19 ELEMENTI DI MISURE ELETTRICHE

Tutte le grandezze fisiche per poterle utilizzare occorre che possano essere misurate con una conveniente unità di misura, che ne esprima il tipo e il valore quantitativo.

Un sistema di misurazione si basa sulla scelta di un determinato numero di *unità fondamentali di grandezze campioni,* dalle quali si possano ricavare tutte le altre unità di misura delle grandezze fisiche.

Un sistema di misurazione si dice *assoluto* quando tutte le unità di misura delle grandezze campioni sono *invarianti* rispetto al luogo ; se, invece una delle grandezze campioni varia rispetto al luogo di misurazione allora il *sistema* si dice *relativo* rispetto a quello.

19.1 Misure dirette e derivate

Le misure *dirette* si riferiscono alle grandezze campioni che forniscono le *unità fondamentali*. La misurazione di queste si ottiene paragonandole ad un campione omogeneo, preso come unità di misura. La misura m è data dal rapporto tra la grandezza G e l'unità campione U.

$$m = \frac{G}{U} \qquad (18.1.1)$$

Le unità di misura delle altre grandezze fisiche vengono derivate dalle fondamentali, attraverso le relazioni che le legano a queste. Così la unità di misura della velocità di un mobile viene derivata dalla relazione:

$v = \frac{s}{t}$ che lega la velocità alla lunghezza "L" e al tempo "T" ; e si ottiene: $[\mathrm{v}] = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

19.2 Sistema MKSA

Per la misurazione delle grandezze elettriche si adotta il noto Sistema Internazionale ricavato dal sistema Giorgi, dove le grandezze fondamentali sono: *massa, lunghezza, tempo*, con l'aggiunta della unità di corrente.

Le unità fondamentali sono: *kilogrammo massa* "kg" - *metro* "m" - *secondo* "s" , con l'aggiunta dell'unità di corrente *Ampere* "A".

19.3 Errori di misura - Errore assoluto - Errore relativo

Nell'effettuare la misurazione di una grandezza si commettono sempre degli errori, dovuti o alla imprecisione dello strumento o all'operatore.

Per effetto dell'errore commesso il valore vero "V_v" differisce dal valore misurato "V_m".

> Si definisce errore assoluto la differenza tra il valore misurato "V_m" della grandezza e il valore vero "V_m".

$$e_a = V_m - V_v \qquad (18.3.1)$$

L'errore assoluto non è sufficiente per dare una valutazione della bontà della misura effettuata. Si pensi che l'errore di 3 unità su un valore vero di 10 della grandezza misurata, è ben diverso dello stesso errore di 3 unità su un valore vero di 1000.

Dalla (18.3.1) si ricava il valore vero:

$$V_V = V_m - e_a \qquad (18.3.2)$$

All'elemento "$- e_a$" si dà nome di termine di correzione

Per giudicare la bontà della misurazione effettuata, l'errore assoluto va paragonato al valore vero della grandezza misurata.

Si definisce errore relativo, effettuato in una misura, il rapporto tra l'errore assoluto "e_a" commesso e il valore vero "V_v" della grandezza misurata.

$$e_r = \frac{e_a}{V_v} \qquad (18.3.3) \qquad e_r = \frac{V_m - V_v}{V_v}$$

L'errore percentuale si ottiene moltiplicando l'errore relativo per 100.

$$e\% = \frac{V_m - V_v}{V_v} \cdot 100 \qquad (18.3.4)$$

19.9 Caratteristiche degli strumenti elettrici

Gli strumenti elettrici si possono caratterizzare in base al tipo di funzionamento, alle indicazioni dei valori di misura e alle prestazioni offerte nella misurazione.

Riguardo alle indicazioni dei valori misurati, gli strumenti di misura si possono distinguere in:

Strumenti indicatori

La misura della grandezza viene indicata in ogni istante con un indice che si sposta su una scala graduata o con indicazione numerica su un display.

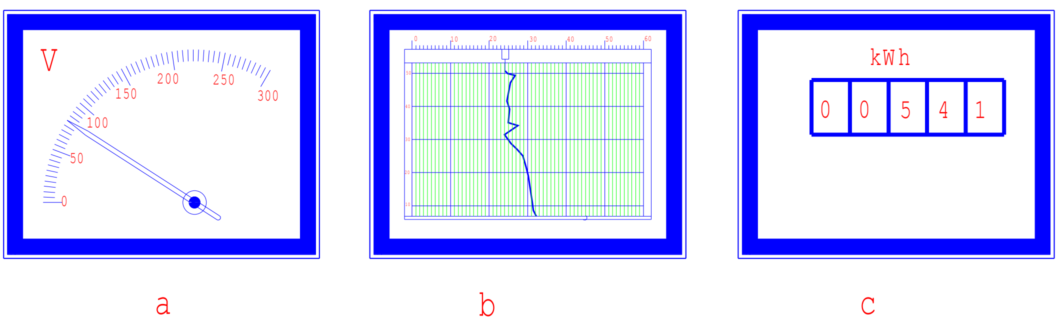
Strumenti registratori

La misura viene registrata al passare del tempo effettuando un grafico su carta.

Strumenti integratori

I valori della grandezza , nei successivi intervalli di tempo Δt, vengono moltiplicati per questi e i risultati sommati. si ha una integrazione della grandezza nel tempo. questi strumenti vengono anche denominati *contatori.*

fig.19.1



19.1.1 Strumenti indicatori

In questi strumenti l'indicazione della misura si può ottenere con lo spostamento di un indice su una scale graduata.

La scala può essere di tipo lineare o di altro tipo: quadratica logaritmica...
Nella scala lineare vi è proporzionalità diretta tra lo spostamento dell'indice e la misura della grandezza.
Una scala si dice quadratica quando lo spostamento dell'indice è proporzionale al quadrato della misura della grandezza; si dice logaritmica quando detto spostamento è proporzionale al logaritmo della misura.
La scala graduata può essere poi a *lettura diretta* o *indiretta*. È a *lettura diretta* quando si legge su di essa direttamente la misura da effettuare. La scala è, invece, *a lettura indiretta* quando in essa vi è solamente l'indicazione di in certo numero di divisioni numerate

19.9.1.1 Portata dello strumento

È il valore massimo della grandezza misurata che porta l'indicazione dello strumento a *fondo scala*.
La portata è un parametro fondamentale nella la scelta dello strumento occorrente per la misura della grandezza da effettuare: il valore della misura deve essere ovviamente inferiore alla portata e non nelle prime suddivisioni della scala (conviene in tal caso scegliere uno strumento con portata inferiore).
Costante dello strumento.
Per eseguire una misura negli strumenti a *misurazione indiretta*, occorre definire il valore di una suddivisione. Ciò si ottiene, negli strumenti con scala lineare, conoscendo la portata P_o dello strumento ed il numero totale N delle suddivisioni della scala.
Si definisce *costante* dello strumento il rapporto C_s:

$$C_s = \frac{P_o}{N} \qquad (19.4.1)$$

Essa determina il valore unitario di una suddivisione. Se n è il numero di divisioni indicate sulla scala, la misura della grandezza è data da:

$$m = C_s \cdot n \qquad (19.4.2$$

10.9.1.1 Errori nella lettura dello strumeto

Nella lettura di uno strumento si possono effettuare due tipi di errori: *errori sistematici e casuali.*

Errori sistematici
Sono dovuti ad imperfezioni dello strumento od al metodo di misurazione. Essi si presentano sempre con lo stesso valore e segno; possono essere eliminati sottraendoli al valore della misura effettuata.

Errori casuali
Sono dovuti all'operatore o a cause esterne fortuite, non prevedibili. Il loro valore e segno risulta di volta in volta diverso nelle singole letture. L'errore casuale si riduce eseguendo più misure della stessa grandezza ed effettuando la media aritmetica dei valori letti. Effettuata una media, conviene scartare i valori che si scostano di una certa percentuale da essa (in genere 5%) ed effettuare di nuovo la media con i valori restanti. Si può così proseguire fino a che tutti i valori non si scostano della percentuale prefissa dal valore medio.

19.9.1.1.1 Precisione dello strumento

Come si è detto uno strumento presenta sempre degli errori di indicazione. Queste sono dovute al processo di fabbricazione che è stato eseguito rispettando determinate tolleranze.

Per giudicare la precisione di uno strumento occorre confrontare le sue indicazioni con quelle di uno strumento campione, nel quale gli errori sono notevolmente inferiori a quello in esame.

La precisione di uno strumento può essere valutata confrontando l'errore assoluto massimo che si può verificare nelle indicazioni rispetto al valore del fondo scala (portata).

La classe di precisione dello strumento è dato dal rapporto % tra l'errore assoluto massimo e_{max} che si può verificare in *ogni indicazione* e il fondo scala P_o:

$$Classe = \frac{e_{max}}{P_o} \cdot 100 \quad (19.4.3)$$

La classe di precisione viene stampata sul quadrante dello strumento e nella indicazione è sottinteso il simbolo %.

Usuali sono le seguenti classi: *0.2 - 0.5 - 1 - 1,5 - 2,5.*

Si tenga conto che la classe si riferisce ad un errore % che si può commettere in ogni suddivisione della scala.

