

Calcolo rigoroso delle occultazioni

di stelle da parte della Luna

facendo uso del metodo di Bessel

Compendio di scritti vari a cura di Pierre Dubochet

Bologna (Italia) e Grenoble (France)

2006 - 2009

<http://digilander.libero.it/occultazioni>

Presentazione

Con queste poche righe ho voluto accogliere la richiesta di alcuni Insegnanti che dopo aver letto la mia *Propedeutica al calcolo delle eclissi e delle occultazioni di stelle* (2005), desideravano una trattazione eminentemente **pratica** dell'elegante ma complesso metodo proposto da Bessel.

La presente raccolta di scritti **non** è la seconda edizione del mio citato lavoro. Per motivi di brevità non ho potuto ripercorrere daccapo tutta la parte teorica che conduce ad uno studio completo sia grafico e sia analitico delle occultazioni, delle eclissi e dei transiti.

Per questa stesura mi sono avvalso del suddetto lavoro di propedeutica **integrandolo** con note tratte principalmente da: AA. VV.. *Explanatory Supplement to the American Ephemeris and Nautical Almanac*, Washington, London, U. S. Government Printing Office, Her Majesty's Stationery Office, 1974.

La Bibliografia a corredo delle presenti note invece **è la medesima** del lavoro originale.

Fedele al principio di lasciare la **massima libertà** di sperimentazione allo studioso, non ho proposto alcuna versione informatica del metodo di previsione: i riferimenti ad alcuni miei programmi vanno intesi come la possibilità di conseguire risultati degni di attenzione anche con modestissimi mezzi.

Pierre Dubochet

2006 febbraio 04

2007 marzo 20 (aggiornamento 1)

2009 novembre 09 (aggiornamento 2)

<http://digilander.libero.it/occultazioni>

Indice

Parte prima

- 1.1** Calcolo degli elementi besseliani
- 1.2** Calcolo di accurate previsioni
- 1.3** Coefficienti di longitudine e di latitudine
- 1.4** Limitazioni imposte sulle previsioni
- 1.5** Paralleli limiti
- 1.6** Disegno della mappa di visibilità *2007 Marzo 20 (Aggiornamento)*

Parte seconda

- 2.1** Applicazione pratica

Parte prima

1.1 Calcolo degli elementi besseliani

Gli elementi besseliani (e.b) per le occultazioni sono simili a quelli per le eclissi. Nelle occultazioni il piano fondamentale (p.f.) interseca il centro della Terra ed è perpendicolare alla linea che congiunge la stella al centro della Luna, cioè all'asse dell'ombra.

L'origine delle coordinate è il centro della Terra. L'asse X è l'intersezione dell'equatore terrestre con il p.f. ed è preso positivo verso Est; l'asse delle Y è perpendicolare a quello delle X ed è preso positivo verso Nord. L'enorme distanza della stella comporta che il p.f. giaccia perpendicolare alla linea congiungente il centro della Terra alla stella e che l'ombra della Luna sia essenzialmente un cilindro la cui intersezione col p.f. è un circolo di misura fissa essendo il suo diametro uguale a quello della Luna. Le coordinate del centro di questo circolo, cioè l'asse dell'ombra, vengono indicate con x e y . L'unità di misura lineare adottata è il raggio equatoriale terrestre (*più precisamente il semiasse maggiore dell'ellissoide biassiale di rotazione N. d. C.*)

Gli e.b. vengono dati per un unico istante, precisamente per il tempo della congiunzione in ascensione retta (A.R.) della stella colla Luna, quando x è zero. Essi sono:

