LA NUMERATION AU COURS DU TEMPS

1. Les Babyloniens

La technique de comptage avec les doigts et les phalanges vous donne une idée de l'origine de l'utilisation des douzaines ou de la base 60 (60 secondes dans une minute…).

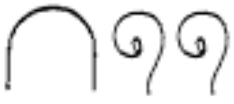
182 : 3 soixantaines et 2 unités

342 : 5 soixantaines et 42 unités

2001 : 33 soixantaines et 21 unités

2. Les Egyptiens

A un symbole donné est associé un nombre, toujours le même, peu importe la position du symbole. Ce n'est donc pas une numération de position.

210 : 

2001 : 

3,5 : 

7,125 : 

3. **Les Mayas**

264 : 13 vingtaines et 4 unités	2001 : 5 vingtaines de vingtaines et une unité
III ____ ____ IIII	___ 0 I

4. Les Chinois

Le boulier B représente :
3+(1+5)x10+(1+5)x100+5x1000+2x10000 = 25663

Somme des deux bouliers :

0	0	0	0	0			0	0
0	0	0						0
					0	0		
			0	0	0	0	0	
//////////	//////////	//////////	//////////	//////////	//////////	//////////	//////////	//////////
		0	0	0	0	0	0	0
		0	0		0		0	0
			0		0		0	0
0	0		0				0	0
0	0			0		0		
0	0	0		0		0		
0	0	0		0	0	0		
0	0	0	0	0	0	0	0	0

Qui peut se simplifier sous la forme :

0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0			0	0		0
			0	0			0	
//////////	//////////	//////////	//////////	//////////	//////////	//////////	//////////	//////////
		0	0	0	0	0	0	0
		0	0	0	0		0	0
			0		0		0	0
0	0		0		0		0	0
0	0					0		
0	0	0		0		0		
0	0	0		0		0		
0	0	0	0	0	0	0	0	0

Qui vaut finalement :

4+(4+5)x10+1x100+4x1000+(1+5)x10000+(4+5)x100000+2x1000000

Ce qui fait 2964194

5. La numération décimale

Ce qui vous est expliqué pour la base 10 peut être étendu à n'importe quelle base n.

Le chiffre de plus à droite représente la nombre d'unités, c'est à dire de n^0.

Le chiffre suivant représente le nombre de n^1 (les dizaines si n=10, 10^1=10)

Le chiffre suivant représente le nombre de n^2 (les centaines si n=10, 10^2=100)

Et ainsi de suite.

6. Codage des informations en informatique

La numération binaire correspond à la base 2.

La base n utilise n chiffres : la base 10 en utilise 10, la base 2 en utilise 2 (le 0 et le 1).

Un bit correspond à un interrupteur qui peut être ouvert ou fermé.

S'il est ouvert,  , le courant ne passe pas. On attribue à cet état la valeur 0.

S'il est fermé,  , le courant passe. On attribue à cet état la valeur 1.

Nombre d'interrupteurs	Nombre de caractères codables	Ces caractères	Nombre de bit
1	2	0,1	1
2	4	00,01,10,11	2
3	8	000,001,010,011,100,101,110,111	3
4	16	0000,0001,0010,0011,0100,0101,0110,0111, 1000,1001,1010,1011,1100,1101,1110,1111	4
8	256	…	8

Un « mot » de 8 bit s'appelle un octet (nombre binaire à 8 chiffres pouvant valoir 0 ou 1).
Cet octet correspond, dans une machine, à un ensemble de 8 interrupteurs ouverts ou fermés.

Avec un octet on peut obtenir 256 combinaisons différentes. On peut par exemple coder 256 caractères. C'est ce qu'on appelle le code ASCII étendu (voir annexe).

Les capacités en informatique :
Le kilo-octet (Ko) : 1 Ko = 2^{10} octets = 1024 octets
Le méga-octet (Mo) : 1 Mo = 2^{20} octets = 1 048 576 octets
Le giga-octet (Go) : 1 Go = 2^{30} octets = 1 073 741 824 octets

7. Les techniques de codage

Binaire	Décimal
00000	0
00001	1
00010	2
00011	3
00100	4
00101	5
00110	6
00111	7
01000	8
01001	9

01010	10
01011	11
01100	12
01101	13
01110	14
01111	15
10000	16
10001	17
10010	18
10011	19
10100	20
10101	21
10110	22
10111	23
11000	24
11001	25

Les nombres pairs finissent par un 0, et les impairs par un 1.