Per chiarire le idee supponiamo che un voltmetro sia di classe 0,2 e abbia il fondo scala di 10 V.

Dalla (19.4.3) si ricava l'errore assoluto massimo, in più o in meno, che si può commettere in ogni indicazione della scala:

$$e_{max} = \frac{P_o}{100} \cdot C_s = \frac{10}{100} \cdot 0.2 = 0{,}02 \text{ V}$$

Così quando l'indicazione è di 8 V, il valore vero può essere compreso tra:

$$8 + 0{,}02 = 8{,}02 \quad \text{e} \quad 8 - 0{,}02 = 7{,}98 \quad -$$

con errore relativo di $e_r\% = \frac{0{,}02}{8} \cdot 100 = 0{,}25\%$

Se l'indicazione di 0.5 V, l'errore assoluto massimo, consentito è ancora 0,02 V, e il valore vero può essere compresso tra:

$0{,}5 + 0{,}02 = 0{,}52$ e $0{,}5 - 0{,}02 = 0{,}03$ - con errore relativo di $e_r\% = \frac{0{,}02}{0{,}5} \cdot 100 = 4\%$

L'errore relativo è maggiore e diviene grossolano nelle basse indicazioni della scala: conviene non utilizzarle e scegliere uno strumento con fondo scala inferiore.

19.4.1.3 Sensibilità

La sensibilità di uno strumento è dato dalla sua capacità di variare l'indicazione al variare del valore della grandezza da misurare. Uno strumento sarà tanto più sensibile quante più *suddivisioni* esso varia per ogni *unità* di variazione della grandezza misurata.

La sensibilità S_e è data del rapporto tra il numero totale di suddivisioni N della scala e la portata P_o dello strumento.

$$S_e = \frac{N}{P_o} = \frac{1}{C_s}$$

La sensibilità S_e è l'inverso della costante C_s dello strumento.

19.10 Resistenze elettriche - Impiego nelle misure

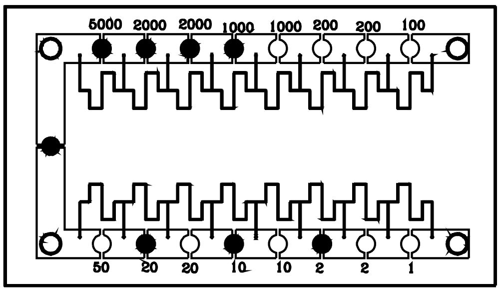
La resistenza elettrica si può riferire ad un elemento passivo che disperde energia, come nel trasporto di questa nelle linee, oppure è un componente appositamente costruito per particolari utilizzazioni, come la trasformazione di energia elettrica in calore o come componente in particolari circuiti.

In laboratorio possono essere disponibili delle resistenze campioni, costituite da fili metallici aventi un bassissimo coefficiente di dilatazione termica, in modo che rimangano invariate le dimensioni con il variare della temperatura ambiente, come la manganina.

In laboratorio per le misure possono essere disponibili resistenze di diversa misura e formato.

19.5.1 Cassette di resistenze

fig.19.2

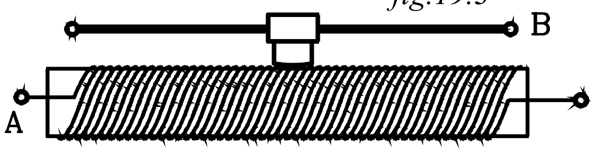


Le resistenze sono sistemate entro una cassetta e le loro estremità vengono connesse a dei blocchetti di metallo, disposti sul coperchio e separati da una piccola fessura uno dall'altro . Due blocchetto adiacenti possono essere messi a contatto elettrico attraverso l'introduzione di una spina nella fessura che li separa. Così introducendo più spine in posizioni diverse si possono ottenere differenti valori di resistenza.

Le resistenze connesse danno variazioni o dell'unità o della decina di ohm, in modo da avere un'ampia possibilità di variarne i valori.

19.5.2 Reostati

fig.19.3



Sono delle resistenze variabili, costituite, generalmente da un filo conduttore avvolto su di un supporto isolante. Sulle spire del conduttore viene fatto scorrere un contatto strisciante, che rispetto ad una estremità, comprende nello spostamento un numero di spire variabili. In tal modo, al variare della posizione del cursore tra l'estremità *A* del filo avvolto e il contatto strisciante si può inserire una resistenza variabile da *0* ad un valore massimo, corrispondente all'intera corsa del cursore.

19.9.1 Circuito potenziometrico

Il potenziometro è una resistenza distribuita su di un tratto rettilineo, circolare o ad elica della quale se ne può, attraverso un cursore, inserire una parte, a partire da una estremità fino all'intero inserimento.

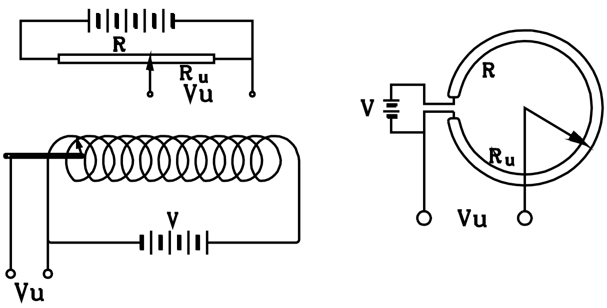


fig.19.4

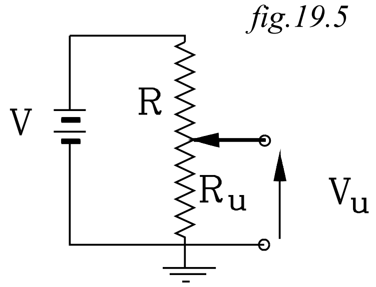
Con il circuito potenziometrico si può regolare il valore della tensione da zero fino ad un valore massimo. Per ottenere ciò si inserisce agli estremi dell'intera resistenza un generatore di tensione, con valore corrispondente al valore massimo V e tra una estremità della resistenza distribuita e il cursore si preleva la tensione di uscita V_u,. Questa ha valore 0 quando il cursore è sulla estremità di riferimento (con inserimento di resistenza nullo) e valore massimo sull'altra estremità (con inserimento dell'intera resistenza distribuita).

Si indichi con R la resistenza totale distribuita e R_u la resistenza inserita tra l'estremità di riferimento ed il cursore.

Tensione di uscita a vuoto

Si consideri ora il valore della tensione V_u ai capi della resistenza R_u a vuoto: nel caso cioè che tra i morsetti di uscita non vi sia collegata nesun'altra resistenza.

fig.19.5



La corrente che passa sulla resistenza totale R è:

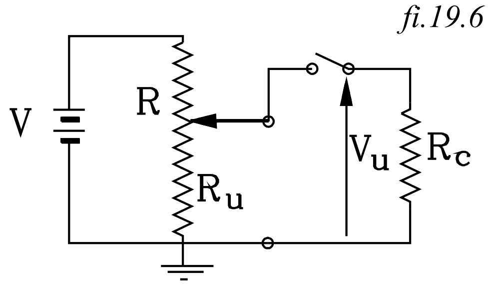
$$I = \frac{V}{R}$$

La tensione in uscita è:

$$V_u = R_u \cdot I \qquad V_u = V \cdot \frac{R_u}{R} \quad (19.5.1)$$

Quando $R_u = 0$ risulta $V_u = 0$. Il massimo valore della tensione di uscita si ha quando viene inserita la resistenza totale: per $R_u = R$ e risulta $V_u = V$

fi.19.6



Se in uscita del circuito potenziometrico si inserisce un carico R_c,, da questo viene assorbita una parte della corrente erogata dal generatore. Per determinare la tensione ai capi del carico R_c, occorre: - Calcolare la resistenza parallelo R_p tra R_u ed R_c, - Porla in serie alla resistenza $(R - R_u)$ - Calcolare la corrente erogata I - Calcolare infine la d.d.p V_u ai capi della resistenza parallelo.

Dal procedimento indicato si ottiene:

$$V_u = \frac{R_u \cdot R_c}{R_u \cdot (R - R_u) + R \cdot R_c} \quad (19.5.2)$$

dividendo numeratore e denominatore per R_c si ha:

$$V_u = V \cdot \frac{R_u}{\frac{R_u \cdot (R - R_u)}{R_c} + R} \quad (19.5.3)$$

Dalla (19.5.3) si può constatare che quando la resistenza di carico è nulla: $R_c = 0$, allora risulta nulla la tensione di uscita: $V_u = 0$. Quando, invece la resistenza di carico R_c risulta molto elevata e tendente all'infinito, allora la frazione al denominatore della (19.5.3) tende a zero e il valore della tensione di uscita V_u tende alla espressione ottenuta a vuoto:

$$V_u = V \cdot \frac{R_u}{R}$$

IN LABORATORIO

Verificare il circuito potenziometrico di *fig. 19.6 a vuoto e* sotto carico ponendo:

$V = 100V$ - $R = 120\Omega$ - $R_u = \frac{1}{3} \cdot R = 60\Omega$ $R_c = 200\Omega$

Si certifichi che a vuoto la tensione di uscita è 1/3 di quella di alimentazione, mentre risulta inferiore inserendo il carico.