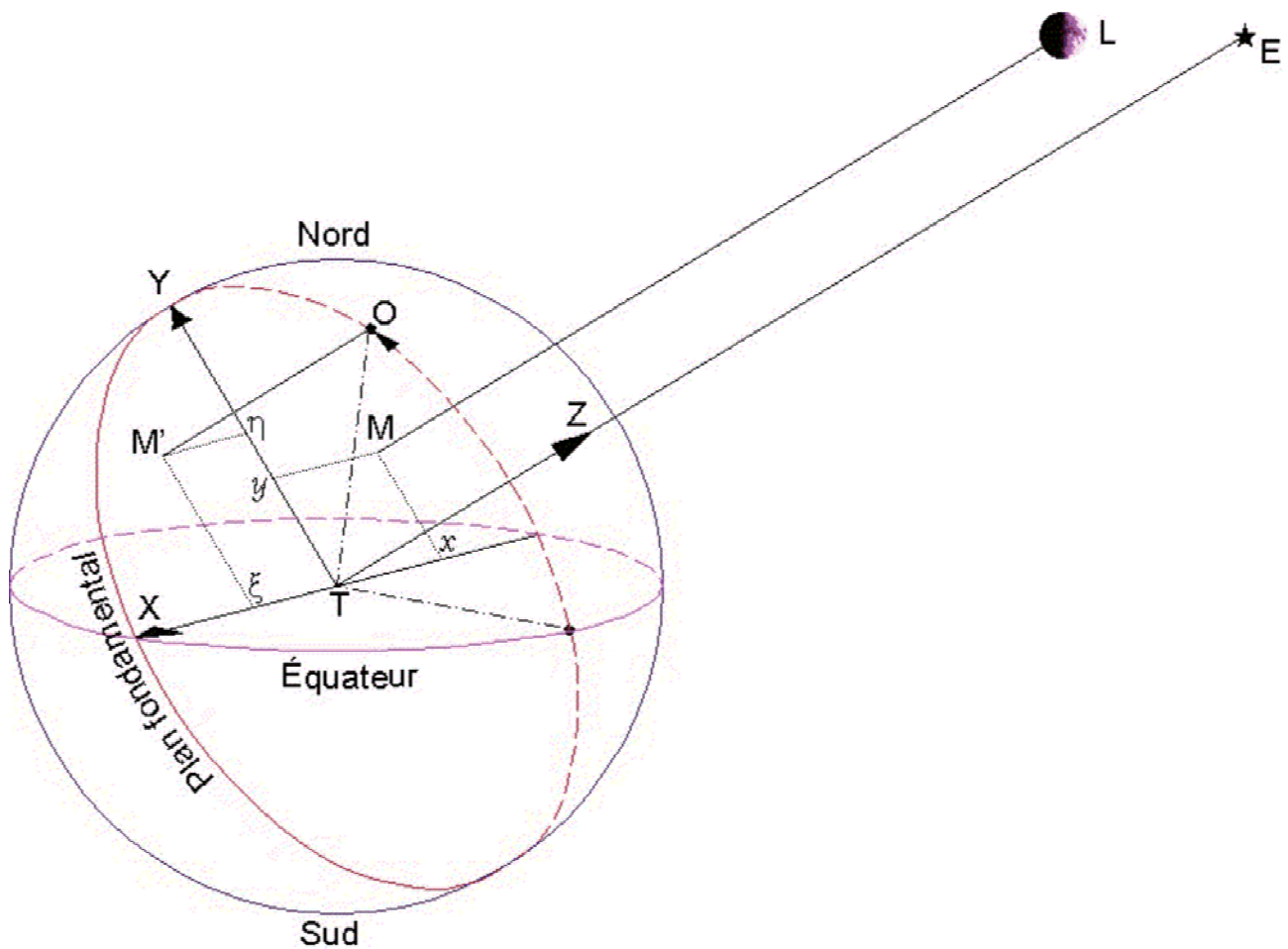
T_0 = il tempo Universale (UT) di congiunzione in A.R.

H = l'angolo orario a Greenwich della stella a T_0

$Y = y$ a t_0

x', y' = le variazioni orarie di x e y

α_*, δ_* = rispettivamente la A.R. e la declinazione della stella.



I valori orari della posizione della Luna sono disponibili in termini di ET (*si tratta del Tempo delle effemeridi. Attualmente ci si riferisce al Tempo terrestre, TT – N. d. C.*) così gli e.b. sono dapprima calcolati in termini di ET e successivamente il tempo e l'angolo orario sono adattati per la differenza estrapolata fra UT e ET.

Le formule per x e y , le coordinate del centro dell'ombra nel p.f., sono:

$$\chi = \frac{\cos \delta_{\zeta} \sin(\alpha_{\zeta} - \alpha_{*})}{\sin \Pi_{\zeta}}$$

$$\nu = \frac{\sin \delta_{\zeta} \cos \delta_{*} - \cos \delta_{\zeta} \sin \delta_{*} \cos(\alpha_{\zeta} - \alpha_{*})}{\sin \Pi_{\zeta}}$$

<http://digilander.libero.it/occultazioni>

Al tempo della congiunzione:

$$\chi = 0$$

$$v = Y = \frac{\delta_{\zeta} - \delta_*}{\Pi_{\zeta}}$$

$$\chi' = 15 \cos \delta_{\zeta} \frac{\alpha'_{\zeta}}{\Pi_{\zeta}}$$

$$v' = \frac{\delta'_{\zeta}}{\Pi_{\zeta}} - Y \frac{\Pi'_{\zeta}}{\Pi_{\zeta}}$$

Dove x' , y' , α'_{ζ} , δ'_{ζ} , Π'_{ζ} sono le variazioni orarie di x , y , α_{ζ} (in secondi di tempo) e δ_{ζ} , Π_{ζ} (in secondi d'arco).

Le variazioni orarie, al tempo della congiunzione delle coordinate della Luna si possono ottenere con sufficiente precisione interpolando le differenze prime al tempo della congiunzione.

Poiché x e y sono lineari per la precisione richiesta e x' y' sono costanti è del tutto semplice calcolare la gran parte degli elementi con due metodi cosicché il confronto dei due risultati fornisce un completo controllo. Nel primo metodo i valori di x e y sono calcolati per l'ora intera T_1 precedente la congiunzione e l'ora intera T_2 immediatamente seguente. Se questi valori vengono rispettivamente chiamati x_1, y_1 e x_2, y_2 si ha:

$$x' = x_2 - x_1 \qquad y' = y_2 - y_1$$

$$T_E \text{ (tempo della congiunzione in ET)} = T_1 - (x_1 / x')$$

$$Y = y_1 - x_1 y_1 / x_1$$

$$H_E = \text{Tempo siderale delle effemeridi a } 0^h \text{ ET} + \text{equivalente siderale di } T_E - \alpha_*.$$

<http://digilander.libero.it/occultazioni>

Nel secondo metodo, i valori di α_{ζ} , δ_{ζ} , e Π_{ζ} e le loro variazioni per il tempo T_E date dal primo metodo sono ottenute mediante interpolazione nelle effemeridi orarie della Luna. Y , x' e y'

sono derivate da formule dirette e vengono confrontate con i valori già ottenuti; α_{C} , e δ_{C} sono confrontati per verificare il valore di T_{E} .

