I NUOVI PROGRAMMI DI MATEMATICA DEL TRIENNIO

Proposta per un'analisi critica

I "programmi Brocca" per la matematica hanno portato, anche nel triennio, una notevole semplificazione: il nucleo essenziale è lo stesso per tutti gli indirizzi (il che è una conferma implicita del valore formativo di base): è possibile fare un discorso sostanzialmente unitario.

L'insegnamento della Matematica deve "curare e sviluppare":

1. l'acquisizione di conoscenze a livelli più elevati di astrazione e di formalizzazione;
2. la capacità di cogliere i caratteri distintivi dei vari linguaggi (storico-naturali, formali,artificiali);
3. la capacità di utilizzare metodi, strumenti e modelli matematici in situazioni diverse;
4. l'attitudine a riesaminare criticamente e a sistemare logicamente le conoscenze via via acquisite;
5. l'interesse sempre più penetrante a cogliere aspetti genetici e momenti storic-filosofici del pensiero matematico.

L'obiettivo 3 appare più orientato verso le applicazioni; l'1 è rivolto all'organizzazione formale; più nuovi, rispetto all'insegnamento tradizionale, appaiono i restanti. L'obiettivo 2 pone l'accento sugli aspetti linguistici; il 5 introduce la dimensione storico-filosofica della matematica; il 4 si può ritenere "a cavallo" fra l'1 e il 5, in quanto il ripensamento e la sistemazione logica mettono in luce gli aspetti epistemologici e avviano all'astrazione e alla formalizzazione.

Negli "Obiettivi di apprendimento"[1] sono riprese in modo più analitico le finalità.

Si tratta di indicazioni forti per orientare l'insegnemento della matematica in senso più "culturale" rispetto alle abitudini attuali (vale a dire, per esaltare il ruolo culturale della matematica): a nostro avviso, sono poste condizioni significative per favorire l'acquisizione di una mentalità critica da parte degli allievi (obiettivo ripetuto spesso, ma più in modo rituale che con un effettivo impegno in tal senso). Sia ben chiaro che tale impostazione *non va assolutamente contrapposta alla valenza della matematica come "strumento"*: La pretesa opposizione tra "insegnamento formativo" e "applicativo" è legata, temiamo, alla contrapposizione che il nostro sistema scolastico ha voluto mettere fra "la scuola delle idee" e "la scuola del lavoro".

Rileggiamo quanto dice Federigo Enriques, che si può considerare uno dei fondatori della didattica e della moderna filosofia della matematica italiana:

"Quando ... si discute dei fini dell'insegnamento, contrapponendo uno scopo *utilitario* a uno scopo *formativo,* .... mi pare che la veduta dinamica dello spirito non sia sempre presente....

Infatti la controversia sull'utilitarismo - tutta assorbita dalla più o meno stretta misura della scienza in rapporto alle applicazioni pratiche - perde di vista che...la cosidetta applicazione di una verità scientifica implica pure una capacità applicativa,

---

[1] Qui e nella numerazione indicata in seguito si fa riferimento a: "STUDI E DOCUMENTI degli annali della Pubblica Istruzione 59/60*-Piani di Studio della Scuola Secondaria e Programmi dei Trienni-Le Proposte della Commissione Brocca (tomo I). Le Monnier" da pag. 263 a pag.267.

che la vita domanda pure di *formare.* E la polemica antiutilitarista di coloro che esaltano il valore artistico della scienza, come valore in sè, disconosce a sua volta che l'interesse pratico (nella vita degli individui come nella storia delle società) può ben creare gli oggetti cui si volgerà la contemplazione artistica....Voglio dire che in un certo senso ogni scuola professionale è anche formativa, per contro la scuola più eminentemente formativa deve sapersi valere delle applicazioni pratiche, per suscitare l'interesse degli allievi...ed anche per abituare...a riconoscere l'astratto nelle particolari semplificazioni concrete..."

Vediamo alcuni esempi che interessano alcuni argomenti dei nuovi programmi.

Le applicazioni alla fisica permettono di capire i motivi che hanno indotto i matematici e i fisici (pensiamo a Newton) a costruire nuovi strumenti matematici, per esempio l'analisi infinitesimale: quindi se ne può comprendere meglio il valore conoscitivo, e superare gli aspetti puramente formali.