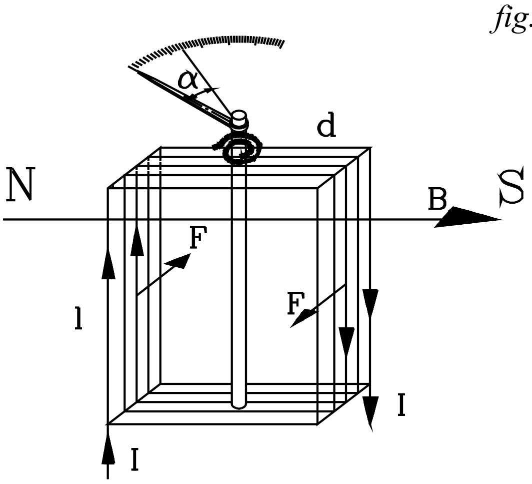
19.10 Strumenti magnetoelettrici a bobina mobile

È uno strumento molto usato per la misure analogiche con scala proporzionale. Va sotto il nome di *galvanometro* Essenzialmente esso è costituito da un magnete permanente entro il quale è immersa una bobina di forma rettangolare avvolta su un telaio cilindrico, composta da un numero N di spire di fili di rame, percorsa da una corrente I, proporzionale alla grandezza da misurare.

L'equipaggio mobile è montato su di un alberino, supportato da due perni e collegato ad una molla a spirale che lo trattiene, opponendosi con una tensione alla sua rotazione.

Solidale all'aberino è montato un indice ad ago che scorre nella rotazione su di una scala graduata.

fig.19.7



Si consideri lo schema di *fig.19.7.* I lati di lunghezza l tagliano normalmente le linee di flusso e, percorsi dalla corrente I, sono soggetti ad una forza normale ad essi e alle linee di flusso. la forza ha poi il senso tale che la freccia del vettore che lo rappresenta vede la I ruotare in senso antiorario per ricongiungersi con la linea di flusso. Sui conduttori dei due lati della bobina percorsi da correnti in senso opposto si eserciteranno forze della stessa intensità ma di verso opposto.

La forza che si esercita su di un conduttore è data dal prodotto:

$$B \cdot I \cdot l$$

La forza totale F sugli N conduttori di un lato della bobina sarà:

$$F = NBl \cdot I$$

Le due forze F uguali e contrarie e parallele sono applicate ad una distanza d, determinando così una coppia C_e che sollecita l'equipaggio mobile a ruotare di un angolo α :

$$C_e = F \cdot d \qquad C_e = N\,B\,l\,d \cdot I \quad (19.6.1)$$

Nella rotazione dell'albero viene deformata la molla a spirale che reagisce fornendo una coppia C_m di reazione, proporzionale all'angolo α di deformazione.

$$C_m = k_m \cdot \alpha \quad (19.6.2)$$

Si raggiungerà l'equilibrio quando le due coppie C_e, C_m sono uguali:

$C_e = C_m$ uguagliando la (19.6.1) con la (19.6.2) si ha: $k_m \cdot \alpha = N\,B\,l\,d \cdot I$

$$\alpha = \frac{N\,B\,l\,d}{k_m} \cdot I \quad \text{ponendo} \quad \frac{N\,B\,l\,d}{k_m} = k \quad \text{si ha :}$$

$$\alpha = k \cdot I \quad (19.6.3)$$

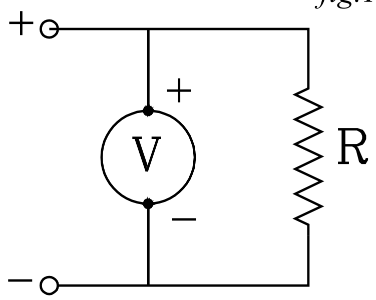
L'angolo di rotazione α dell'equipaggio mobile è proporzionale alla corrente I che scorre entro la bobina mobile.

Quanto detto è valido solamente se nella rotazione della bobina i conduttori dei due lati attivi tagliano perpendicolarmente le linee di flusso ed il braccio d della coppia rimane costante. Per ottenere ciò si tende a creare tra le espansioni e il nucleo sul quale è avvolta la bobina un campo radiale.

Lo strumento a bobina mobile ha una scala proporzionale alla corrente I che scorre nella bobina. Questa può dipendere indirettamente dalla tensione V applicata ai suoi estremi, oppure dalla resistenza posta nel circuito, attraverso al legge di ohm; per cui lo strumento a bobina mobile può essere utilizzato, opportunamente equipaggiato ad effettuare misure di corrente o di tensione in corrente continua o di resistenze. Inoltre, attraverso un raddrizzatore, può anche essere impiegato per la misura di correnti e tensioni alternate, costituendo così uno strumento universale analogico.

19.11 Misura della tensione - Il voltmetro

fig.19.8



Lo strumento per la misura della tensione viene denominato *voltmetro*. Esso deve fornire una indicazione dipendente dalla d.d.p tra i due punti in misurazione e quindi va inserito in parallelo a questi

Per misurare una tensione in continua si può impiegare uno strumento a *bobina mobile* la cui rotazione dell'indice è proporzionale alla corrente che percorre la bobina.

$$\alpha = k \cdot I \quad (19.7.1)$$

Lo strumento, posto in parallelo ai capi di un carico (o ai morsetti di un generatore) in cui vi è una d.d.p V, assorbirà la corrente I data dalla relazione:

$$I = \frac{V}{R_g} \quad (19.7.2)$$

Per cui la rotazione α dell'indice sarà:

$$\alpha = k \cdot \frac{V}{R_g} \qquad \alpha = \frac{k}{R_g} \cdot V \quad \text{ponendo} \quad \frac{k}{R_g} = k_v \quad \text{si ha}$$

$$\alpha = k_v \cdot V \quad (19.7.3)$$

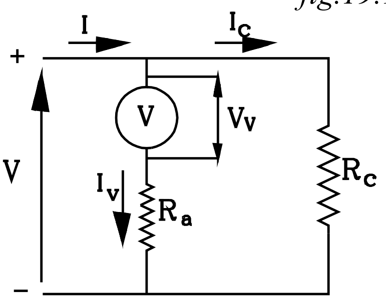
La rotazione α dell'indice risulta proporzionale alla d.d.p V posta ai capi dello strumento.

È da rilavare che lo strumento, sottoposto alla d.d.p V assorbe la corrente data dalla (19.7.2) con una alterazione del circuito in misurazione, ottenendo una misura affetta da errore. Affinché sia piccola la corrente assorbita, occorre che sia grande la resistenza rispetto alla tensione.

La resistenza R_g nei galvanometri è piccola, occorre inserire in serie una resistenza addizionale per aumentare la portata dello strumento.

Il voltmetro è fornito con la resistenza addizionale con la quale si misura la tensione di fondo scala con una corrente ammissibile I di assorbimento (dell'ordine dei mA).

fig.19.10



I voltmetri possono disporre di più portate, ponendo in serie con lo strumento a bobina mobile resistenze addizionali che possono essere inserite a seconda della portata voluta.

Con riferimento alla figura *fig.19.10,* sia R_a la resistenza addizionale per portare la portata dello strumento dal valore V_v al valore V. Sia R_v la resistenza interna del voltmetro. Risulta:

$$V_v = R_v \cdot I_v \qquad V = (R_v + R_a) \cdot I_v$$

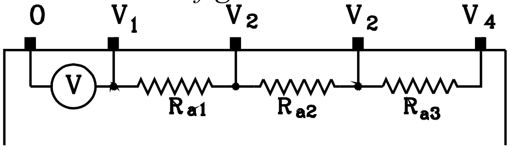
Si definisce potere moltiplicatore il rapporto:

$$m = \frac{V}{V_v} \quad (19.7.4)$$

sostituendo si ottiene: $m = \dfrac{R_v + R_a}{R_a}$ da cui si ricava R_a:

$$R_a = (m - 1) \cdot R_v \quad (19.7.5)$$

fig.19.11



Per ottenere più portate, sono disponibili, entro la cassetta contenente lo strumento, più resistenze in serie accessibili all'esterno con morsetti che possono rappresentare una estremità di connessione dello strumento. Così nella figura *fig.19.11* si hanno diverse portate connettendo lo strumento tra il morsetto *0* e i morsetti posti alle estremità delle resistenze addizionali.

IN LABORATORIO

- Effettuare a laboratorio l'inserzione voltmetrica su diversi carichi.

- Conosciuta la portata V_v e resistenza interna di un voltmetro determinare la resistenza addizionale da inserire per aumentare la sua portata di un moltiplicatore *m=2* - Effettuare poi delle verifiche.

19.8Misura dell'intensità di corrente - Amperometro

Si deve misurare la corrente che scorre su un ramo di un circuito. Occorre per ottenere ciò interrompere il ramo e chiuderlo attraverso l'inserimento dello strumento, il quale verrà ,così, percorso dalla corrente da misurare.

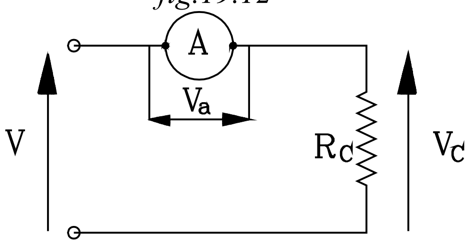
Lo strumento in questo caso deve dare una indicazione dipendente dalla corrente che scorre su di esso.

