o un po' dopo il suo passaggio al meridiano superiore, secondo che la variazione della declinazione porta l'astro ad allontanarsi o ad avvicinarsi allo zenit.*

Qualora considerassimo l'altezza massima come altezza meridiana commetteremo dunque un errore nell'altezza dato dalla differenza $CC' - AS$ ed un errore nell'azimut dato da SC'.

Calcolo delle differenze

Si forniscono le formule necessarie per ottenere *gli errori nell'azimut e nell'altezza*, rimandando per la loro dimostrazione ai testi di navigazione astronomica.

Nella formula (1) le quantità φ, δ, h variano col tempo. Esprimiamo le loro variazioni con $\Delta\varphi''$, $\Delta\delta''$, $\Delta h''$.
Poniamo

$$\Delta r'' = \Delta\delta'' \pm \Delta\varphi''$$

Nella formula il segno positivo si applica quando le variazioni tendono entrambe a fare avvenire la culminazione prima o entrambe dopo il passaggio dell'astro al meridiano. Si sottraggono se una variazione tende a far avvenire la culminazione prima, mentre l'altra dopo il passaggio al meridiano e prevale la maggiore.

Quanto detto vale per un osservatore in movimento; per una stazione fissa, $\Delta\varphi'' = 0$.

Indichiamo con *c"* la variazione in secondi di arco per un minuto di tempo dell'altezza nel minuto prossimo all'istante della culminazione. Sia:

$$c'' = \frac{\cos\varphi \cdot \cos\delta}{\sin(\varphi - \delta)} \cdot \frac{(900'')^2 \cdot \sin 1''}{2}$$

ovvero:

$$c'' = 1'',9635 \cdot \frac{\cos\varphi \cdot \cos\delta}{\sin(\varphi - \delta)}$$

Finalmente otteniamo:

$$\text{errore totale sull'altezza} = \frac{(\Delta r'')^2}{4 \cdot c''} + \Delta\varphi'' \cdot \frac{\Delta r''}{2 \cdot c''}$$

Un'altezza osservata si dice altezza *circummeridiana* quando l'astro è in vicinanza del meridiano. I testi di navigazione riportano il valore limite dell'angolo al polo entro il quale un'altezza può essere considerata circummeridiana.

Si calcoli:

$$P_c^m = \frac{\Delta\delta''}{2 \cdot c''}$$

Dove P_c^m è, in minuti di tempo, l'angolo al polo nell'istante della culminazione di un astro a declinazione variabile per un osservatore fisso quando si esprime la variazione della declinazione in secondi d'arco per minuto di tempo.

L'angolo azimutale Z, funzione della variazione c" dell'altezza dell'astro nel minuto prossimo al meridiano, è dato dalla formula:

$$Z = \frac{c'' \cdot P_c^m \cdot \sec \varphi}{7{,}85}$$

Z è dunque *l'errore* nell'azimut se nell'istante della culminazione è considerato 0° oppure 180°.

(Fine)