Multiplier par 2 en base 2 revient à multiplier par 10 en base 10, et se traduit dans les 2 cas par l'ajout d'un 0 à droite du nombre.

Comme nous l'avons prouvé plus tôt, sur 4 bit, c'est à dire avec 4 chiffres, on peut compter jusqu'à 15, c'est à dire coder 16 caractères.
Or en base 16 (hexadécimal on utilise 16 chiffres).
Un groupe de 4 chiffres en binaire correspond donc à un seul chiffre en hexadécimal.
En effectuant cette correspondance, on peut donc diviser par 4 le nombre de caractères nécessaires.

Exemple :

Le chiffre hexadécimal F correspond à 15 en décimal.
Or 15 en décimal se traduit par 1111 en binaire.

FFFFFF en hexadécimal correspond donc à 1111 1111 1111 1111 1111 1111 en binaire (on économise de la place en codant en hexadécimal).

Pour traduire en décimal on utilise la méthode expliquée au 5.
1111 1111 1111 1111 1111 1111 =
$1x2^0+1x2^1+1x2^2+1x2^3+1x2^4+1x2^5+1x2^6+1x2^7+1x2^8+1x2^9+1x2^{10}+1x2^{11}+1x2^{12}+1x2^{13}+1x2^{14}+1x2^{15}+1x2^{16}+1x2^{17}+1x2^{18}+1x2^{19}+1x2^{20}+1x2^{21}+1x2^{22}+1x2^{23}$ = 16 777 215

On retrouve bien approximativement 16 millions, d'où la formule « 16 millions de couleurs ».

On aurait pu effectuer le même calcul à partir du nombre en hexadécimal :
$FFFFFF=15x16^0+15x16^1+15x16^2+15x16^3+15x16^4+15x16^5$ =16 777 215

8. Exercices

Exercice1

Décodage sur 8 bit :
00111100001010100010001101100011 doit être lu de la manière suivante 00111100 00101010 00100011 01100011
Traduit en décimal, cela donne 60 42 35 99

Décodage sur 16 bit :
00111100001010100010001101100011 doit être lu de la manière suivante 0011110000101010 0010001101100011
Traduit en décimal, cela donne 15402 9059

Exercice2

1) Il faut 1 octet pour représenter 256 couleurs

2) Il y a 1024x1024 points. Il faut 1 octet par point, donc en tout 1 Mo

3) On considère qu'il y a approximativement 1000 caractères sur une page, il faut donc environ 1Ko pour coder une page de texte. La mémoire nécessaire pour coder une photo, 1Mo, permet de coder environ 1000 pages de texte.

ANNEXE

Ctrl	Dec	Hex	Char	Code
^@	0	00		NUL
^A	1	01	☺	SOH
^B	2	02	☻	STX
^C	3	03	♥	ETX
^D	4	04	♦	EOT
^E	5	05	♣	ENQ
^F	6	06	♠	ACK
^G	7	07	•	BEL
^H	8	08	◘	BS
^I	9	09	○	HT
^J	10	0A	◙	LF
^K	11	0B	♂	VT
^L	12	0C	♀	FF
^M	13	0D	♪	CR
^N	14	0E	♫	SO
^O	15	0F	☼	SI
^P	16	10	►	SLE
^Q	17	11	◄	CS1
^R	18	12	↕	DC2
^S	19	13	‼	DC3
^T	20	14	¶	DC4
^U	21	15	§	NAK
^V	22	16	▬	SYN
^W	23	17	↨	ETB
^X	24	18	↑	CAN
^Y	25	19	↓	EM
^Z	26	1A	→	SUB
^[	27	1B	←	ESC
^\	28	1C	∟	FS
^]	29	1D	↔	GS
^^	30	1E	▲	RS
^_	31	1F	▼	US

Dec	Hex	Char
32	20	sp
33	21	!
34	22	"
35	23	#
36	24	$
37	25	%
38	26	&
39	27	'
40	28	(
41	29	)
42	2A	*
43	2B	+
44	2C	,
45	2D	-
46	2E	.
47	2F	/
48	30	0
49	31	1
50	32	2
51	33	3
52	34	4
53	35	5
54	36	6
55	37	7
56	38	8
57	39	9
58	3A	:
59	3B	;
60	3C	<
61	3D	=
62	3E	>
63	3F	?