La statistica e il calcolo delle probabilità non sono solo utili strumenti per affrontare problemi pratici (biologici, attuariali, ...); ma sono importanti per capire un nuovo modo di affrontare la realtà, senza premesse deterministiche (i commenti accennano anche agli aspetti storici della probabilità).

La geometria analitica non è solo un utile strumento per risolvere problemi geometrici, ma ha anche offerto alla matematica numerica la possibilità di avvalersi degli aspetti intuitivi della geometria. Essa ha realizzato l'integrazione fra i due ambiti della matematica classica, la geometria e l'aritmetica/algebra; anzi si presenta come il prototipo di metodo generale per l'indagine scientifica. Di fatto, essa ha profondamente cambiato, con il passare del tempo, la stessa "immagine" della matematica.

Scrivevano Enriques e De Santillana a proposito dell'approccio alla scienza:

"Di ogni dottrina si studi le origini, le connessioni, il divenire, non un qualsiasi assetto storico..."

"Per valutare ciò che è la scienza, non si guardi astrattamente ai sistemi logici che ne formulano le dottrine, ma al reale sviluppo delle idee. ..apparirà chiaro a tutti ciò che il pensiero scientifico significa per il progresso della civiltà..."

L'idea è stata approfondita da Gaston Bachelard: un concetto scientifico non si può compiutamente descrivere mediante una definizione verbale: esso contiene in sé i problemi per la cui risoluzione fu inventato e viene utilizzato; anzi, esso contiene in sé la sua storia. La teoria di Einstein si può comprendere solo a partire dalla teoria di Newton; le strutture algebriche si capiscono se si sono affrontati alcuni dei problemi che le hanno motivate (per esempio, i gruppi di trasformazioni, o lo studio delle proprietà formali delle operazioni, o l'idea di unificare, per analogia di *forma*, situazioni di contenuto diverso (prese dall'aritmetica, dalla geometria, dagli insiemi, ...).

A qualcuno ciò sembrerà in contraddizione con l'idea che ci si fa solitamente di una teoria matematica, in particolare con la forma ipotetico-deduttiva, con la sua rete di definizioni. Ma si rifletta che:

le definizioni fanno capo a termini primitivi, i quali, a livello formale, non hanno significato: quest'ultimo sta invece nella teoria informale dalla quale la teoria formale trae la sua motivazione (ecco dunque apparire la storia della teoria);

gli oggetti della teoria assumono nuovi significati quando la si esamina "dall'alto", cioè quando si osserva il suo funzionamento, la sua "sintassi": qui siamo nell'ambito dei linguaggi formali (fino a qualche tempo fa questo poteva sembrare "un lusso", oggi essi sono essenziali per l'informatica).

Occorre dunque superare l'idea che le capacità matematiche si rivelino essenzialmente attraverso la risoluzione di esercizi (essa è stata implicitamente ma fortemente sostenuta dal fatto che nel liceo scientifico la matematica è stata sempre, dall'introduzione degli esami di maturità "in forma ridotta", materia d'una prova scritta, e mai di prova orale). Certamente, risolvere i problemi è importante: ma è importante che gli allievi sappiano argomentare, presentare *loro riflessioni* (e non ripetere quello che essi si aspettano l'insegnante voglia sentire); anzi, smentendo un adagio popolare a proposito della matematica, *loro opinioni*.

Passiamo a esaminare alcune innovazioni significative.

Le prime radici dell'*algebra astratta* si trovano già nei programmi della scuola media, nel tema 7: "Corrispondenze e analogie strutturali": l'idea portante consiste nel mettere in evidenza comportamenti analoghi in contesti diversi, e questo approccio è esplicitamente consigliato anche dai programmi Brocca. Per esempio, l'addizione modulo 2 (in altre parole, la somma del pari e del dispari), la regola dei segni della moltiplicazione, la tabella del connettivo logico *aut*, la composizione d'una simmetria e dell'identità "si comportano allo stesso modo", sono "strutture isomorfe": si tratta comunque di "gruppi d'ordine 2". Diventa così essenziale riscontrare quali proprietà formali (commutativa, associativa, ...) valgono per una certa operazione.

Le strutture algebriche sono allora un tema unificante da molti punti di vista. Ad esempio, l'idea di gruppo permette di comprendere in modo unitario i diversi 'tipi di geometria', secondo il "programma di Erlangen" proposto da Felix Klein: *una* geometria è lo studio delle proprietà invarianti per effetto di un gruppo di trasformazioni (geometria euclidea metrica - gruppo delle isometrie; geometria simile - gruppo delle similitudini; geometria affine - gruppo delle affinità, eccetera).