H_{E} è calcolato indipendentemente come verifica sostituendo α_{*} con α_{C} . L'adattamento da ET a UT è ottenuto ponendo:

$$T_0 = T_{\text{E}} - \Delta T$$

$$H = H_{\text{E}} - 1,002738 \Delta T.$$

1.2 Calcolo di accurate previsioni

Nella previsione numerica delle occultazioni l'unica condizione matematica che deve essere soddisfatta è che all'istante della scomparsa o della ricomparsa la linea che congiunge la stella e l'osservatore dev'essere tangente al bordo della Luna. Il problema è quello di trovare l'istante nel quale la proiezione della posizione dell'osservatore sul p.f. giace su di un cerchio di raggio costante (k) il cui centro (x, y) è la proiezione del centro della Luna. Il raggio costante k è il raggio della Luna, qui espresso in unità di raggio equatoriale terrestre. Il valore adottato nelle previsioni è 0,2725 (secondo *The Astronomical Almanac for the Year 1999*, per le eclissi si deve adottare $K = 0,2725076 - N. d. C.$).

Se ξ, η sono le coordinate nel p.f. della proiezione della stazione dell'osservatore, la condizione per la scomparsa e la ricomparsa è la seguente:

$$(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 - k^2 = 0$$

All'istante preliminare t_1 questa equazione non è in genere soddisfatta ed il metodo seguente è utilizzato per ottenere un tempo più accurato. I dati basilari disponibili per ogni previsione consistono degli elementi besseliani al tempo della congiunzione ($T_0, H, Y, x', y', \delta_*$), delle coordinate geocentriche ($\lambda, \rho \cdot \sin \varphi', \rho \cdot \cos \varphi'$) della stazione e dei valori preliminari dell'intervallo di tempo (t_1) dal tempo della congiunzione e dell'angolo di posizione (P_0).

Quindi indicando le quantità al tempo t_1 con indice 1:

$$h_1 = H - \lambda + t_s$$

Dove $t_s = 1,002738 t_1$, è il tempo siderale equivalente di t_1 .

<http://digilander.libero.it/occultazioni>

$$x_1 = x' t_1$$

$$y_1 = Y + y' t_1$$

$$\xi_1 = \rho \cdot \cos \varphi' \sin h_1$$

$$\eta_1 = \rho \cdot \sin \varphi' \cos \delta_* - Q_1 \sin \delta_*$$

$$Q_1 = \rho \cdot \cos \varphi' \cos h_1$$

$$f_1 = x_1 - \xi_1$$

$$g_1 = y_1 - \eta_1$$

$$f'_1 = x' - h' Q_1$$

$$g'_1 = y' - h' \xi_1 \sin \delta_*$$

Dove f'_1 , g'_1 , h' sono le variazioni orarie di f_1 , g_1 , h ; h' è misurato in radianti / ora e vale $[(2 \pi 1,002738) / 24] = 0,2625$.

Quindi:

$$f'_1 = x' - 0,2625 Q_1$$

$$g'_1 = y' - 0,2625 \xi_1 \sin \delta_*$$

Al tempo dell'occultazione, $t_1 + \Delta t$, se si presume che f'_1 e g'_1 siano costanti:

$$(f_1 + f'_1 \Delta t)^2 + (g_1 + g'_1 \Delta t)^2 - k^2 = 0$$

Poiché Δt è generalmente piccolo, una prima approssimazione è data da:

$$\Delta t_1 = \frac{k^2 - f_1^2 - g_1^2}{2(f_1 f'_1 + g_1 g'_1)}$$

Ed una seconda approssimazione è fornita da $\Delta t_1 + \Delta t_2$ dove:

$$\Delta t_2 = -(\Delta t_1)^2 \left[\frac{(f'_1)^2 + (g'_1)^2}{2(f_1 f'_1 + g_1 g'_1)} \right]$$

Definendo per il tempo t_1 :

$$n_1^2 \equiv f_1'^2 + g_1'^2$$

$$kn_1 \cos \psi_1 \equiv f_1 f'_1 + g_1 g'_1$$

<http://digilander.libero.it/occultazioni>

Quindi al tempo $t_1 + \Delta t$:

$$f = f_1 + f'_1 \Delta t$$

$$g = g_1 + g'_1 \Delta t.$$

$$kn \cos \psi = kn_1 \cos \psi_1 + n_1^2 \Delta t$$

Queste quantità possono essere usate per confermare che $f^2 + g^2 - k^2 = 0$ o se è necessario per calcolare una terza correzione (*che omettiamo per brevità N. d. C.*) e per ottenere l'angolo di posizione $\sin P = -f/k$ ovvero: $\cos P = -g/k$.