Come strumento per la misurazione della corrente continua può essere impiegato uno strumento a bobina mobile il quale fornisce una indicazione analogica attraverso la rotazione α dell'indice proporzionale proprio alla corrente che l'attraversa.

$$\alpha = k \cdot I \quad (19.8.1)$$

Si può tarare così la scala direttamente in valori di corrente.

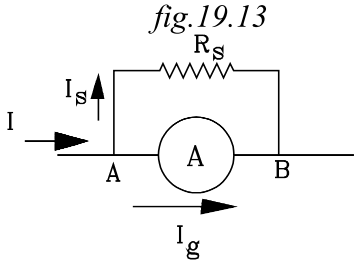
fig.19.12



Lo strumento va inserito in serie al carico sul quale si vuole misurare la corrente che lo percorre. Nell'inserimento si aggiunge nel ramo in misurazione la differenza di potenziale che si stabilisce ai capi della resistenza interna dello strumento. Questa deve essere molto piccola, in modo da non alterare le condizioni del circuito in misurazione

Lo strumento a bobina mobile, presenta una piccola resistenza interna e va a fondo scala per piccoli valori di corrente: nasce la necessità di avere a disposizione portate più elevate, per misurare correnti che si presentano nelle applicazioni di uso industriale.

fig.19.13



Per aumentare la portata della corrente misurabile si pone in parallelo allo strumento una resistenza detto *shunt* , in modo che una parte della corrente passa sulla resistenza parallelo aggiunta, determinando così una diminuzione di quella che scorre sullo strumento. Tanto più piccola è la resistenza posta in parallelo allo strumento tanto, più sarà la corrente che viene convogliata su di essa, con diminuzione di quella che andrà sullo strumento.

Indicando con I la corrente nel ramo da misurare con I_g la corrente che scorre nello strumento, I_s la corrente sullo *shunt,* con R_s la resistenza di questo e con R_g la resistenza dello strumento, si può ricavare la corrente che scorre sullo strumento.

La corrente totale I del ramo va su parallelo tra R_s e R_g :

$$R_p = \frac{R_s \cdot R_g}{R_s + R_g}$$

La d.d.p V_{AB} è :

$$V_{AB} = \frac{R_s \cdot R_g}{R_s + R_g} \cdot I$$

per cui la corrente I_g sarà

$$I_g = \frac{V_{AB}}{R_g} \quad \text{sostituendo:}$$

$$I_g = \frac{R_s \cdot R_g}{R_s + R_g} \cdot I \cdot \frac{1}{R_g}$$

$$I_g = \frac{R_s}{R_s + R_g} \cdot I \quad (19.8.2)$$

Il potere moltiplicatore è:

$$m = \frac{I}{I_g} \quad (19.8.3)$$

dalla (19.8.2) si ottiene $m = \frac{R_s + R_g}{R_g}$

$$m = 1 + \frac{R_s}{Rg} \quad (19.8.4)$$

Dalla (19.8.4) si ricava la resistenza di shunt per aumentare la portata di un potere moltiplicatore *m.*

$$R_s = \frac{R_g}{m - 1} \quad (19.8.5)$$

IN LABORATORIO

- Effettuare a laboratorio l'inserzione dell'amperometro su diversi carichi
- Conosciuta la portata I_g e resistenza interna dell'amperometro determinare la resistenza *shunt* da inserire in parallelo per aumentare la sua portata di un moltiplicatore $m = 3$,- Effettuare poi delle verifiche.

19.9Misura di resistenze

Si possono effettuare misurazioni dirette o indirette a seconda che dall'indicazione si rileva direttamente il valore della resistenza, oppure questa viene ricavata dalla misurazione di altre grandezze con le quale è in relazione.

19.9.1 Metodo voltamperometrico

È un metodo indiretto molto usata. Si misura la tensione *V* ai capi della resistenza e la corrente *I* che l'attraversa. Il rapporto tra la tensione e la corrente misurate forniscono il valore della resistenza.

$$R = \frac{V}{I} \quad (19.9.1)$$

Occorre tener conto che l'inserzione degli strumenti, a seconda di come viene effettuata, indicano una corrente o una tensione diversa da quella che scorre sulla resistenza in misurazione, per cui la misura e affetta da errore.

Occorre porre particolare attenzione all'inserimento dei due strumento in modo da minimizzare l'errore che si introduce.

Si possono avere due tipi di inserzioni diverse:

- Voltmetro a monte dell'amperometro.

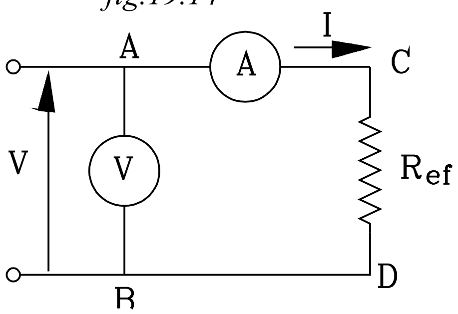
- Voltmetro a valle dell'amperometro.

19.9.1.1 Voltmetro a monte dell'amperometro

In questo caso *fig.19.14* la corrente che scorre sull'amperometro è la stessa che percorre la resistenza: l'indicazione di corrente dello strumento è esattamente quella che passa sulla resistenza.

Il voltmetro invece misura la somma della d.d.p ai capi della resistenza e quella ai capi della resistenza interna dell'amperometro Quindi, la tensione misurata sul voltmetro è diversa da quella che si ha ai capi della resistenza.

fig.19.14



L'errore risulterà piccolo se la differenza di potenziale ai capi dell'amperometro risulta molto piccola rispetto a quella che si ottiene ai capi della resistenza. Ciò si ha quando la resistenza effettiva R_{ef} da misurare è grande rispetto alla resistenza interna dell'amperometro.

L'inserzione con il voltmetro a monte dell'amperometro è conveniente quando si deve misurare una resistenza molto più grande di quella interna dell'amperometro.

Conoscendo la corrente I misurata dall'amperometro, la resistenza interna R_g di questo e la tensione V misurata ai capi AB dal voltmetro si può determinare la differenza di potenziale V_{CD} ai capi della resistenza (*fig.19.14)*:

$$V_{CD} = V - R_g \cdot I$$

Si può così determinare il valore della resistenza effettiva R_{ef} :

$$R_{ef} = \frac{V_{CD}}{I} \qquad R_{ef} = \frac{V - R_g \cdot I}{I}$$

$$R_{ef} = \frac{V}{I} - R_g \quad (19.9.2)$$

Il rapporto $\frac{V}{I}$ è la resistenza R misurata senza considerare l'errore di inserzione. Quindi risulta:

$$R_{ef} = R - R_g$$

e l'errore assoluto commesso assumendo come misura della resistenza il valore R è:

$$e = R - R_{ef}$$

$$e = R_g \qquad (19.9.3)$$

L'errore relativo è:

$$e_r = \frac{R_g}{R_{ef}} \quad (19.9.4)$$

L'errore relativo è tanto più piccolo quanto minore è la resistenza dell'amperometro rispetto a quella da misurare.

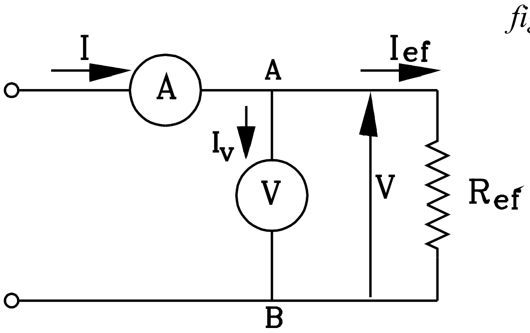
19.9.1.1 Voltmetro a valle dell'amperometro

In questo caso *fig.19.15* la corrente che scorre sull'amperometro, nel nodo A, si divide in due parti: una parte va sulla resistenza e l'altra scorre sul voltmetro. In tal modo la corrente indicata dall'amperometro non è quella che percorre la resistenza effettiva R_{ef} da misurare.

Il voltmetro invece collegato ai capi della resistenza effettiva misura la effettiva d.d.p che si ha ai suoi capi. L'errore risulterà piccolo se la corrente assorbita dal voltmetro è piccola rispetto a quella che viene inviata sulla resistenza effettiva R_{ef} da misurare. Ciò si ottiene quando la resistenza effettiva R_{ef} da misurare è piccola rispetto alla resistenza interna del voltmetro posto in parallelo.

L'inserzione con il voltmetro a valle dell'amperometro è conveniente quando si deve misurare una resistenza molto più piccola di quella interna del voltmetro.

fig.19.15



Conoscendo la tensione V misurata dal voltmetro, la resistenza interna R_v di questo e la corrente I misurata dall'amperometro si può determinare la corrente effettiva I_{ef} che scorre sulla resistenza R_{ef} (*fig.19.15)*:

$$I_{ef} = I - \frac{V}{R_v}$$ da cui si ricava il valore effettivo della resistenza:

$$R_{ef} = \frac{V}{I - \frac{V}{R_v}} \quad (19.9.5)$$

Il rapporto $\frac{V}{I}$ è la resistenza R misurata senza considerare l'errore di inserzione. Dividendo sia il numeratore che il denominatore della (19.9.5) per la corrente I misurata si ha:

$$R_{ef} = \frac{R}{1 - \frac{R}{R_v}}$$

con successivi passaggi si può determinare l'errore relativo; esso è dato dalla espressione:

$$e_r = \frac{R_{ef}}{R_v} \quad (19.9.6)$$

L'errore relativo è tanto più piccolo quanto minore è la resistenza effettiva da misurare rispetto a quella interna del voltmetro.