Dec	Hex	Char
64	40	@
65	41	A
66	42	B
67	43	C
68	44	D
69	45	E
70	46	F
71	47	G
72	48	H
73	49	I
74	4A	J
75	4B	K
76	4C	L
77	4D	M
78	4E	N
79	4F	O
80	50	P
81	51	Q
82	52	R
83	53	S
84	54	T
85	55	U
86	56	V
87	57	W
88	58	X
89	59	Y
90	5A	Z
91	5B	[
92	5C	\
93	5D	]
94	5E	^
95	5F	_

Dec	Hex	Char
96	60	`
97	61	a
98	62	b
99	63	c
100	64	d
101	65	e
102	66	f
103	67	g
104	68	h
105	69	i
106	6A	j
107	6B	k
108	6C	l
109	6D	m
110	6E	n
111	6F	o
112	70	p
113	71	q
114	72	r
115	73	s
116	74	t
117	75	u
118	76	v
119	77	w
120	78	x
121	79	y
122	7A	z
123	7B	{
124	7C	|
125	7D	}
126	7E	~
127	7F	⌂

Dec	Hex	Char
128	80	Ç
129	81	ü
130	82	é
131	83	â
132	84	ä
133	85	à
134	86	å
135	87	ç
136	88	ê
137	89	ë
138	8A	è
139	8B	ï
140	8C	î
141	8D	ì
142	8E	Ä
143	8F	Å
144	90	É
145	91	æ
146	92	Æ
147	93	ô
148	94	ö
149	95	ò
150	96	û
151	97	ù
152	98	ÿ
153	99	Ö
154	9A	Ü
155	9B	¢
156	9C	£
157	9D	¥
158	9E	₧
159	9F	ƒ

Dec	Hex	Char
160	A0	á
161	A1	í
162	A2	ó
163	A3	ú
164	A4	ñ
165	A5	Ñ
166	A6	ª
167	A7	º
168	A8	¿
169	A9	⌐
170	AA	¬
171	AB	½
172	AC	¼
173	AD	¡
174	AE	«
175	AF	»
176	B0	▒
177	B1	▒
178	B2	▒
179	B3	│
180	B4	┤
181	B5	╡
182	B6	╢
183	B7	╖
184	B8	╕
185	B9	╣
186	BA	║
187	BB	╗
188	BC	╝
189	BD	╜
190	BE	╛
191	BF	┐

Dec	Hex	Char
192	C0	└
193	C1	┴
194	C2	┬
195	C3	├
196	C4	─
197	C5	┼
198	C6	╞
199	C7	╟
200	C8	╚
201	C9	╔
202	CA	╩
203	CB	╦
204	CC	╠
205	CD	═
206	CE	╬
207	CF	╧
208	D0	╨
209	D1	╤
210	D2	╥
211	D3	╙
212	D4	╘
213	D5	╒
214	D6	╓
215	D7	╫
216	D8	╪
217	D9	┘
218	DA	┌
219	DB	█
220	DC	▄
221	DD	▌
222	DE	▐
223	DF	▀

Dec	Hex	Char
224	E0	α
225	E1	ß
226	E2	Γ
227	E3	π
228	E4	Σ
229	E5	σ
230	E6	µ
231	E7	τ
232	E8	Φ
233	E9	Θ
234	EA	Ω
235	EB	δ
236	EC	∞
237	ED	ø
238	EE	ε
239	EF	∩
240	F0	≡
241	F1	±
242	F2	≥
243	F3	≤
244	F4	⌠
245	F5	⌡
246	F6	÷
247	F7	≈
248	F8	°
249	F9	∙
250	FA	·
251	FB	√
252	FC	ⁿ
253	FD	²
254	FE	■
255	FF	