Un altro nodo essenziale riguarda i problemi di assiomatizzazione della geometria e la geometria non euclidea. A nostro avviso l'argomento è troppo importante per essere concentrato tutto nell'ultimo anno: occorre prepararlo per tempo. Si può iniziare dall'esigenza di chiarire le definizioni dei concetti, e di dimostrare le proprietà: si comprenderà in tal modo che occorre stabilire alcuni *termini primitivi* e alcuni *assiomi*. Quelli enunciati da Euclide, anche se non più accettabili per una trattazione rigorosa, sono tuttavia una base di riflessione: a questa si riallaccia il problema "del quinto postulato": è dimostrabile a partire dai rimanenti? Oppure non possiamo fare a meno di ammetterlo, o di ammettere un'affermazione equivalente? Kant aveva tentato di "salvare la certezza" considerando lo spazio non come una realtà esterna, ma come una "forma della nostra sensibilità", e la geometria euclidea come il modo con il quale la nostra mente organizza i dati dell'esperienza.

La risposta è stata negativa (l'affermazione non è dimostrabile, e non è neppure necessario ammetterla), ma ciò è stato possibile solo "pensando per modelli", cioè grazie a un modo di pensare la geometria (anzi, in prospettiva, la matematica) in modo completamente diverso. Essa non pretende più di dare una conoscenza "garantita vera" dello spazio: essa si presenterà in un duplice aspetto, o come una scienza sperimentale (si rammenti il primo tema dei programmi della scuola media: "la geometria, prima rappresentazione del mondo fisico"), oppure come una scienza astratta, nella quale viene a cadere il criterio della verità (a cominciare dagli assiomi), anzi lo stesso significato dei termini. Come si vede, la geometria non euclidea ha cambiato "l'immagine della scienza".

I programmi Brocca cambiano anche l'impatto della trattazione assiomatica nell'insegnamento. Non è più *la sola strada* per costruire la geometria (e d'altra parte si può applicarla anche ad altri campi, per esempio all'aritmetica): essa si deve presentare come la via per costruirla come scienza astratta, senza preoccuparsi dei contenuti (questi si possono acquisire per altra via). A questo scopo basta dare l'impianto fondamentale di una teoria geometrica, anche più "semplice" della geometria euclidea: per esempio, se questa teoria ammette modelli finiti, diviene possibile una più stretta interazione fra livello sintattico e livello semantico.

Proposta per un percorso didattico.

Dopo aver esposto la filosofia che deve animare il nostro insegnamento, vediamo come si possa operare in concreto.

Nulla deve andare perso del patrimonio culturale, piccolo o grande che sia, fornito dal biennio, ma è ovvio che dobbiamo renderci conto della sua consistenza. A tale scopo , si può proporre un test d'ingresso, ma spesso le risposte dei ragazzi sono del tutto casuali o, scambiandolo per un test di valutazione, gli allievi sono indotti a "copiare" dal più bravo per cui non si riesce ad avere un quadro reale della situazione. In tal modo non c'è neppure un intervento didattico significativo che guidi gli studenti al raggiungimento di un obiettivo trasversale estremamente importante: abituarli ad esporre in modo chiaro il proprio pensiero, a colloquiare, ad analizzare criticamente i contenuti presentati. Riteniamo più opportuno coinvolgere i ragazzi in discussioni attive guidate che ci permettono di capire il livello medio della classe e, attraverso interventi, esempi, momenti di riflessione, di recuperare e/o rinforzare i concetti da noi ritenuti fondamentali per la didattica futura. Ad esempio, per constatare la preparazione in logica, si possono formulare domande del tipo:

-che cosa ti ricorda la parola "logica" ?
-chi conosce qualche notizia storica al riguardo ?
-quali contenuti le appartengono ?
-in quali ambiti è stata usata ?

Si richiederanno anche alcune risposte scritte, per poter valutare le capacità di verbalizzazione e di sintesi; si potranno leggere e commentare brani tratti da libri di testo a da altri libri che trattano l'argomento. E' estremamente importante questa seconda attività: difficilmente i ragazzi leggono "di matematica"; anzi, spesso anche il loro libro di testo è usato esclusivamente come eserciziario: la lettura arricchisce il loro lessico, li obbliga a riflettere, li spinge ad una comprensione meno immediata ma più duratura e li abitua ad una maggior dimestichezza con linguaggi non sempre uguali.

