Esercizi laboratorio di Geometria 1A

1) Calcolare l'inversa della seguente matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

2) Calcolare l'inversa della seguente matrice:

$$B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

3) Calcolare l'inversa della seguente matrice:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 4 & 1 \\ 2 & 4 & 7 & 4 \\ 0 & -3 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

4) Dopo aver verificato che è invertibile, calcolare l'inversa della seguente matrice:

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

5) Data la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & 2 \\ h & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h \end{pmatrix},$$

determinare i valori di h per i quali A è invertibile. Per $h = 1$, scrivere l'inversa.

6) Data la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & h \\ 3 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

determinare i valori di h per i quali A è invertibile. Per $h = 0$, scrivere l'inversa.

Soluzioni

1) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & -\frac{2}{5} & \frac{1}{5} \\ -\frac{3}{5} & \frac{1}{5} & \frac{7}{5} \\ \frac{2}{5} & \frac{1}{5} & -\frac{3}{5} \end{pmatrix}.$

2) $B^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & -\frac{2}{5} & \frac{1}{5} \\ -\frac{3}{5} & \frac{1}{5} & \frac{7}{5} \\ \frac{2}{5} & \frac{1}{5} & -\frac{3}{5} \end{pmatrix}.$

3) $C^{-1} = \begin{pmatrix} -18 & 29 & -5 & -9 \\ 5 & -7 & 1 & 2 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \\ -3 & 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$

4) $D^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{4}{3} & -\frac{7}{3} & \frac{5}{3} \end{pmatrix};$

5) A è invertibile per $h \neq 0$. Per $h = 1$, l'inversa di A è:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

6) A è invertibile per $h \neq 1$. Per $h = 0$, l'inversa di A è:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ \frac{1}{2} & -1 & -1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$