La quantità n è una misura del moto della Luna relativo ad un osservatore e ψ è l'angolo fra il raggio del centro della Luna e la direzione di questo moto; ψ è compreso fra 180° e 90° per le scomparse e fra 0° e 90° per le ricomparses. Quindi $kn \cos \psi$ è negativo per le scomparse e positivo per le ricomparses; è massimo per le occultazioni centrali ma diventa piccolo come ψ si avvicina a 90° ovvero quando l'occultazione diventa una radente. Qualunque errore nella posizione della stella o nel bordo assunto per la Luna comporta un aumento nell'errore del tempo previsto dell'occultazione che è inversamente proporzionale a $kn \cos \psi$; di conseguenza $kn \cos \psi$ è stato usato come criterio per lo scarto delle occultazioni radenti [...].

Dopo la formazione di h_1 , si deve effettuare un passo intermedio per controllare il limite dell'altezza. Questo consiste nel seguente:

$$s = \sin(alt) - \sin 10^\circ = \rho \cdot \sin \varphi' \sin \delta_* + Q_1 \cos \delta_* - 0,173$$

Quelle occultazioni per le quali s è negativo devono essere esaminate e vanno eliminate a meno che esse siano così prossime al limite che la successiva correzione al tempo produrrà sufficienti variazioni, oppure per le stelle più luminose della seconda magnitudine. I casi incerti vanno riesaminati a calcoli completati.

L'angolo di posizione P misurato dal punto nord del disco della Luna verso Est, è determinato dalla minore delle due funzioni $\sin P$ e $\cos P$ e confrontata, come verifica generale, col valore fornito dalla macchina per le occultazioni. (*Fino a non molti anni or sono gli astronomi impiegavano per i tempi preliminari delle occultazioni un ordigno meccanico di squisita fattura. Si suggerisce di ricavare l'angolo di posizione per via di tangente ($\sin P / \cos P = -f / -g$ che va riferito nel corretto quadrante - N. d. C.)*)

1.3 Coefficienti di longitudine e di latitudine

I coefficienti di longitudine e di latitudine, indicati rispettivamente con a e b , sono gli andamenti della variazione del tempo di occultazione con la posizione d'osservazione; essi mettono in grado, per gli osservatori situati nelle vicinanze di una stazione per la quale sono disponibili le predizioni, di derivare le predizioni per le loro rispettive stazioni. Essi sono determinati in minuti di tempo per ogni grado di longitudine e di latitudine dalle formule:

$$a = -\frac{K}{kn \cos \psi} (fQ + g\xi \sin \delta_s)$$

$$b = -\frac{K}{kn \cos \psi} \{C^2 \rho \sin \varphi' (f \sin(h) - g \sin \delta_s \cos(h)) - SC \rho \cos \varphi' g \cos(\delta_s)\}$$

Dove $K = 60^3 \sin 1'' = 1,047$ è il fattore di conversione numerico necessario per esprimere a e b in minuti di tempo per grado (invece di ore per radiante);

$$S = \frac{\rho \sin \varphi'}{\sin \varphi}$$

ed infine C :

$$C = \frac{\rho \cos \varphi'}{\cos \varphi}.$$

<http://digilander.libero.it/occultazioni>

1.4 Limitazioni imposte sulle previsioni

Poco fa si è detto che non tutte le occultazioni possono essere osservate e quindi è logico definire dei criteri di previsione. Qui di seguito trascriviamo una Direttiva, da noi tradotta in italiano, emanata a suo tempo dai competenti Uffici della Marina Militare inglese e americana.

“Le stelle per le quali sono fatte le previsioni sono circoscritte a quelle di magnitudine 7,5 e più luminose contenute nel *Catalog of 3539 Zodiacal Stars for the Equinox 1950.0 (Z. C.)* pubblicato in A.P.A.E., **10**, part II, 1940. (*Attualmente si fa riferimento a Cataloghi più recenti e precisi riferiti all'equinozio J2000.0 – N. d. C.*).

Al lembo illuminato vengono fornite le immersioni solo per le stelle di magnitudine 4,5 o più luminose e le emersioni per quelle di magnitudine 3,5 o più luminose. Al lembo scuro vengono fornite le emersioni solo per stelle di magnitudine 6,5 o più luminose; perciò dopo la Luna Piena non viene data nessuna previsione di stelle più deboli di 6,5 magnitudini.

Entro 24 ore dalla Luna Nuova non è fornita nessuna previsione mentre entro 48 ore le previsioni sono circoscritte a stelle di magnitudine 1,9 o più luminose.

Entro 24 ore dalla Luna Piena, eccetto durante un'eclisse totale di Luna quando sono usate le adatte limitazioni al lembo oscuro, la magnitudine limite è 3,0, entro 48 ore è 5,5 ed entro 72 ore è 6,5.

Le stelle devono essere ad almeno 10 gradi sull'orizzonte ad esclusione di quelle di magnitudine 1,9 e più luminose il cui limite è di 2 gradi.

Durante la luce diurna vengono fornite previsioni per stelle di magnitudine 1,9 e più luminose.

Per le altre stelle le prime ed ultime circostanze per le quali vengono fornite le predizioni corrispondono alle seguenti depressioni del Sole.

Magnitudine	Prime	Ultime
2,0 – 4,5	Tramonto	6°
4,6 – 5,5	3°	9°
5,6 – 7,5	6°	12°

Nel proseguimento è spiegato, per le occultazioni radenti, il criterio per la loro eliminazione o per l'omissione dei coefficienti di longitudine e di latitudine (i quali diventano inaffidabili in prossimità di condizioni di radenza) che dipende dalla quantità $kn \cos \psi$ e che risulta dai calcoli di predizione.