Una volta accertato lo "status quo", occorre organizzare un iter didattico adeguato, con una seria programmazione del piano di lavoro che, in base allo spirito dei nuovi programmi, richiede anche la collaborazione di docenti di altre materie. L'aspetto interdisciplinare è preminente: come fare a raggiungere l'obiettivo 10 o a dare esempi tratti da economia, biologia, fisica, ecc. se la nostra formazione culturale è prettamente matematica ? I nuovi programmi "spingono" ad un lavoro di équipe per rompere l'isolamento delle singole materie, per avere una visione più generale ed interattiva del sapere. Il confronto con altre discipline può mettere meglio in luce quali siano i concetti fondamentali e i temi su cui insistere (e non necessariamente sono gli stessi per tutti gli indirizzi scolastici!).

Proponiamo di seguito un possibile iter didattico per un ITIS (il cui programma è particolarmente denso e complesso); è chiaro che i vari argomenti dovranno essere trattati più o meno approfonditamente a seconda del livello della classe e dell'indirizzo specifico.

Terzo anno. Si riprendono gli insiemi numerici, focalizzando l'attenzione su $\Re$, insieme che purtroppo non è mai trattato a fondo (l'ignoranza di certi problemi ad esso relativi crea poi difficoltà di comprensione in analisi). L'introduzione di $\Re$ per via assiomatica, con le varie dimostrazioni, la riflessione sull'importanza (a prima vista incomprensibilità) dell'assioma di completezza (2a,2b) è un utile modo per raggruppare gli obiettivi 1,2,4,8,9,11. Un naturale ampliamento di $\Re$ è C (2c): nuovi modelli matematici e nuove tecniche si impongono: la trigonometria fornisce un valido aiuto (1d). Con l'introduzione di C è opportuno "rivisitare" le equazioni, disequazioni e sistemi di 2° grado (3a), approfondire e sistemare formalmente la geometria analitica (1a,1b,1c). Il concetto di funzione è basilare: si analizzano le funzioni trascendenti (3b,3c,3d) e si riflette su altre rappresentazioni grafiche: è il momento per un approfondimento della statistica (4a,4b,.6a). Per concludere, un ripensamento globale sui metodi (5a)!

Quarto anno. Evidenziata precedentemente la potenza della geometria analitica, perchè non estenderla a spazi a tre dimensioni ? La geometria dello spazio può essere rivalutata, potenziata e semplificata (1c,1a,1b; obiettivi 4,7). Confronti fra i vari temi portano a studiare "analogie di comportamento": gruppi, anelli, spazi vettoriali aiutano ad unificarli e a proporre nuovi esempi quali le matrici (2a; obiettivi 2,4,5,12). La conoscenza dei "numeri" si approfondisce: progressioni aritmetiche, geometriche e metodi iterativi aprono un nuovo capitolo (6a,7a) e nuovi orizzonti: l'infinitamente piccolo e l'infinitamente grande introducono all'analisi (7b,7c,7d,7e,7f; obiettivi 1, 2, 4, 5, 8, 9, 10).

Quinto anno. Estendere i concetti appresi è ormai naturale; i fenomeni da studiare sono via via più complessi e ancora una volta la matematica deve fornire modelli e strumenti semplificatori: funzioni in più variabili, serie numeriche e di funzioni (3a,7a,8a). E se di un fenomeno conosciamo le variazioni, come risalire alla legge che lo illustra ? Ancora l'analisi, con le equazioni differenziali, risolve il problema (7b,7c; obiettivi 4,5,9,10). Altre applicazioni notevoli si possono vedere in campo statistico (4a,4b,4c; obiettivi 3,9,10).

Se poi resta un po' di tempo....un fulgido esempio di come si costruisce una teoria: la sistemazione assiomatica della geometria euclidea (1a,1b,1c non prescrittivi; obiettivi 1,2,6,8,11,12).

Proposte per un metodo di lavoro.

Che dire del metodo con cui presentare tali contenuti ?

Già nella proposta precedente si può notare il tentativo di tenere un discorso unitario e il più possibile sequenziale, nel senso che i vari argomenti non sono trattati a compartimenti stagni, ma da uno nasce l'esigenza dell'altro. Questo tra l'altro permette una visione dinamica della materia favorendo così un approccio di tipo storico.

