

Politecnico di Bari

Corso di Analisi Matematica per Ingegneria Civile

A.A. 2008-2009 Esonero-Appello, 4 Febbraio 2009 Traccia B

Cognome Nome N. matricola

MODULO I

1) Determinare l'insieme di definizione della seguente funzione.

$$f(x) = \log \left(\frac{3 \tan^2(x) - 1}{1 - \tan^2(x)} \right).$$

.....
.....
.....
.....

2) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile due volte. Supponiamo che esistano a, b con $a < b$ rispettivamente di massimo locale e di minimo locale per f . Dire quali delle seguenti affermazioni risultano in generale vere.

- (1) esiste $\xi \in (a, b)$ tale che $f''(\xi) = 0$;
- (2) esiste $\xi \in (a, b)$ tale che $f''(\xi) > 0$;
- (3) $f'(x) > 0$ per ogni $x \in (a, b)$.

Giustificare le risposte.

.....
.....
.....
.....

3) Disegnare il grafico della seguente funzione:

$$f(x) = \int_0^x \frac{t - 1/3}{(t + 4)(t^2 + 1)} dt.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

MODULO II

1) Si consideri il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} x'(t) = -\frac{x(t)^3-1}{3x(t)^2} \sin(t) \\ x(t_0) = x_0 \end{cases}$$

- discutere l'esistenza e l'unicità di soluzione per ogni (t_0, x_0) con $x_0 \neq 0$.
- trovare le soluzioni stazionarie;
- risolvere il problema con $t_0 = 0, x_0 = 1/2$.

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

2) Si consideri il campo vettoriale F dato da:

$$F(x, y) = (2x(y^2 + 1), -2y(x^2 + 1)).$$

- si verifichi che non è conservativo;
- si trovi una funzione φ tale che il campo φF sia conservativo (cercare $\varphi(x, y)$ nella forma $a(x)b(y)$) e se ne calcoli un potenziale V ;
- si dimostri infine che se la funzione $y(x)$ risolve l'equazione differenziale

$$y'(x) = \frac{x(y^2 + 1)}{y(x^2 + 1)}$$

si deve avere $V(x, y(x)) = c$.

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

3) Sia

$$F(x, y) = (2xy^3(\alpha + (\alpha^2 - 1)y^2), 3x^2y^2(3\alpha - 2 + (\alpha^3 - 1)x^2)).$$

Determinare α tale che $\int_C F \cdot dx = 0$ per ogni circonferenza C centrata nell'origine degli assi.

.....
.....
.....
.....

Politecnico di Bari

Corso di Analisi Matematica per Ingegneria Civile

A.A. 2008-2009 Esonero-Appello, 4 Febbraio 2009 Traccia B

Cognome Nome N. matricola

MODULO I

1) Determinare l'insieme di definizione della seguente funzione.

$$f(x) = \log \left(\frac{3 - \tan^2(x)}{\tan^2(x) - 1} \right).$$

.....
.....
.....
.....

2) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile due volte. Supponiamo che esistano a, b con $a < b$ di massimo locale per f . Supponiamo inoltre che $f(a) \neq f(b)$.

Dire quali delle seguenti affermazioni risultano in generale vere.

- (1) esiste $\xi \in (a, b)$ tale che $f''(\xi) > 0$;
- (2) si pu avere $\xi = a$ oppure $\xi = b$?
- (3) $f''(x) \geq 0$ per ogni $x \in (a, b)$.

Giustificare le risposte.

.....
.....
.....
.....

3) Disegnare il grafico della seguente funzione:

$$f(x) = \int_0^x \frac{t - 1/2}{(t + 2)(t^2 + 1)} dt.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

MODULO II

1) Si consideri il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} x'(t) = -\frac{x(t)^3+1}{3x(t)^2} \cos(t) \\ x(t_0) = x_0 \end{cases}$$

- discutere l'esistenza e l'unicità di soluzione per ogni (t_0, x_0) con $x_0 \neq 0$,
- trovare le soluzioni stazionarie;
- risolvere il problema con $t_0 = 0, x_0 = -1/2$.

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

2) Si consideri il campo vettoriale F dato da:

$$F(x, y) = (2x(y^2 + 2), -2y(x^2 + 1)).$$

- si verifichi che non è conservativo;
- si trovi una funzione φ tale che il campo φF sia conservativo (cercare $\varphi(x, y)$ nella forma $a(x)b(y)$) e se ne calcoli un potenziale V ;
- si dimostri infine che se la funzione $y(x)$ risolve l'equazione differenziale

$$y'(x) = \frac{x(y^2 + 2)}{y(x^2 + 1)}$$

si deve avere $V(x, y(x)) = c$.

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

3) Sia

$$F(x, y) = (3x^2y^2(3\alpha - 2 + (\alpha^2 - 1)y^2), 2x^3y(\alpha + (\alpha^3 - 1)x^2))$$

Determinare α tale che $\int_C F \cdot dx = 0$ per ogni circonferenza C centrata nell'origine degli assi.

.....
.....
.....
.....