

## Esercizi laboratorio di Geometria 1A

1) Verificare che lo spazio  $\mathbb{R}^{m \times n}$  è uno spazio vettoriale rispetto alle operazioni di somma di matrici e di prodotto di scalari per matrici.

2) Verificare che lo spazio dei polinomi reali in una indeterminata di grado minore o uguale ad  $n$  è uno spazio vettoriale rispetto alle operazioni di somma e di prodotto per scalari usuali.

3) Considero lo spazio  $F(\mathbb{R})$  costituito dalle funzioni da  $\mathbb{R}$  in  $\mathbb{R}$ . Verificare che  $F(\mathbb{R})$  è uno spazio vettoriale su  $\mathbb{R}$  con le seguenti operazioni:

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x), \forall x \in \mathbb{R}$$

(somma di funzioni)

$$(kf)(x) = k(f(x)), \forall x \in \mathbb{R}, \forall k \text{ scalare reale.}$$

(prodotto per scalari).

4) Considero il sottoinsieme di  $F(\mathbb{R})$  costituito dalle funzioni CONTINUE. Tale sottoinsieme è un sottospazio vettoriale di  $F(\mathbb{R})$ ?

5) Considero il sottoinsieme di  $F(\mathbb{R})$  costituito dalle funzioni DISPARI, cioè tali che  $f(-x) = -f(x)$ . Tale sottoinsieme è un sottospazio vettoriale di  $F(\mathbb{R})$ ?

6) Considero il sottoinsieme di  $\mathbb{R}^{2 \times 2}$  costituito dalle matrici  $2 \times 2$  aventi determinante *nullo*. Tale sottoinsieme è un sottospazio vettoriale di  $\mathbb{R}^{2 \times 2}$ ?

7) Considero il sottoinsieme di  $\mathbb{R}^{2 \times 2}$  costituito dalle matrici  $2 \times 2$  tali che  $A \cdot A = A$ . Tale sottoinsieme è un sottospazio vettoriale di  $\mathbb{R}^{2 \times 2}$ ?

8) L'insieme delle matrici  $3 \times 3$  invertibili è uno spazio vettoriale?

9) Considero il sottoinsieme  $O(2)$  di  $\mathbb{R}^{2 \times 2}$  costituito dalle matrici  $2 \times 2$  tali che  ${}^t A \cdot A = I$ . Tale sottoinsieme è un sottospazio vettoriale di  $\mathbb{R}^{2 \times 2}$ ?

## Soluzioni

- 4) Sì.
- 5) Sì.
- 6) Sì.
- 7) No.
- 8) No.
- 9) No.