Conclusioni

Si può così concludere che: se, con il metodo voltamperometrico, non si vuole correggere la misura effettuata, per misurare una resistenza grande occorre adoperare l'inserzione con il voltmetro a monte dell'amperometro, invece per misurare una resistenza piccola occorre utilizzare l'inserzione con il voltmetro a monte dell'amperometro.

Per giudicare se una resistenza R è grande o piccola la si confronta con la media geometrica tra le resistenze interne del voltmetro R_v e dell'amperometro R_g:

$$R_m = \sqrt{R_g \cdot R_v} \quad (19.9.7)$$

Se $R > R_m$ si impiega l'inserzione con voltmetro a monte dell'amperometro.

Se $R < R_m$ si impiega l'inserzione con voltmetro a valle dell'amperometro.

IN LABORATORIO

- Effettuare la misura di una resistenza di elevato valore con il metodo voltamperometrico con inserzione del voltmetro a monte dell'amperometro.
  Effettuare la lettura dei due strumenti determinando la resistenza *R* come rapporto delle due misure
  Conoscendo la resistenza dell'amperometro determinare il valore della resistenza effettiva R_{ef} togliendo l'errore di inserzione. Determinare l'errore relativo.

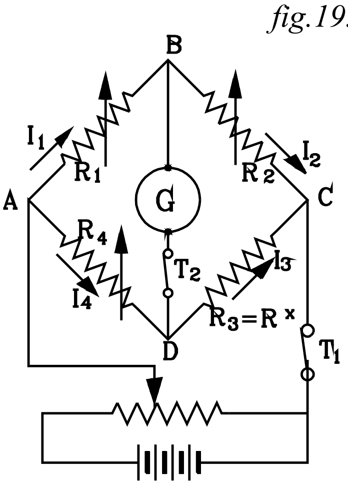
- Data una resistenza *R* determinare il tipo di inserzione può adatto per la misura con il sistema voltamperometrico. Effettuare quindi le misure - Determinare la resistenza senza e con la correzione.

19.9.2 Ponte di Wheatstone

Con questo metodo si ottengono misure di resistenze con piccoli errori relativi.

Il ponte è costituito da quattro resistenze, di cui una incognita, disposte secondo i lati di un quadrilatero, come in *fig.19.16.* Una diagonale viene inserita, mediante un tasto, sull'alimentazione e l'altra, mediante un secondo tasto, viene collegata ad uno *strumento indicatore di zero*.

fig.19.16



Le tre resistenze non incognite R_1, R_2, R_4 sono variabili.

Posta la resistenza $R_3 = R_x$ incognita sul lato del ponte si variano le altre tre in modo che, chiuso il tasto T_2, il galvanometro dà l'indicazione di zero: *il ponte si dice in equilibrio*.

In queste condizioni sulla diagonale *BD* non scorre corrente. Ciò avviene quando la differenza di potenziale V_{DB} è nulla e, quindi, il vertice *B* si trova allo stesso potenziale di *D*.

Per il fatto che sulla diagonale *BD* non scorre corrente risulta:

$$I_1 = I_2 \quad ; \qquad I_4 = I3 \qquad (19.9.8)$$

Essendo $V_B = V_D$ risultano uguali le differenze di potenziale:
$V_{AB} = V_{AD} \qquad V_{BC} = V_{DC} \quad (19.9.9)$

Applicando la legge di Ohm le (19.9.9) si scrivono:

$$R_1 \cdot I_1 = R_4 \cdot I_4$$

$$R_2 \cdot I_2 = R_3 \cdot I_3$$

Dividendo membro a membro si ottiene:

$$\frac{R_1 \cdot I_1}{R_2 \cdot I_2} = \frac{R_4 \cdot I_4}{R_3 \cdot I_3}$$

considerando le uguaglianze (19.9.8) tra le correnti e semplificando si ottiene:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_4}{R_3} \qquad \text{da cui}$$

$$R_1 \cdot R_3 = R_2 \cdot R_4 \quad (19.9.10)$$

Il ponte è in equilibrio quando il prodotto delle resistenze poste su due lati opposti è uguale al prodotto degli altri due.

Considerando R_3 come resistenza incognita, questa si ricava dalla (19.9.10)

$$R_x = R_3 = R_4 \cdot \frac{R_2}{R_1}$$

Riguardo alla regolazione, le due resistenze R_2, R_1 danno un rapporto che può variare con valori decimali (0,1, 10, 100...), mentre è affidata alla resistenza R_4 la variazione fine, di ohm in ohm fino ad un massimo di 10.000, per il raggiungimento dell'equilibrio del ponte.

In pratica, prima si predispone il rapporto decimale $\frac{R_2}{R_1}$ in base all'ordine di grandezza della resistenza da misurare e, poi si varia la resistenza R_4 che porta, entro il fondo scala, il ponte in equilibrio.

Così per esempio se la resistenza è dell'ordine di 40.000 Ω si assume il rapporto $\frac{R_2}{R_1} = 10$, in modo che la variazione di R_4 può portare il valore fino a 10x10.000 = 100.000 Ω

IN LABORATORIO

Effettuare misure di resistenze con il ponte di Wheatstone, mettendo in rilievo la scelta del rapporto in base all'ordine di grandezza della resistenza da misurare.

19.9.3 Ohmetro in serie

Con questo strumento si ottiene una misurazione diretta della resistenza

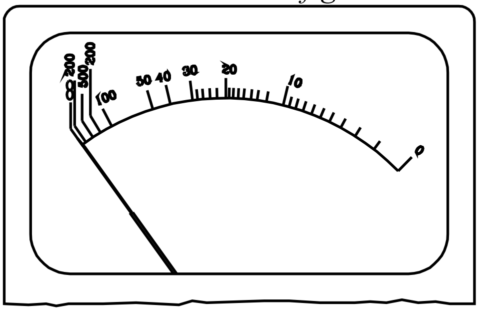
È composto da uno strumento amperometrico posto in serie alla resistenza da misurare e ad una resistenza R_z detta zavorra. La serie viene alimentata da un generatore (pila o batteria) con f.e.m E.

La corrente che scorre nella serie è data dal rapporto tra la *f.e.m E* e tutte le resistenze in serie, compresa la resistenza interna del generatore R_i e del galvanometro R_g .

$$I = \frac{E}{(R_i + R_z + R_g) + R_x} \quad (19.9.11)$$

Le resistenze poste entro parentesi sono costanti, per cui la corrente che scorre entro lo strumento indicatore risulta inversamente proporzionale alla resistenza da misurare.

fig.19.17



Si ottiene una scala inversa, ove l'indice è a fondo scala quando la resistenza è nulla, mentre è all'inizio della scala per resistenza infinita.

Infatti per $R_x = 0$ risulta $I = \dfrac{E}{(R_i + R_z + R_g)}$;

mentre per $R \rightarrow \infty$ $I \rightarrow 0$

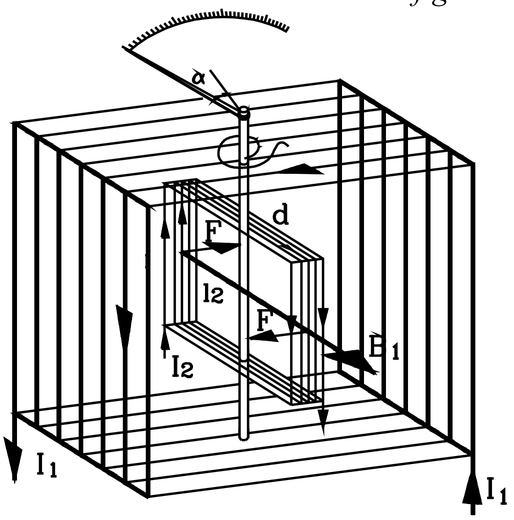
L'indicazione della corrente dipende oltre che dalla resistenza incognita da misurare, anche dalla *f.e.m E* del generatore che varia nel tempo.

Prime di effettuare la misurazione della resistenza occorre controllare lo zero dello strumento. Si congiungono i puntali posti ai morsetti di uscita e si controlla che l'indice segni il valore zero. Se l'indice è discosto dallo zero lo si porta su questo variando la resistenza zavorra R_z. La batteria va sostituita prima che non si ottenga più l'azzeramento.

19.10 Strumento elettrodinamico

È costituito essenzialmente da due bobine, una mobile ed una fissa, disposte con gli assi normali tra loro e percorse ciascuna da una corrente.

fig.19.18



Nell'interno della bobina fissa è disposta quella mobile ed i lati di questa, di lunghezza *l,* sono tagliati dalle linee del flusso generato dalla bobina fissa.

Si manifestano così sui lati opposti della bobina mobile forze uguali e contrarie, che determinano una coppia che tende a far ruotare detta bobina, contrastando l'azione di una molla antagonista a spirale.

La bobina mobile è montata su di un alberino che può ruotare su due perni e sul quale è montato un indice ad ago.