Le occultazioni sono totalmente omesse quando il valore di $kn \cos \psi$ al momento dell'occultazione è numericamente inferiore a 0,030 a meno che la stella sia più luminosa di 1,5 magnitudini quando il valore del limite è portato a 0,015; il corrispondente valore per l'omissione dei coefficienti di latitudine e di longitudine è 0,060." (*Termine traduzione citata normativa*)

<http://digilander.libero.it/occultazioni>

1.5 Paralleli limiti

È utile conoscere quali sono i paralleli che limitano la visibilità dell'occultazione, vale a dire quei valori i quali, oltrepassati, non permettono la visibilità dell'osservazione. Il metodo che qui si riporta è una forma pratica del metodo sviluppato da Chauvenet nel suo testo: *Spherical and Practical Astronomy* Vol. I, p. 516.

Indichiamo con φ_1 e con φ_2 i paralleli limitanti Nord e Sud. Si ha:

$$\begin{array}{lll} \cot N = y' / x' & \text{con } y' \text{ ritenuto positivo} & 0 \leq N \leq 90^\circ \\ \cos \gamma_1 = Y \sin N + 0,2725 & & \gamma_1 < 180^\circ \\ \cos \gamma_2 = Y \sin N - 0,2725 & & \gamma_2 < 180^\circ \\ \sin \beta = \sin N \cos \delta_* & & \beta < 90^\circ \end{array}$$

Se per l'emisfero Nord ...	allora...
$\cos \gamma_2 > \sin \beta$	$\varphi_1 = \beta + \gamma_2$
$\cos \gamma_2 < \sin \beta$ e γ_1 è immaginario	$\varphi_1 = + 90^\circ$
$\cos \gamma_2 < \sin \beta$ e $\cos \gamma_1 > \sin \beta$	$\varphi_1 = + 90^\circ$
$\cos \gamma_2 < \sin \beta$ e $\cos \gamma_1 < \sin \beta$	$\varphi_1 = 180^\circ - \beta - \gamma_1$
$\cos \gamma_2 > -\sin N$	$\sin \varphi_2 = \sin (N - \gamma_2) \cos \delta_*$
$\cos \gamma_2 < -\sin N$	$\varphi_2 = -(90^\circ - \delta)$
γ_2 è immaginario e $\cos \gamma_1 > -\sin N$	$\varphi_2 = -(90^\circ - \delta)$
γ_2 è immaginario e $\cos \gamma_1 < -\sin N$	$\sin \varphi_2 = \sin (N - \gamma_1) \cos \delta_*$

Se per l'emisfero Sud ...	allora...
$\cos \gamma_1 < -\sin \beta$	$\varphi_2 = \gamma_1 - \beta - 180^\circ$
$\cos \gamma_1 > -\sin \beta$ e γ_2 è immaginario	$\varphi_2 = -90^\circ$
$\cos \gamma_2 > -\sin \beta$ e $\cos \gamma_2 < -\sin \beta$	$\varphi_2 = -90^\circ$
$\cos \gamma_2 > -\sin \beta$ e $\cos \gamma_2 > -\sin \beta$	$\varphi_2 = \beta - \gamma_2$
$\cos \gamma_1 < \sin N$	$\sin \varphi_1 = \sin (N + \gamma_1) \cos \delta_*$
$\cos \gamma_1 > \sin N$	$\varphi_1 = 90^\circ + \delta_*$
γ_1 è immaginario e $\cos \gamma_2 < \sin N$	$\varphi_1 = 90^\circ + \delta_*$
γ_1 è immaginario e $\cos \gamma_2 > \sin N$	$\sin \varphi_1 = \sin (N + \gamma_2) \cos \delta_*$

<http://digilander.libero.it/occultazioni>

1.6 Disegno della mappa di visibilità

Ricordiamo che con x' , y' abbiamo indicato le variazioni orarie di x e y così esprimibili:

$$x_1 = x' t_1$$

$$y_1 = Y + y' t_1$$

Le coordinate del centro dell'ombra della Luna sulla superficie della Terra al Tempo Universale t della congiunzione in ascensione retta sono date da:

$$x_1 = x' t_1$$

$$y_1 = Y + y' t_1 \tag{1.6.1}$$

$$z_1 = (1 - x_1^2 - y_1^2)^{0,5}$$

Dove z è misurato nella direzione dell'ombra dal piano fondamentale verso la Luna. Le coordinate rettangolari (ξ , η , ζ) del bordo dell'ombra sulla superficie della Terra sono date da:

$$\xi = x_1 - k \sin Q$$

$$\eta = y_1 - k \cos Q \tag{1.6.2}$$

$$\zeta = (1 - \xi^2 - \eta^2)^{0,5}$$

Dove $k = 0,2725$ è il raggio della Luna espresso in raggi terrestri e Q sono i cicli espressi da 0° a 360° . La longitudine e la latitudine (λ , φ) di un punto posto sul bordo dell'ombra sono ottenute con la seguente equazione, nella quale si sostituirà (x, y, z) con (ξ, η, ζ) .

