Il cilindro.

Siano dati un vettore $\overrightarrow{v}$ ed una curva L nello spazio. Il CILINDRO PARALLELO a $\overrightarrow{v}$ e avente DIRETTRICE L è l'unione di tutte le rette aventi come parametri direttori le componenti di $\overrightarrow{v}$ e che hanno intersezione non vuota con la direttrice L. Il cilindro si dice ELLITTICO se la sua direttrice è un'ellisse; si dice IPERBOLICO se la sua direttrice è un'iperbole; si dice PARABOLICO se la sua direttrice è una parabola.

ESERCIZI

1) Scrivere l'equazione parametrica del cilindro parallelo al vettore $\overrightarrow{v} = (2;-1;1)$ e avente direttrice la curva $\begin{cases} x(t) = t - t^2 \\ y(t) = t \\ z(t) = \frac{1}{t} \end{cases}$. Scrivere l'equazione parametrica della curva L' data dall'intersezione di tale cilindro con il piano $x + y = 0$.

2) Scrivere l'equazione cartesiana del cilindro parallelo al vettore $\overrightarrow{v} = (1;1;0)$ e avente come direttrice la curva $\begin{cases} x(t) = t^3 \\ y(t) = t^2 \\ z(t) = t \end{cases}$.

3) Scrivere l'equazione cartesiana del cilindro parallelo al vettore $\overrightarrow{v} = (0;1;1)$ e avente come direttrice la curva $\begin{cases} y^2 - x = 0 \\ z = 1 \end{cases}$.

4) Scrivere l'equazione cartesiana del cilindro parallelo al vettore $\overrightarrow{v} = (0;0;1)$ e avente come direttrice la curva $\begin{cases} y^2 + x^2 - 1 = 0 \\ z = 0 \end{cases}$.

SOLUZIONI

1) Cilindro: $\begin{cases} x(s;t) = t - t^2 + 2s \\ y(s;t) = t - s \\ z(s;t) = \frac{1}{t} + s \end{cases}$. L' : $\begin{cases} x(t) = t^2 - 3t \\ y(t) = -t + 3t \\ z(t) = \frac{1}{t} + t^2 - 2t \end{cases}$.

2) $z^3 - z^2 - x + y = 0$

3) $y^2 + z^2 - 2yz - x + 2y - 2z + 1 = 0$

4) $x^2 + y^2 - 1 = 0$

Il cono

Siano dati un punto V ed una curva L nello spazio. Il CONO avente VERTICE V e DIRETTRICE L l'unione di tutte le rette passanti per V e che hanno intersezione non vuota con la direttrice L. Il cono si dice ELLITTICO se la sua direttrice è un'ellisse; si dice IPERBOLICO se la sua direttrice è un'iperbole; si dice PARABOLICO se la sua direttrice è una parabola.

ESERCIZI

1) Scrivere l'equazione cartesiana del cono avente come vertice il punto $V = (1;0;3)$ e come direttrice la curva $\begin{cases} y = x^2 \\ z = 0 \end{cases}$.

2) Scrivere l'equazione cartesiana del cono avente come vertice il punto $V = (1;0;0)$ e come direttrice la curva $\begin{cases} x(t) = t^3 \\ y(t) = t^2 \\ z(t) = t \end{cases}$.

3) Scrivere l'equazione cartesiana del cono avente come vertice il punto $V = (1;0;0)$ e come direttrice la curva $\begin{cases} y^2 - x = 0 \\ z = 1 \end{cases}$.

4) Scrivere l'equazione cartesiana del cono avente come vertice il punto $V = (2;0;0)$ e come direttrice la curva $\begin{cases} y^2 + x^2 - 1 = 0 \\ z = 0 \end{cases}$.

SOLUZIONI

1) $9x^2 + z^2 - 6xz + 3yz - 9y = 0$
2) $y^3 - z^3 - xyz + yz = 0$
3) $y^2 - z^2 - xz + z = 0$
4) $4x^2 + 4y^2 - z^2 + 4z - 4 = 0$