Nella bobina fissa avente un numero di spire N_1 , percorsa da una corrente I_1 e con un percorso medio del campo L_{1m} si ha una intensità di campo:

$$H = \frac{N_1 \cdot I_1}{L_{1m}} \quad \text{e quindi una induzione} \quad B_1 = \mu_0 \cdot \frac{N_1 \cdot I_1}{L_{1m}} \quad (19.10.1)$$

Le linee di campo tagliano i conduttori di lunghezza L_2 della bobina mobile, avente un numero di spire N_2 e percorsa da una corrente I_2. Detti conduttori sono soggetti ad una forza perpendicolare al direzione del conduttore stesso e al vettore induzione B_1.

$$F = B_1 I_2 L_2 \cdot N_2 \quad (19.10.2)$$

sostituendo la (19.10.1) si ha

$$F = \mu_0 \cdot \frac{N_1 \cdot I_1}{L_{1m}} I_2 L_2 \cdot N_2$$

$$F = \mu_0 \cdot \frac{N_2 N_1 L_2}{L_{1m}} \cdot I_1 \cdot I_2 \quad (19.10.3)$$

I due lati opposti della bobina mobile sono percorsi da correnti in senso inverso; per cui le forze che agiscono su detti lati hanno la stessa intensità e direzione ma verso opposto, e ad una distanza *d* tra loro.

Si ha così sulla bobina mobile l'applicazione della coppia *C* di momento:

$$C = F \cdot d \qquad \text{sostituendo la (19.10.3)}$$

$$C = \mu_0 \cdot \frac{N_2 N_1 l_2 \cdot d}{l_{1m}} \cdot I_1 \cdot I_2 \qquad \text{riunendo tutte le costanti:}$$

$$C = k_e \cdot I_1 \cdot I_2 \quad (19.10.4)$$

La bobina mobile sotto l'azione della coppia *C* ruoterà di un angolo α deformando la molla a spirale che reagirà con una coppia contrastante C_m proporzionale all'angolo di rotazione.

$$C_m = k_m \cdot \alpha \quad (19.10.5)$$

Si avrà l'equilibrio quando la coppia di azione elettrodinamica e quella della molla saranno uguali e contrarie:

$$C = C_m$$

uguagliando la (19.10.4) e la (19.10.5) si ha:

$$k_m \cdot \alpha = k_e \cdot I_1 \cdot I_2 \qquad \text{da cui:}$$

$$\alpha = \frac{k_e}{k_m} \cdot I_1 \cdot I_2$$

indicando con *k* il rapporto tra le costanti risulta:

$$\alpha = k \cdot I_1 \cdot I_2 \quad (19.10.5)$$

La rotazione α della bobine mobile, e quindi dell'indice dello strumento, risulta proporzionale al prodotto delle due correnti I_1, I_2 che percorrono, rispettivamente, la bobina fissa e la mobile.

19.10.1 Indicazione dello strumento elettrodinamico in corrente alternata

In alternata le due correnti I_1, I_2 sono delle sinusoidi aventi, in generale, un certo sfasamento φ una rispetto all'altra. Consideriamo I_2 sfasata di φ rispetto ad I_1:

$$i_1 = I_{1m} sen(\omega t)$$

$$i_2 = I_{1m} sen(\omega t + \varphi)$$

La rotazione α dell'indice è proporzionale al prodotto delle due sinusoidi.

$$\alpha = k \cdot I_{1m} \cdot I_{2m} \cdot sen(\omega t + \varphi) \cdot sen(\omega t)$$

Attraverso la formula de Werner e con successivi passaggi si ottiene l'espressione:

$$\alpha = k \cdot \frac{I_{1m} \cdot I_{2m}}{2} \cdot cos\varphi - k \cdot \frac{I_{1m} \cdot I_{2m}}{2} sen(2\omega t + \varphi) \quad (19.10.6)$$

La rotazione dell'indice è composta da un valore costante più una oscillazione sinusoidale di frequenza doppia delle due correnti che scorrono nelle bobine.

Ora l'equipaggiamento mobile ha una inerzia tale da non riuscire a seguire la vibrazione sinusoidale; per cui l'indice ruota solamente del valore medio α_m, dato dal primo termine dell'espressione (19.10.6):

$$\alpha_m = k \cdot \frac{I_{1M} \cdot I_{2M}}{2} \cdot cos\varphi \qquad (19.10.7)$$

Questa espressione si può scrivere:

$$\alpha_m = k \cdot \frac{I_{1M}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_{2M}}{\sqrt{2}} \cdot cos\varphi$$

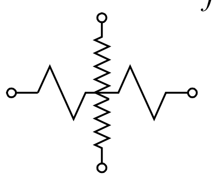
Ma i rapporti $\frac{I_{1M}}{\sqrt{2}} = I_1$ $\frac{I_{2M}}{\sqrt{2}} = I_2$ sono *i valori efficaci* delle correnti. Per cui:

$$\alpha_m = k \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot cos\varphi \qquad (19.10.7)$$

La rotazione media α_m dell'indice dello strumento elettrodinamico è proporzionale al prodotto dei valori efficaci delle correnti che scorrono sulle due bobine e al coseno dell'angolo di sfasamento relativo.

19.10.2 Simbolo dello strumento elettrodinamico

fig.19.19

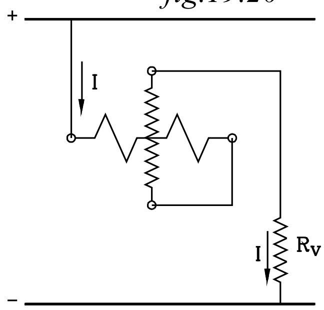


Lo strumento elettrodinamico nelle applicazioni viene rappresentato indicando le due bobine incrociate, con assi a 90° una rispetto all'altra

19.10.3 Strumento elettrodinamico usato come Voltmetro

Lo strumento elettrodinamico può essere adoperato per misurare tensioni sia in corrente continua che in alternata.

fig.19.20



In tutti e due i casi le due bobine vengono collegate in serie ad una resistenza addizionale R_v. Le estremità della serie, rappresentanti i morsetti dello strumento, vengono collegate ai due punti di cui si vuole misurare la differenza di potenziale. Le due bobine, essendo in serie, sono percorse dalla stessa corrente: $I_1 = I_2$. La resistenza R_v posta in serie alle bobine è elevata, in modo che lo strumento possa raggiungere una certa portata con piccolo assorbimento di corrente. *fig.19.20.*

In corrente continua

In corrente continua la rotazione dell'indice dello strumento è data dalla espressione (19.10.5)

$$\alpha = k \cdot I_1 \cdot I_2 \quad (19.10.8)$$

Le due bobine, essendo in serie, sono percorse dalla stesa corrente *I*. Risulta:

$$I_1 = I_2 = I \quad \text{e quindi}$$

$$\alpha = k \cdot I^2 \quad (19.10.9)$$

La corrente I è in funzione della d.d.p V posta agli estremi della serie. Indicando con R_v la resistenza totale di questa, risulta:

$$I = \frac{V}{R_v} \quad \text{sostituendo nella (19.10.9) si ha:}$$

$$\alpha = k \cdot \frac{V^2}{R_v^2} \quad \text{riunendo in una le costanti:}$$

$$k_{vc} = \frac{k}{R_v^2} \quad (19.10.10)$$

$$\alpha = k_{vc} \cdot V^2 \quad (19.10.11)$$

Per cui la rotazione dell'indice dello strumento risulta proporzionale al quadrato della tensione. **Lo strumento ha una scala quadratica.**

In corrente alternata

In corrente alternatala rotazione dell'indice dello strumento elettrodinamico è data dalla espressione (19.10.7)

$$\alpha_m = k \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot cos\varphi \quad (19.10.7)$$

La corrente I_1 e I_2 risultano uguali , essendo e due bobine in serie, e risulta nullo il loro sfasamento:

$$I_1 = I_2 \quad \varphi = 0 \quad \text{per cui la (19.10.7) diviene:}$$

$$\alpha = k \cdot I^2 \quad (19.10.12)$$

Dove I è il valore efficace della corrente che scorre sulla serie composta dalle due bobine e la resistenza addizionale R_v.

Si indichi con Z_v l'impedenza costituita dalla serie delle due bobine e la resistenza addizionale. La corrente I che scorre nella serie dipende dalla d.d.p posta ai suoi capi.

$$I = \frac{V}{Z_v}$$

sostituendo nella (19.10.12)

$$\alpha = k \cdot \frac{V^2}{Z_v^2} \quad \text{riunendo in una le costanti:}$$

$$k_{va} = \frac{k}{Z_v^2} \quad (19.10.13)$$

$$\alpha = k_{va} \cdot V^2 \quad (19.10.14)$$

Per cui la rotazione dell'indice dello strumento risulta proporzionale al quadrato del *valore efficace della tensione.* **Lo strumento ha una scala quadratica**.