In effetti il metodo " per problemi " nella didattica della matematica è quello che meglio risponde all'esigenza di coinvolgere gli alunni introducendoli direttamente nelle questioni trattate. I programmi Brocca però sembrano suggerire altre strade, non alternative ma complementari: l'aspetto storico-filosofico a cui si fa riferimento in modo insistente fa sentire l'esigenza di allargare la visuale, contestualizzando le questioni ed evitando così che rimangano ad un livello puramente tecnico (matematica come metodo e cultura e non solo strumento).

Questo dovrebbe inoltre togliere la diffusa idea che il cammino della matematica sia stato lineare e senza traumi, mostrandone invece le difficoltà e abituando così gli alunni ad averne una visione critica, anche attraverso la presentazione di problematiche sottili soggiacenti ai vari problemi.

Un esempio significativo potrebbe essere rappresentato dalla genesi del calcolo differenziale in cui illustrando le due diverse posizioni di Leibniz e di Newton ed i problemi filosofico-scientifici a cui essi fanno riferimento, si potrebbe arrivare a parlare dell'analisi non standard come modello alternativo all'analisi tradizionale.

Come procedere in questo modo ?

E' indubbio che la separazione della matematica dalla filosofia ha comportato una (quasi) netta suddivisione delle competenze da parte dei cultori delle due materie. Se quindi si vuole perseguire lo spirito dei nuovi programmi è indispensabile che, oltre ad un'auspicata attenzione da parte degli insegnanti di matematica alle questioni storico-filosofiche, l'attività didattica venga programmata come Consiglio di Classe per cercare di lavorare parallelamente agli insegnanti di storia (ad esempio per la geometria analitica e l'analisi), di fisica (ad esempio per il calcolo differenziale), di italiano (ad esempio per i concetti di termini primitivi e assiomi), di filosofia (nei licei, per tutto o quasi). In questo modo si potrebbe e dovrebbe favorire quell'esigenza all'interdisciplinarità da cui la matematica è sempre stata emarginata sul piano culturale, vista com'è in genere come strumento a disposizione delle materie tecniche.

I nuovi programmi suggeriscono anche la metodologia da seguire nella trattazione degli argomenti, metodologia che potremmo definire "dal particolare al generale". Questo permette di far assumere gradualmente agli studenti l'importanza, il senso ma anche i limiti del concetto introdotto, avvicinandoli alle difficoltà che questo comporta in modo progressivo. Solo successivamente sarà opportuno ritornare "dal generale al particolare" per poter arrivare ad avere una visione unitario di quanto appreso che ne permetta il riconoscimento ed uso in contesti diversi.

I temi dei nuovi programmi coinvolgono diversi argomenti e può non essere semplice collegarli tra di loro. A parte gli esempi di percorsi didattici proposti in precedenza, è opportuno sottolineare il ruolo trasversale rivestito dalla logica all'interno dei programmi Brocca come disciplina che favorisce una visione metodologicamente unitaria delle questioni trattate.

Oltre a quest'aspetto non si può fare a meno di sottolineare il ruolo "linguistico" della logica e della matematica in genere per gli ambiti scientifici. Riteniamo sia fondamentale che gli studenti abbiano presente la potenza di tale disciplina come linguaggio formale[2] e sviluppino questa abilità indispensabile per poter fare quel salto d'astrazione che sleghi i vari argomenti dal problema contingente che li ha generati. In sostanza la matematica dovrebbe essere sentita non solo come potente strumento tecnico, ma anche come strumento linguistico necessario da una parte per descrivere in modo rigoroso concetti complessi (si pensi ad esempio al limite e ai contenuti dell'analisi in genere) dall'altro per cogliere gli aspetti peculiari di linguaggi "meno formali" come la lingua italiana (e si ritorna all'interdisciplinarità: non "lingue diverse", ma due strumenti interagenti per studiare e capire la realtà esterna).

