Politecnico di Bari

Corso di Analisi Matematica per Ingegneria Civile

A.A. 2008-2009 Esonero-Appello, 20 Febbraio 2009 Traccia A

Cognome .... Nome .... N. matricola ....

MODULO I

1) Determinare l'insieme di definizione della seguente funzione.

$$f(x) = \log\left(\frac{4\sin^2(x) - 1}{1 - \sin^2(x)}\right).$$

....

....

....

....

2) Sia $f : [0,1] \to I\!R$ una funzione di classe C^1 tale che

$$\int_0^1 f(t)dt = f(1) - f(0). \tag{1}$$

(1) Sia $g = f - f'$, dimostrare che $\int_0^1 g(t)dt = 0$.

(2) Caratterizzare le funzioni f che soddisfano la condizione (1). (Suggerimento:

Sia g tale che $\int_0^1 g(t)dt = 0$, f risolve un'opportuna equazione differenziale che coinvolge g.)

Giustificare le risposte.

....

....

....

....

3) Disegnare il grafico della seguente funzione:

$$f(x) = \int_0^x t + \frac{1}{(t-1)} \mathrm{d}t.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

MODULO II

1) Data la funzione

$$f(x,y) = \arctan\left(\frac{x+y}{x-y}\right)$$

determinare l'insieme di definizione e studiare il segno. Studiare massimi e minimi di f sull'insieme $A = \{x \geq 0, y \leq 0, x^2 + y^2 \leq 2\}$. Calcolare l'area del grafico di $f_{|A}$. (Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

2) Trovare α tale che il campo sia conservativo:

$$F(x,y) = \left(\alpha \frac{ye^{\alpha^2 xy}}{1+e^{xy}+e^y}, \frac{xe^{xy}+e^{\alpha^2 y}}{1+e^{xy}+e^y}\right)$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

3)

Data la linea di equazione parametrica

$$\gamma(t) = (t^2 \log(3+t), \cos t, \int_1^{\cos t} \sqrt{1+s^2} ds).$$

Determinare i punti della curva dove il vettore tangente perpendicolare al piano di equazione $x = 0$.

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

Politecnico di Bari

Corso di Analisi Matematica per Ingegneria Civile

A.A. 2008-2009 Esonero-Appello, 20 Febbraio 2009 Traccia B

Cognome .... Nome .... N. matricola ....

MODULO I

1) Determinare l'insieme di definizione della seguente funzione.

$$f(x) = \log\left(\frac{\sin^2(x) - 1/4}{1 - \sin^2(x)}\right).$$

....

....

....

....

2) Sia $f : [0,1] \to I\!R$ una funzione di classe C^1 tale che

$$(1) \qquad \int_0^1 f(t)dt = f(0) - f(1).$$

(1) Sia $g = f + f'$, dimostrare che $\int_0^1 g(t)dt = 0$.

(2) Caratterizzare le funzioni f che soddisfano la condizione (1). (Suggerimento: Sia g tale che $\int_0^1 g(t)dt = 0$, f risolve un'opportuna equazione differenziale che coinvolge g.)

Giustificare le risposte.

....

....

....

....

3) Disegnare il grafico della seguente funzione:

$$f(x) = \int_0^x t + \frac{1}{(t+1)}\mathrm{d}t.$$

(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

MODULO II

1) Data la funzione
$$f(x,y) = \arctan\left(\frac{x+y}{x-y}\right)$$
determinare l'insieme di definizione e studiare il segno. Studiare massimi e minimi di f sull'insieme $A = \{x \leq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 2\}$. Calcolare l'area del grafico di $f_{|A}$.
(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

2) Trovare α tale che il campo sia conservativo:
$$F(x,y) = \left(\alpha \frac{e^{\alpha^2 x}}{1 + e^x + e^{y^2}}, \frac{2\alpha^2 y e^{y^2}}{1 + e^x + e^{y^2}}\right)$$
(Svolgere l'esercizio su un foglio a parte).

3) Calcolare il lavoro compiuto dal campo vettoriale
$$F(x,y,z) = (x/z^2, -y/z^2, 1)$$
lungo la curva di equazione parametrica
$$\gamma(t) = (e^{-t/2}, \cos(t), e^{-t/2}\sin(t), e^{-t/2})$$
con $t \in [-2\pi, 2\pi]$. ....

....

....

....