È da osservare che le due bobine hanno una reattanza induttiva molto piccola rispetto alla resistenza R_v, per cui, in pratica, con questa si può far coincidere l'impedenza Z_v:

$$Z_v \cong R_v$$

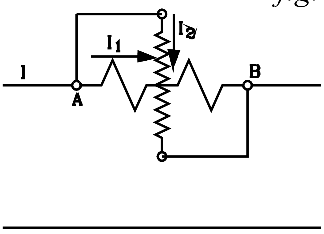
Quindi risultano circa uguali le costanti dello strumento nei due casi di utilizzazione dello strumento in corrente continua e in alternata:

$$k_{vc} = k_{va}$$

Lo strumento ha la stessa scala per misurare la tensione in corrente continua e il valore efficace in alternata.

19.10.4 Strumento elettrodinamico usato come Amperometro

fig.19.21



In questo caso le due bobine vengono collegate in parallelo tra loro e il parallelo ottenuto viene collegato in serie al ramo nel quale si vuole misurare la corrente che lo percorre.

Le estremità del parallelo tra le due bobine (fissa e mobile) rappresentano, i morsetti dell'amperometro e questi vanno collegati in serie al ramo in cui si vuole misurare la corrente.

In corrente continua

Sia I la corrente che scorre sul ramo ove è inserito lo strumento; siano R_1, R_2 le resistenze delle due bobine (fissa e mobile). La resistenza parallelo è:

$$R_p = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

la d.d.p V_{AB} ai capi del parallelo è:

$$V_{AB} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot I \qquad (19.10.15)$$

Si ottiene quindi le correnti I_1, I_2 che percorrono le due bobine.

$$I_1 = \frac{V_{AB}}{R_1} \qquad I_2 = \frac{V_{AB}}{R_2}$$

sostituendo la (19.10.15)   si ha:

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I \qquad I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot I \qquad (19.10.16)$$

La rotazione dell'indice dello strumento elettrodinamico in corrente continua è dato dalla (19.10.5)

$$\alpha = k \cdot I_1 \cdot I_2 \quad (19.10.5)$$

Sostituendo si ha:

$$\alpha = k \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{(R_1 + R_2)^2} \cdot I^2 \quad (19.10.17)$$

riunendo in una tutte le costanti:

$$k_{ac} = \frac{R_1 \cdot R_2}{(R_1 + R_2)^2} \quad (19.10.18) \quad \text{risulta:}$$

$$\alpha = k_{ac} \cdot I^2 \quad (19.10.19)$$

Per cui la rotazione dell'indice dello strumento risulta proporzionale al quadrato della intensità di corrente. Lo strumento ha una scala quadratica.

In alternata

In questo caso occorre considerare il parallelo tra le impedenze che forniscono le due, bobine in parallelo. Ripetendo lo stesso procedimento si arriva ad una espressione analoga alla (19.10.17) con sostituzione delle resistenze con le impedenze.

$$\alpha = k \cdot \frac{Z_1 \cdot Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2} \cdot I^2$$

Le due bobine fissa e mobile sono scelte in modo tale che risultano uguali le due espressioni

$$\frac{R_1 \cdot R_2}{(R_1 + R_2)^2} \cong \frac{Z_1 \cdot Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2}$$

Risultando uguali le costanti caratteristiche dello strumento, la stessa scala può esser utilizzata per misurare correnti continue e alternate.

IN LABORATORIO

In laboratorio far predisporre agli allievi circuiti con impedenze nei quali poter inserire il voltmetro e l'amperometro per misure in correnti alternate.

Le prove hanno lo scopo di esercitare l'allievo a collegare esattamente i circuiti e gli strumenti.

19.11 Misure di potenza

La potenza elettrica si ricava dall'espressione che la lega alle due grandezze: intensità di corrente I e differenza di potenziale V.

19.11.1 Misura di potenza in corrente continua

La misura della potenza in corrente continua si può ricavare in modo indiretto, con il metodo voltamperometrico o in modo diretto attraverso lo strumento detto *wattmetro.*

19.11.1.1 Metodo voltamperometrico

Per la misura di potenza in corrente continua con il metodo voltamperometrico si impiegano gli stessi collegamenti dell'amperometro e voltmetro utilizzati per la misura della resistenza (punto 9.9.1). In questo caso le misure di intensità di corrente e di tensione V servono per ricavare la potenza:

$$P = V \cdot I \quad (19.11.1)$$

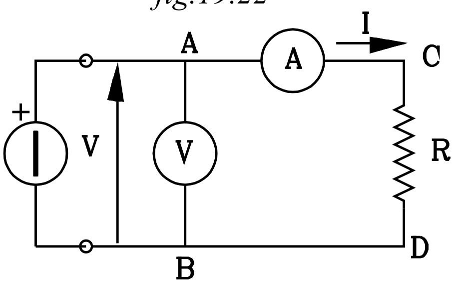
Questa è la potenza ricavata dalla misurazione degli strumenti.
La potenza effettiva sarà diversa da quella misurata, tenendo conto delle variazioni delle grandezze elettriche provocate dalla inserzione degli strumenti.
Occorre distinguere il caso che si voglia misurare la potenza erogata da un generatore da quella assorbita da un carico.
Consideriamo il caso di potenza assorbita da un carico R.
Nella inserzione (come per la misura di una resistenza) quando non si vuole correggere la misura ricavata dalla indicazione degli strumenti, occorre tener conto del valore della resistenza di carico R rispetto alla resistenza dell'amperometro R_g e del voltmetro R_v.

Posto $R_m = \sqrt{R_g \cdot R_v}$

Se $R > R_m$ risulta conveniente l'inserzione con il voltmetro a monte dell'amperometro.
Se $R < R_m$ risulta conveniente l'inserzione con il voltmetro a valle dell'amperometro.

Inserzione de voltmetro a monte dell'amperometro - Misura della potenza su di un carico

fig.19.22



In questo caso la corrente I misurata è quella che scorre sul carico, mentre la tensione V è la somma della d.d.p V_{CD} sul carico più quella V_{AC} che si stabilisce ai capi dell'amperometro. Conoscendo la resistenza interna dell'amperometro si può determinare la d.d.p effettiva che si ha ai capi del carico:

$$V_{CD} = V - R_g \cdot I \quad (19.11.2)$$

Conoscendo la corrente effettiva che scorre sul carico e la d.d.p effettiva si può ora ricavare la potenza effettiva:

$$P_{ef} = V_{CD} \cdot I$$

$$P_{ef} = V \cdot I - R_g \cdot I^2 \quad (19.11.3)$$

Il prodotto $V \cdot I$ è la potenza P misurata con gli strumenti, quindi:

$P_{ef} = P - R_g \cdot I^2$ e l'errore assoluto risulta:

$$e_a = P - P_{ef} = R_g \cdot I^2$$

$$e_a = R_g \cdot I^2 \quad (19.11.4)$$

L'errore assoluto è positivo ed è dato dalla potenza assorbita dall'amperometro.
La potenza effettiva sul carico è anche data da $R \cdot I^2$, per cui l'errore relativo sarà dato da:

$$e_r = \frac{e_a}{P_{ef}} \quad e_r = \frac{R_g \cdot I^2}{R \cdot I^2}$$

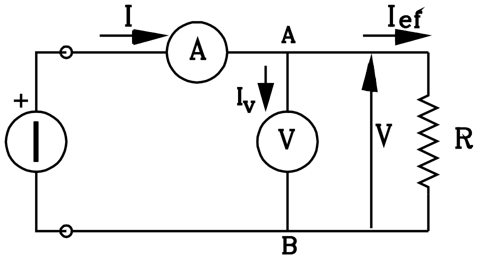
$$e_r = \frac{R_g}{R} \quad (19.11.5)$$

L'errore relativo è uguale a quello ottenuto nella misura della resistenza.

Inserzione del voltmetro a valle dell'amperometro- misura della potenza si un carico

fig.19.23

In questo caso è la tensione V, misurata con lo strumento, che risulta uguale a quella applicata ai capi del carico; mentre la corrente misurata, nel nodo A si divide in due parti: una I_v di piccola entità passa sul voltmetro inserito in parallelo, la restante parte va sulla resistenza di carico R.



Per calcolare la potenza effettiva assorbita dal carico si deve determinare la corrente che effettivamente viene in esso inviata.

$$I_{ef} = I - \frac{V}{R}$$

La potenza effettiva su carico sarà:

$$P_{ef} = V \cdot I_{ef} \qquad P_{ef} = V \cdot I - \frac{V^2}{R_v} \quad (19.11.6)$$

Il prodotto $V \cdot I$ è la potenza P misurata con gli strumenti, quindi:

$$P_{ef} = P - \frac{V^2}{R_v}$$

l'errore assoluto risulta:

$$e_a = P - P_{ef} = \frac{V^2}{R_v}$$

$$e_a = \frac{V^2}{R_v} \quad (19.11.7)$$

La potenza effettiva sul carico è anche espressa rispetto alla resistenza di carico e alla tensione applicata ai suoi capi:

$$P_{ef} = \frac{V^2}{R}$$ per cui l'errore relativo sarà dato da:

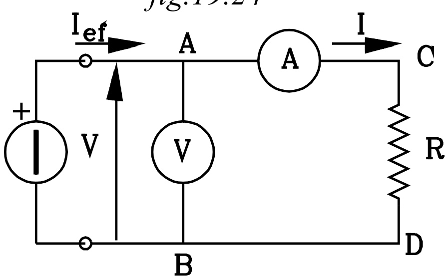
$$e_r = \frac{e_a}{P_{ef}} \; ; \qquad e_r = \frac{V^2}{R_v} \cdot \frac{R}{V^2} \; ;$$

$$e_r = \frac{R}{R_v} \quad (19.11.8)$$

L'errore relativo è uguale a quello ottenuto nella misura della resistenza.