$$\varphi = \text{asin} (y \cos \delta + z \sin \delta)$$

$$h = \text{atan} \{x / [(-y \sin \delta) + (z \cos \delta)]\} \tag{1.6.3}$$

$$\lambda = h - (H + 15 \cdot 1,002738 t)$$

Si proiettino le longitudini e le latitudini dei continenti, delle isole e delle località d'interesse su di un piano passante per il centro della Terra e perpendicolare alla direzione definita da un vettore dal centro della Terra al luogo λ_c, φ_c dove con (λ_c, φ_c) si indicano la longitudine e la latitudine del centro dell'ombra al momento della congiunzione. Questo piano ruota con la Terra e coincide col piano fondamentale alla congiunzione. Le coordinate rettangolari di un luogo posto alla longitudine e latitudine (λ, φ) sono date da:

$$\begin{aligned} u &= \cos \varphi \sin (\lambda - \lambda_c) \\ v &= \sin \varphi \cos \varphi_c - \cos \varphi \sin \varphi_c \cos (\lambda - \lambda_c) \\ w &= \sin \varphi \sin \varphi_c + \cos \varphi \cos \varphi_c \cos (\lambda - \lambda_c) \end{aligned} \tag{1.6.4}$$

Dove u e v sono nel piano con origine nel centro della Terra; u è a Est, v è a Nord e W è l'altezza del luogo dal piano; $w \geq 0$ per tutti i luoghi che si disegneranno. Quando $\xi^2 + \eta^2 > 1$ l'ombra della Luna lambirà solo in parte la Terra. Per trovare i valori Q_1 e Q_2 dove il bordo dell'ombra taglia la superficie della Terra si osservi la **Figura 9.41.1**. L'arco AB compreso fra gli angoli polari θ_1 e θ_2 verrà disegnato ponendo $x = \cos \theta$ $y = \sin \theta$ e $z = 0$ e utilizzando le equazioni (1.6.3) e (1.6.4). Gli angoli polari si determinano ne modo seguente. Si calcolino Q_1 e Q_2 tramite:

$$\sin(Q_1 + S) = (k^2 + D^2 - 1) / (2 kD) \quad \text{e} \quad Q_2 = 180^\circ - Q_1 - 2S.$$

Nelle quali:

$$D = (x_o^2 - y_o^2)^{0.5} \quad \text{e} \quad S = \text{atan}(y_o / x_o)$$

<http://digilander.libero.it/occultazioni>

Quindi per $i = 1$ e 2

$$\xi_i = x_o - k \sin Q_i$$

$$\eta_i = y_o - k \cos Q_i$$

$$\theta_i = \text{atan}(\eta_i / \xi_i) \quad 0^\circ \leq \theta_i \leq 360^\circ.$$

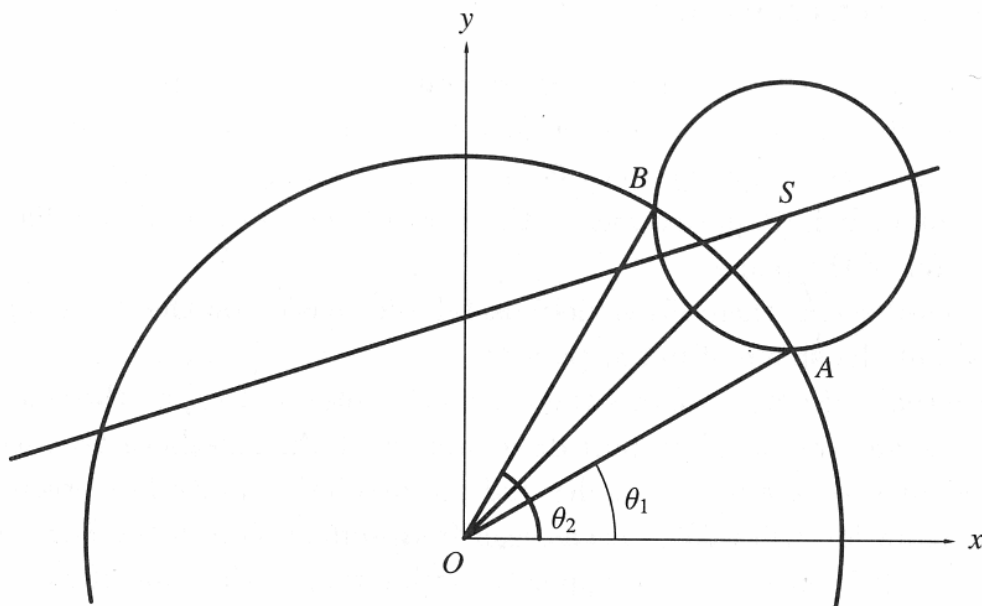


Figure 9.41.1
Fundamental plane showing path of occultation

L'area totale di visibilità dell'occultazione potrà essere disegnata ripetendo i calcoli per una serie di istanti, sul medesimo diagramma, per l'inizio e per il termine dell'occultazione.

Una procedura simile a quella poc'anzi descritta potrebbe essere applicata per predire l'area di visibilità di pianeti da parte della Luna.

