

A**A****Politecnico di Bari**

Corso di Analisi Matematica per Ingegneria Civile, A.A. 2008/09

Appello del 22 luglio 2009

Nome: _____ Cognome: _____ Matricola: _____

Traccia A**Esercizio 1.** Sia A il sottoinsieme dei numeri reali dato da:

$$A = \left\{ \frac{1}{100}n^2 - \frac{1}{9}n : n \geq 0 \right\}.$$

Calcolare l'estremo inferiore e superiore di A e dire se estremo inferiore e superiore vengono eventualmente assunti. Dire infine se A ha punti di accumulazione.**Esercizio 2.** Studiare la seguente funzione, quindi tracciarne il grafico:

$$f(x) = e^{|x+1|-|2x+1|}.$$

Esercizio 3. Sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$. Ricordiamo che f si dice *Lipschitziana* se esiste una costante $M \geq 0$ tale che per ogni $x, y \in \mathbf{R}$ si abbia:

$$|f(x) - f(y)| \leq M|x - y|.$$

Dare un esempio di una funzione che è Lipschitziana e di una che non lo è. Discutere inoltre le seguenti affermazioni:

1. se f è Lipschitziana, allora f è continua;
2. se f è Lipschitziana e derivabile in un punto x_0 , allora $|f'(x_0)| \leq M$;
3. se f è derivabile su tutto \mathbf{R} ed esiste una costante M tale che per ogni $x \in \mathbf{R}$ si abbia $|f'(x)| \leq M$, allora f è Lipschitziana.

Esercizio 4. Sia D la regione di \mathbf{R}^3 data in *coordinate cilindriche* da:

$$D = \{(\rho, \theta, z) : -\frac{\pi}{2} \leq z \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \rho \leq \cos(z)\}.$$

Calcolare il volume di D .**Esercizio 5.** Trovare le soluzioni stazionarie della seguente equazione differenziale:

$$\dot{x} = x \log(x) \tan(t).$$

Risolvere inoltre il problema di Cauchy con $x(0) = 1/2$.**Esercizio 6.** Trovare il valore massimo e minimo della funzione:

$$f(x, y, z) = -3x \log(3x) - 2y \log(2y) - z \log(z),$$

sull'insieme $C = \{(x, y, z) : x, y, z \geq 0, 3x + 2y + z = 1\}$. Si ponga $0 \log 0 = 0$.**A****A**

B**B****Politecnico di Bari**

Corso di Analisi Matematica per Ingegneria Civile, A.A. 2008/09

Appello del 22 luglio 2009

Nome: _____ Cognome: _____ Matricola: _____

Traccia B**Esercizio 1.** Sia A il sottoinsieme dei numeri reali dato da:

$$A = \left\{ -\frac{1}{100}n^2 + \frac{1}{9}n : n \geq 0 \right\}.$$

Calcolare l'estremo inferiore e superiore di A e dire se estremo inferiore e superiore vengono eventualmente assunti. Dire infine se A ha punti di accumulazione.**Esercizio 2.** Studiare la seguente funzione, quindi tracciarne il grafico:

$$f(x) = e^{|x-1|-|2x-1|}.$$

Esercizio 3. Sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$. Ricordiamo che f si dice *Lipschitziana* se esiste una costante $M \geq 0$ tale che per ogni $x, y \in \mathbf{R}$ si abbia:

$$|f(x) - f(y)| \leq M|x - y|.$$

Dare un esempio di una funzione che è Lipschitziana e di una che non lo è. Discutere inoltre le seguenti affermazioni:

1. se f è Lipschitziana, allora f è continua;
2. se f è Lipschitziana e derivabile in un punto x_0 , allora $|f'(x_0)| \leq M$;
3. se f è derivabile su tutto \mathbf{R} ed esiste una costante M tale che per ogni $x \in \mathbf{R}$ si abbia $|f'(x)| \leq M$, allora f è Lipschitziana.

Esercizio 4. Sia D la regione di \mathbf{R}^3 data in *coordinate cilindriche* da:

$$D = \{(\rho, \theta, z) : 0 \leq z \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq \theta \leq 2\pi, 0 \leq \rho \leq \sin(z)\}.$$

Calcolare il volume di D .**Esercizio 5.** Trovare le soluzioni stazionarie della seguente equazione differenziale:

$$\dot{x} = \log(t) \tan(x).$$

Risolvere inoltre il problema di Cauchy con $x(1) = \pi/4$.**Esercizio 6.** Trovare il valore massimo e minimo della funzione:

$$f(x, y, z) = -x \log(x) - 2y \log(2y) - 3z \log(3z),$$

sull'insieme $C = \{(x, y, z) : x, y, z \geq 0, x + 2y + 3z = 1\}$. Si ponga $0 \log 0 = 0$.**B****B**