Per introdurre l'ultima parte di questa sezione dedicata alle metodologie, ricorriamo ad un noto problema, quello del Monaco Tibetano:

"In una capanna ai piedi di un colle vive un monaco tibetano. Sulla sommità del colle è posto un tempio in cui si reca il monaco una volta al mese per trascorrere una notte di preghiera. Nel giorno stabilito, parte alle 8 di mattina e si incammina per

[2]Leibniz, come commento all'introduzione della sua simbologia relativa al calcolo differenziale, sosteneva che "Ai simboli si deve richiedere che essi si prestino alla ricerca; ciò succede principalmente quando essi esprimono in modo conciso e quasi dipingono l'intima natura della cosa, perchè allora essi risparmiano mirabilmente lo sforzo del pensiero."

l'unico sentiero lungo 30 km che collega la capanna al tempio, giungendovi dopo un faticoso cammino alle ore 20. Il mattino seguente, dopo una notte di preghiera, riparte alle ore 8 del mattino seguente. A causa della stanchezza, le soste lungo il percorso sono più frequenti e pertanto, malgrado il cammino più celere, arriva alla capanna alle ore 20.

Si dimostri che lungo il percorso esiste un punto in cui il monaco transita nello stesso istante in entrambi i giorni."

A parte la questione dell'individuazione dei dati utili e dei dati superflui per la risoluzione del problema (cosa, tra l'altro, non trascurabile), questa storiella introduce direttamente nell'ambito dei teoremi non costruttivi della matematica (com'è noto, una possibile soluzione può essere data utilizzando il teorema degli zeri per funzioni continue).

Si è sottolineata più volte l'attenzione che i nuovi programmi pongono alla visione critica della matematica. L'idea che gli strumenti che questa materia propone possano sempre portare ad un risultato risulta limitante per una disciplina che ha come scopo formativo quello di *problematicizzare* le situazioni e di *cercare* le soluzioni senza dimenticare i limiti degli ambiti in cui si muove. Tutta la categoria dei teoremi non costruttivi (si pensi ad esempio ai teoremi sulle funzioni continue, ad alcuni teoremi sulle funzioni derivabili o integrabili, al teorema di esistenza e unicità delle equazioni differenziali, senza parlare dei criteri di convergenza per le serie numeriche e di funzioni) si presta a questa visione relativa dei risultati, ma offrono anche la possibilità, attraverso l'esigenza di metodi alternativi, di introdurre argomenti come l'analisi numerica e strumenti come il calcolatore per l'indagine di particolari contenuti matematici. Quanto detto porta alla necessità di programmare le attività del laboratorio di informatica in modo parallelo all'attività in classe e non in alternativa ad essa; è inoltre indispensabile tenere sempre presente che l'insegnante di matematica deve preoccuparsi sempre e comunque di curare più l'aspetto formativo dell'elaboratore (visto come strumento per il confronto di risultati già trovati, come possibile estensione del teorema formale - vedi esempi precedenti - o come interlocutore attraverso un linguaggio di programmazione che ha lo scopo di algoritmizzare un problema) che quello tecnico.

Anche l'uso di pacchetti applicativi di carattere matematico (ad esempio il Derive) deve, a nostro avviso, essere fatto stimolando i ragazzi a tenerne sempre presente gli ambiti e i limiti (si pensi ad esempio al calcolo di limiti in punti isolati) e a considerare quindi in modo critico i risultati trovati.

Da tutto quanto detto dovrebbe emergere un tipo di insegnamento meno "cattedratico", ma più volto ad essere stimolo per ricerche ed approfondimenti personali. L'obiezione più naturale che ci aspettiamo è che col poco tempo a disposizione (in effetti i programmi Brocca sembrano abbondare sul piano contenutistico!) e con i ragazzi in genere scarsamente motivati, ciò sembra pura utopia. Non vorremmo però che questa critica nasconda una nostra pigrizia e una nostra demotivazione: i grandi cambiamenti si fanno a piccoli passi e si potrebbero ridurre alcuni contenuti a vantaggio di un nuovo modo di insegnare che diventerà anche un nuovo modo di apprendere.

Proposta di verifica.

La verifica e la successiva valutazione, viste come momento di confronto fra la preparazione sostenuta e il raggiungimento degli obiettivi presentati, costituiscono un momento indispensabile e cruciale di ogni attività didattica. Dando per scontato che gli obiettivi da conseguire siano stati proposti in modo chiaro ed esauriente, una buona valutazione non può esimersi dal rendere in modo esplicito e comprensibile la distanza fra la finalità e il suo conseguimento.

In tal senso, i tipi di verifiche proposte è opportuno siano diversificate per almeno tre motivi essenziali:

1)per poter valutare abilità e metodologie diverse;

2)per poter comparare i risultati ottenuti coi vari tipi di verifiche ed avere più chiari gli ambiti in cui intervenire;

3)per abituare l'alunno a sostenere vari tipi di prove ed affinare così linguaggi ed abilità diverse.