<http://digilander.libero.it/occultazioni>

Parte seconda

2.1 Applicazione pratica

Per dare un senso di continuità riprendiamo l'esempio già svolto con il metodo semplificato nel nostro lavoro *Propedeutica al calcolo delle eclissi e delle occultazioni di stelle (2005)* dell'occultazione di Aldebaran il 22 Marzo 1999 a Siena. Per fare onore al metodo di calcolo rigoroso studiato da Bessel, occorre attingere a coordinate della Luna che diano la garanzia di un'incertezza non peggiore di $0^s,005$ nelle AR, di $0'',05$ nelle declinazioni e di $0'',005$ nelle parallassi. A tal uopo si sono rilevate soddisfacenti le coordinate calcolabili dalla sezione effemeridi del programma [18]. Nel presente esempio abbiamo ricavato le coordinate della Luna da una effemeride a stampa per uso professionale [22].

Sorvoleremo sui metodi impiegabili per determinare l'istante approssimativo della congiunzione, rimandando al lavoro sopra indicato. Un'indagine ha appurato che Aldebaran sarà occultata attorno alle 18:50 per la seguente località:

$$\varphi = 43^\circ 19' 03'',5 \text{ N}$$

$$\lambda = 11^\circ 19' 56'',8 \text{ EG}$$

$$Q = +321,31 \text{ m}$$

Nel presente esempio effettuiamo i calcoli sull'ellissoide IAU1976. Per l'epoca 1999 Marzo 22, la quantità TT – UT vale $+63^s,56$.

Coordinate geocentriche apparenti della Luna desunte da [22]

Coordinate apparenti di Aldebaran calcolate a partire da [14]

TT	α_{\odot}	δ_{\odot}	Π_{\odot}	α_*	δ_*
18:00	68°,683 388 19	+17°,026 275 52	0°,993 610 78	68°,963 731	+16°,504 707
19:00	69°,298 674 57	+17°,128 577 04	0°,993 274 23	68°,963 731	+16°,504 707

Seguono i valori intermedi arrotondati alla sesta decimale (stima dell'occultazione a 18^h 50^m UT1):

$$x_1 = -0,269 792$$

$$y_1 = +0,525 129$$

$$x_2 = +0,322 269$$

$$y_2 = +0,628 381$$

$$x' = +0,592 061$$

$$y' = +0,103 252$$

$$Y = +0,572 179$$

$$T_e = 18^h,455 682$$

$$T_0 = 18^h,438 027$$

$$H_e = 25^h,845 658 \quad \text{questo e il successivo coincidono quando } \Delta T = 0$$

$$H = 25^h,827 954$$

$$t_1 = 0^h,459 047$$

$$t_s = 0^h,460 304$$

$$h_1 = 27^h,043 754$$

$$x_1 = 0,271 784$$

$$y_1 = 0,619 577$$

$$\xi = 0,521 171$$

$$n_1 = 0,509 729$$

$$Q_1 = 0,509\ 366$$

$$f_1 = -0,249\ 387$$

$$g_1 = +0,109\ 848$$

$$f'_1 = +0,458\ 344$$

$$g'_1 = +0,064\ 384$$

$$kn \cos \psi = -0,107\ 233$$

$$\Delta t_1 = -1,968\ 618 \cdot 10^{-9}$$

$$\Delta t_2 = +3,871\ 111 \cdot 10^{-18}$$

$$f = -0,249\ 387$$

$$g = +0,109\ 848.$$

Calcolo dei paralleli limiti entro i quali si potrà assistere all'occultazione:

$$N = +80,107\ 419$$

$$\cos \gamma_1 = +0,836\ 179$$

$$\cos \gamma_2 = +0,291\ 164$$

$$\sin \beta = +0,944\ 541.$$

<http://digilander.libero.it/occultazioni>

Presentazione dei risultati per l'occultazione di Aldebaran a Siena per l'epoca 1999 Marzo 22.

Riferimento: *coordinate ellissoidiche nel sistema IAU 1976.*

$$\varphi = 43^{\circ} 19' 03'',5 \text{ N}$$

$$\lambda = 11^{\circ} 19' 56'',8 \text{ EG}$$

$$Q = +321,31 \text{ m}$$

Fenomeno: *immersione senza correzione al bordo (profilo istantaneo).*

$$\text{Istante: } 18^{\text{h}} 53^{\text{m}} 49^{\text{s}},5 \text{ UT} \quad (\Delta T = +63^{\text{s}},56) \quad (\text{da arrotondarsi al decimo di minuto})$$

$$\text{Angolo di posizione: } 113^{\circ},8$$

$$\text{Coefficiente } a = -1^{\text{m}},08 \quad (\text{da arrotondarsi al decimo di minuto})$$

$$\text{Coefficiente } b = -2^{\text{m}},09 \quad (\text{da arrotondarsi al decimo di minuto})$$

Criterio di visibilità geografica nell'ellissoide IAU 1976.

$$\text{Estrema latitudine Nord} = +75^{\circ} 54' 37''$$

$$\text{Estrema latitudine Sud} = -06^{\circ} 44' 38''$$

Calcolatore utilizzato: Hewlett Packard® **HP 48GX.**

Rapporto memoria totale per l'utente / memoria libera: **127955 / 39680.**

Tempo approssimativo di esecuzione dei calcoli richiesto dal metodo di Bessel: **18 secondi.**

