Politecnico di Bari

Corso di Analisi Matematica per Ingegneria Civile

A.A. 2007-2008 Esonero-Appello Novembre 2008 Traccia A

Cognome . . . . Nome . . . . N. matricola . . . .

MODULO I

1) Sia

$$A = \{x \in I\!R \mid \frac{x-3}{|x^2+x|} \le -1\}.$$

Determinare $infA$ e $supA$, specificando se risultano rispettivamente minimo e massimo. Determinare, inoltre, l'insieme dei punti di accumulazione di $\mathbb{Q} \cap A$.

. . . .

. . . .

. . . .

2) Sia $f : [0,1] \to I\!R$ una funzione continua e ingettiva. Dire quali delle seguenti affermazioni risultano in generale vere.

(1) Esiste la funzione inversa f^{-1} e questa ammette massimo.

(2) $\forall k \in I\!R$ l'equazione $f(x) = k$ ammette al piú una soluzione.

(3) f ammette un prolungamento continuo su $I\!R$.

(4) Esiste $\bar{x} \in [0,1]$ tale che $f(\bar{x}) = 0$.

Giustificare le risposte.

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

3) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \arctan \frac{|x|+3}{x-3}$$

e disegnarne il grafico. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

MODULO II

3) Nel sottoinsieme del piano dato da $x > 0, y > 0$, studiare i punti critici della funzione

$$f(x,y) = \cos(\sqrt{x}) - \cos(\sqrt{y})$$

e determinarne la natura. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

4) Sia $0 < \alpha < \beta$. Sia

$$D_{\alpha,\beta} = \{(x,y) \ : \ x \geq 1, 1/x^\beta < y < 1/x^\alpha\}$$

Trovare una condizioni su γ, δ affinché l'integrale

$$\int_{D_{\alpha,\beta}} x^\gamma y^\delta dxdy.$$

sia finito. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

5) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = \cos^2(t)x(t) + e^{\frac{\sin(t)\cos(t)}{2}} \\ x(0) = 1 \end{cases}$$

commentando i risultati ottenuti alla luce dei teoremi di esistenza locale o globale del problema. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

Politecnico di Bari

Corso di Analisi Matematica per Ingegneria Civile

A.A. 2007-2008 Esonero-Appello Novembre 2008 Traccia B

Cognome .... Nome .... N. matricola ....

MODULO I

1) Sia

$$A = \{x \in I\!R \mid \left|\frac{3x}{x+1}\right| \leq 1\}.$$

Determinare $infA$ e $supA$, specificando se risultano rispettivamente minimo e massimo. Determinare, inoltre, l'insieme dei punti di accumulazione di $\mathbb{Q} \cap A$.

....

....

....

2) Sia $f : [0,1] \to I\!R$ una funzione continua e derivabile in $]0,1[$ e tale che $f'(a)f'(b) < 0$ per $a, b \in]0,1[$. Dire quali delle seguenti affermazioni risultano in generale vere.

(1) Esiste $g : I\!R \to I\!R$ continua tale che $g_{|_{[0,1]}} = f$.

(2) $\forall k \in I\!R$ l'equazione $f(x) = k$ ammette al piú una soluzione.

(3) Esiste $\bar{x} \in [0,1]$ tale che $f'(\bar{x}) = 0$.

(4) Esiste $\bar{x} \in [0,1]$ tale che $f(\bar{x}) = 0$.

Giustificare le risposte.

....

....

....

....

3) Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \arcsin\sqrt{2e^x - e^{2x}}$$

e disegnarne il grafico. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

MODULO II

3) Studiare i punti critici della funzione

$$f(x,y)=\sin(x^2)-\sin(y^2)$$

e determinarne la natura. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

4) Calcolare la lunghezza della curva di equazioni parametriche date da

$$\begin{cases} x(t)=t \\ y(t)=\sqrt{t} \end{cases}$$

per t nell'intervallo $[0,1]$.
(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

5) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t)=\sin^2(t)x(t)+e^{-\frac{\sin(t)\cos(t)}{2}} \\ x(0)=1 \end{cases}$$

commentando i risultati ottenuti alla luce dei teoremi di esistenza locale o globale del problema. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).