I colloqui orali servono per stimolare l'uso del linguaggio specifico della matematica e per valutarne la padronanza; inoltre permettono di verificare il raggiungimento da parte dell'allievo di una visione globale del concetto trattato e diventano quindi un momento importante per la chiarificazione personale da parte dell'insegnante di eventuali limiti o inesattezze nella preparazione del ragazzo.

A fronte di questi pregi il colloquio risulta indubbiamente più carente sul piano dell'oggettività della valutazione. A tale proposito risultano più attendibili i test e i problemi tradizionali.

Con i primi (in cui tra l'altro si consiglia di assegnare un punteggio maggiore alla risposta non data rispetto a quella sbagliata per impedire tentativi affidati alla sorte) si tenderà a vedere se l'alunno è in grado di estrapolare un concetto particolare da uno generale.

ESEMPIO:
1)Date due rette di equazioni $ax+by+c=0$ e $a'x+b'y+c'=0$, stabilire quale tra le seguenti affermazioni è falsa:
a)se rappresentano la stessa retta allora $a=a'$, $b=b'$, $c=c'$
b)se $a=a'$, $b=b'$, $c=c'$ allora rappresentano la stessa retta
c)rappresentano rette perpendicolari se e solo se $aa'= -bb'$

2)Una funzione $y=f(x)$ è derivabile in $X°$ se
a) è continua in $X°$
b) esiste il limite per $h\to0$ del rapporto incrementale della funzione in $X°$
c) esistono finiti il limite destro e il limite sinistro per $h\to0$ del rapporto incrementale della funzione in $X°$
d) la funzione $y=f'(x)$ è continua in $X°$.

Con le verifiche di tipo tradizionale si valuterà infine non solo la conoscenza dei concetti specifici, ma anche la capacità di applicarli in un contesto problematico, non trascurando, quando possibile, una richiesta di analisi critica da parte dell'alunno della situazione proposta.

ESEMPIO:
1)In un piano cartesiano ortogonale sono dati i punti A(3,1) e B(6,10). Si determini l'equazione della retta perpendicolare ad AB mandata da A e sia D il suo punto d'intersezione con l'asse y. Si determini l'equazione della retta parallela ad AB mandata

da D. Si determini su tale retta un punto C distante $2\sqrt{10}$ da D e si giustifichi geometricamente il fatto di trovare due soluzioni. Trovare l'area di uno dei due triangoli ABC ottenuti, dopo aver dimostrato geometricamente il fatto che sono equiestesi.

2)Di un triangolo ABC si conosce il vertice A(-2,1), il punto medio M(1,3) del lato [BC], la misura $2\sqrt{5}$ della lunghezza di [BC] e che il vertice B appartiene alla curva di equazione $y=-x+3$.
Trovare le coordinate dei punti B e C. Perchè la soluzione non è unica ?

3)Si rappresenti il grafico della funzione α: $y=3x^2*\ln(x)$ e della sua primitiva ß avente il punto estremante di ordinata -1/3. Quanti punti hanno in comune le due curve ?
Si determini il valore delle ascisse dei punti di intersezione con un errore di 1/100.
Utilizzando un'opportuna simmetria, si rappresenti il grafico della funzione ottenuta ponendo nella equazione della β l'argomento del logaritmo in valore assoluto.
Nell'equazione della β si ponga y=s (misurato in metri) e x=t (misurato in secondi) e si interpreti la funzione così ottenuta come legge oraria del moto rettilineo di un punto P. Si studi tale moto per $t \geq 0$. Cosa rappresenta il grafico di α per tale moto ?

Al termine di questa breve disquisizione sulle modalità di verifica proponiamo come stimolo per la discussione un dubbio che ci è sorto: se l'insegnamento della matematica deve essere aperto alle questioni storico-filosofiche della materia, come i nuovi programmi suggeriscono, chi "valuta" gli studenti su quest'aspetto ? e come ?

Probabilmente si ritorna al solito discorso: per cambiare l'insegnamento occorre cambiare gli insegnanti e, probabilmente, è questa la grossa scommessa che i programmi Brocca sembrano proporre. Ma da parte delle autorità competenti viene fatto veramente tutto per stimolare i docenti e gli studenti a questo cambiamento ? La politica scolastica di quest'ultimo anno sembra rendere malinconicamente retorica la domanda.

Francesco Speranza
Michelotti Venè Margherita
Maffini Achille