

Prova scritta di Analisi Matematica III
Corso di Laurea Triennale in Fisica

15 Settembre 2010

1) Si calcoli

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1 - \cos(2x)}{x} dx,$$

a meno di un errore di $\frac{1}{1000}$.

2) Si stabilisca se per l'equazione differenziale

$$(x^2 + 1)y' = xy + 2y^3$$

valgono le ipotesi del Teorema di esistenza e unicità. Si determini, inoltre, il suo integrale generale, specificando l'intervallo massimale di definizione della soluzione e il suo segno.

3) Si risolva il sistema

$$\begin{cases} y_1' = y_1 + y_2 + y_3 \\ y_2' = y_1 + y_2 + y_3 \\ y_3' = y_1 + y_2 + y_3 \end{cases}$$

4) Dato il Problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = y^4 - 2y^2 - 8 \\ y(0) = -1 \end{cases}$$

si provi che esso ammette una ed una sola soluzione e si disegni il grafico approssimato di tale soluzione senza risolvere l'equazione differenziale.

Gli studenti che sostengono l'esame di Equazioni differenziali ordinarie devono risolvere esclusivamente gli esercizi n.2 e n. 3