<http://digilander.libero.it/occultazioni>

Bibliografia

- [1] AA. VV.. *Explanatory Supplement to the American Ephemeris and Nautical Almanac*, Washington, London, U. S. Government Printing Office, Her Majesty's Stationery Office, 1974.
- [2] AA. VV.. *Nautical Almanac Offices. The Astronomical Ephemeris for the Year 1961*, London, Her Majesty's Stationery Office, 1959.
- [3] Abetti, Giorgio. *Il sole*, Milano, Hoepli, 1936.
- [4] Armellini, G.. *I fondamenti scientifici della astronomia*, Milano, Hoepli, 1952.
- [5] Bencini, Piero (curatore). *Appunti di cartografia*, Firenze, Istituto Geografico Militare, 1976.
- [6] Bureau des Longitudes. *Connaissance des Temps – Éphémérides Astronomiques pour 1996*, Lassay–les–Châteaux, les Editions de Physique, 1995.
- [7] Bureau des Longitudes; Institut de Mécanique Céleste et de calcul des Éphémérides. *Connaissance des Temps – Éphémérides Astronomiques pour 2004*, Les Ulis Cedex A, France, EDP Science, 2003.
- [8] Cotichia, A.; Maseroli, R.; Pierozzi, M.; Surace, L.. *Le determinazioni astronomiche di posizione in Italia dalle origini al 1991*, Firenze, Istituto Geografico Militare, 1995.
- [9] Fazio, Michelangelo. *SI, MKSA, CGS & Co. – Dizionario e manuale delle unità di misura*, 3^a ed., Bologna, Zanichelli, 1995.
- [10] Fichera, Elio; Barbalace Alfonso; Osservatorio Astronomico di Capodimonte; Gabinetto d'Idrografia dell'Istituto Universitario Navale di Napoli. *Osservazione cronometrica dell'eclisse totale di Sole del 15 Febbraio 1961*, Firenze, Istituto Geografico Militare, 1962.

(segnaliamo un errore sfuggito a p. 602, 3° rigo dall'alto, correggere: “attendere il 3 Novembre 2081” con: “attendere il 3 Settembre 2081”).

- [11] Flora, Ferdinando. *Astronomia nautica (navigazione astronomica)*, 5^a ed., Milano, Hoepli, 1964.
- [12] Fresa, Alfonso. *La luna*, 3^a ed., Milano, Hoepli, 1952.
- [13] Herald, Dave. *Occult*, versione 3.1.0, Australia, 2003, (*software*).
- [14] Hirshfeld, Alan; Sinnott, Roger W.; Ochsenein, François. *Sky Catalogue 2000.0, Volume 1: Stars to Magnitude 8.0*, 2^a ed., Cambridge (Massachusetts) e Cambridge (United Kingdom), Sky Publishing Corporation e Cambridge University Press, 1991.
- [15] Istituto Geografico Militare. *Stralcio del Catalogo dei punti trigonometrici contenuti nel Foglio n. 087 della Carta d'Italia al 100.000*, Firenze, IGM, 1975.
- [16] Limburg, Eric. *The Lunar Occultation Workbench (LOW)*, Versione 2.0, The Netherlands, Dutch Occultation Association, 1998, (*software*).
- [17] Limburg, Eric.. *The Lunar Occultation Workbench (LOW)*, Versione 3.1 Professional con Watts database e con Moon Limb, The Netherlands, Dutch Occultation Association, 2001, (*software*).
- [18] Marriott, Chris A.. *SkyMap Pro*, versione 10, United Kingdom, 2003, (*linguaggio C++*).
- [19] Meeus, Jean. *Astronomical Algorithms*, Richmond, Virginia, Willmann – Bell, 1991.
- [20] Merril, Matthew M.. *Solar*, versione 1.40, South Gate, California, 1991, (*linguaggio QuickBasic 4.5*).
- [21] Nautical Almanac Offices. *Improved Lunar Ephemeris 1952–1959*, Washington, DC, U. S. Government Printing Office, 1954.

- [22] Nautical Almanac Offices. *The Astronomical Almanac for the Year 1999*, Washington, London, U. S. Government Printing Office, The Stationery Office, 1998.
- [23] Pflieger, Thomas; Montenbruck, Oliver. *Occult*, versione 93/07/01, Germania, 1993, (*linguaggio Turbo Pascal*).
- [24] Robertson, James. *Catalog of 3539 Zodiacal Stars for the Equinox 1950.0*, Washington, Astronomical Papers of the American Ephemeris, Vol. X, part 2, 1940.
- [25] Sambo, Alberto. *Problemi di astronomia sferica e teorica*, Galliera Veneta, Biroma, 1990.
- [26] Seidelmann, P. Kenneth (editor). *Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac*, Mill Valley, California, University Science Books, 1992.
- [27] Société Astronomique de France. *Éphémérides Astronomiques 2001*, Paris, l'Astronomie, 2000.
- [28] Tirion, Wil. *Sky Atlas 2000.0 – 26 Star Charts, covering both Hemispheres*, Desk edition, Cambridge (Massachussets), USA, Sky Publishing Corporation, 1987.
- [29] Tirion, Wil; Ridpath, Ian. *Guida delle stelle e dei pianeti*, Padova, Franco Muzzio & C. Editore, 1988.
- [30] *Bessel*, versione 1.0, Italia, 2001, (*linguaggio RPL*).
- [31] *Ecli*, versione 1.0, Italia, 1999, (*linguaggio RPL*).
- [32] *Occ*, versione 1.1, Italia, 2004, (*linguaggio RPL*).
- [33] Zagar, Francesco. *Astronomia sferica e teorica*, Bologna, Zanichelli, 1948.