Inserzione del voltmetro a monte dell'amperometro -Potenza erogata dal generatore

fig.19.24



In tal caso la tensione misurata è quella effettiva V che si ha ai morsetti del generatore. La corrente misurata è una parte di quella effettivamente erogata dal generatore.

Per ottenere la potenza effettiva del generatore occorre determinare la corrente I_{ef} da esso erogata, data dalla somma di quella misurata e quella che scorre sul voltmetro.

$$I_{ef} = I + \frac{V}{R_v}$$

La potenza effettiva erogata dal generatore sarà:

$$P_{ef} = V \cdot I_{ef}$$

$$P_{ef} = V \cdot I + \frac{V^2}{R_g} \quad (19.11.9)$$

Il prodotto $V \cdot I$ è la potenza P misurata con gli strumenti, quindi:

$$P_{ef} = P + \frac{V^2}{R_v}$$ l'errore assoluto sarà:

$$e_a = P - P_{ef} = -\frac{V^2}{R_v}$$

$$e_a = -\frac{V^2}{R_v} \quad (19.11.10)$$

L'errore assoluto è negativo ed è dato dalla potenza assorbita da voltmetro.

Considerando che in pratica la potenza assorbita dal voltmetro è trascurabile rispetto a quella P_c inviata sul carico, si commette un piccolo errore se si assume questa come potenza generata per il calcolo dell'errore relativo.

$$e_r = \frac{e_a}{P_c} \; ; \quad e_r = \frac{V^2}{R_v} \cdot \frac{R}{V^2} \; ;$$

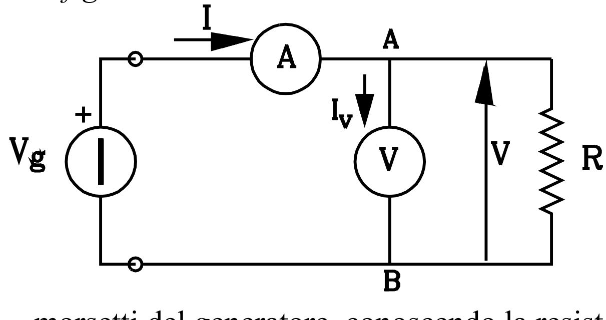
$$e_r = \frac{R}{R_v} \quad (19.11.10)$$

L'errore relativo è tanto minore quanto maggiore risulta la resistenza del voltmetro rispetto a quella del carico.

L'inserzione è adatta per misurare la potenza erogata da una generatore, inserito su un carico di piccola resistenza

Inserzione de voltmetro a valle dell'amperometro -Potenza erogata dal generatore

fig.19.25



In questo caso la corrente I misurata dallo strumento risulta quella effettivamente erogata dal generatore; mentre la d.d.p V misurata risulta inferiore a quella del generatore per effetto della piccola caduta di potenziale sull'amperometro.

Per calcolare la reale potenza erogata dal generatore occorre determinare la tensione V_g ai morsetti del generatore, conoscendo la resistenza interna dell'amperometro:

$$V_g = V + R_g \cdot I$$

La potenza effettiva del generatore sarà:

$$P_{ef} = V_g \cdot I$$

$$P_{ef} = V \cdot I + R_g \cdot I^2 \quad (19.11.11)$$

Il prodotto $V \cdot I$ è la potenza P misurata con gli strumenti, quindi:

$$P_{ef} = P + R_g \cdot I^2$$ l'errore assoluto è:

$$e_a = P - P_{ef} = -R_g \cdot I^2$$

$$e_a = -R_g \cdot I^2$$

L'errore assoluto è negativo ed è dato dalla potenza assorbita dall'amperometro.

Per il calcolo dell'orrore relativo si assume la potenza generata, praticamente coincidente con quella P_c erogata sul carico, considerando la corrente uguale a quella misurata e trascurando quella assorbita dal voltmetro:

$$P_{ef} \cong P_c = R \cdot I^2; \qquad e_r = \frac{e_a}{P_c} = \frac{R_g \cdot I^2}{R \cdot I^2}$$

$$e_r = \frac{R_g}{R} \quad (19.11.12)$$

L'errore relativo è tanto minore quanto maggiore risulta la resistenza di carico rispetto a quella dell'amperometro carico.

L'inserzione è adatta per misurare la potenza erogata da un generatore, inserito su un carico di elevata resistenza.

IN LABORATORIO

1°

In laboratorio montare un circuito costituito da una alimentatore in corrente continua che alimenta un carico di resistenza *R*.

Conoscendo la tensione nominale dell'alimentatore e approssimativamente l'ordine di grandezza della resistenza, far scegliere il voltmetro e l'amperometro di portata più opportuna allo scopo ed il tipo di inserzione che meglio si presta alla misurazione della potenza sul carico.

Prima di allacciare la resistenza sull'alimentatore, controllare con calcolo preventivo che la corrente che verrà erogata non superi quella nominale dell'alimentatore.

Determinare:

- La potenza misurata.
- La potenza effettiva assorbita dal carico.
- L'errore relativo ed assoluto che si commette trascurando l'assorbimento strumentale.
- La resistenza di carico e l'errore assoluto e relativo che si commette trascurando l'assorbimento strumentale.
- Effettuare una appropriata relazione.

2°

Con un circuito analogo al precedente si deve misurare la potenza erogata dall'alimentatore su di un carico di resistenza *R*:

- Misurare con ohmetro la resistenza *R.*
- Controllare con calcolo preventivo che la corrente che verrà erogata non superi quella nominale dell'alimentatore.
- Scegliere gli strumenti con la portate e la classe più opportuna in modo che l'errore relativo non superi il prefissato.
- Scegliere il tipo di inserzione più opportuna allo scopo.
- Determinare la potenza misurata.
- Determinare la potenza effettivamente erogata.
- Determinare l'errore relativo ed assoluto che si commette trascurando l'assorbimento strumentale

3°

Misura di impedenza induttiva in aria

Si deve determinare l'induttanza *L* e la resistenza offerta da una bobina in aria, non avvolta su di un nucleo di ferro.

L'induttanza della bobina risulta costante essendo costante la permeabilità μ_0.

la misura si può effettuare con il metodo voltamperometrico.

Si effettuano due misure: una in corrente continua per determinare la resistenza propria della bobina e una in alternata per determinare attraverso la rilevazione dell'impedenza *Z* la induttanza *L*.

Misura della resistenza propria della bobina

Si utilizza un alimentatore in corrente continua che invia corrente sulla bobina. Si inseriscono nel circuito il voltmetro e l'amperometro per misure in continua e si rilevano la tensione *V* e la corrente *I* .

In corrente continua non si fa risentire il fenomeno dell'autoinduzione, per cui si rileva la resistenza R_s propria della bobina:

$$R_s = \frac{V}{I}$$

A seconda del tipo di inversione, per una misura precisa si può togliere l'errore assoluto si può togliere e_a.

$$R_{sef} = R_s - e_a$$

Misura della impedenza e determinazione dell'induttanza in aria

Si utilizza un alimentatore in corrente alternata che alimenta la bobina. Si inserisce nel circuito un amperometro ed un voltmetro per misure in alternata e si i rilevano la tensione *V* e la corrente *I* .

In questo caso, essendo la corrente alternata la bobina offre al passaggio della corrente l'impedenza

$$Z = R_s + jX_L$$

Il rapporto tra la tensione misurata e la corrente *I* dà il modulo dell'impedenza:

$$Z = \frac{V}{I}$$

Conoscendo ora l'impedenza *Z* e la resistenza R_s si ricava la reattanza induttiva:

$$X_L = \sqrt{Z^2 - R_s^2}$$

Dalla reattanza induttiva, conoscendo la frequenza *f,* si ricava l'induttanza *L*:

$X_L = \omega L$ da cui si ricava *L*

$$L = \frac{X_L}{\omega} \qquad L = \frac{X_L}{2\pi f}$$

19.11.1.2 Il wattmetro elettrodinamico in corrente continua

Lo strumento elettrodinamico si presta bene per essere utilizzato come misuratore di potenza. Esso, come si è dimostrato, fornisce una indicazione, con la rotazione α dell'indice, proporzionale al prodotto della correnti I_1, I_2 che scorrono sulle due bobine.

Ora, se su una bobina si fa scorrere una corrente uguale o proporzionale a quella che si invia sul carico (o erogata dal generatore) e sull'altra una corrente dipendente dalla tensione posta ai capi del carico (o ai mersetti del generatore), la rotazione α dell'indice risulterà proporzionale al prodotto della tensione e corrente sul carico (o sul generatore), e quindi, alla potenza assorbita (o generata).

Una bobina si presenta come un misuratore di corrente e l'altra di tensione.

Da quanto detto, per ottenere con uno strumento elettrodinamico un wattmetro, si collegano le due bobine come se si trattasse di collegare un voltmetro e un amperometro per effettuare una misura voltamperometrica.

La bobina che funge da misuratore di corrente si dice *amperometrica*, l'altra che funge da misuratore di tensione viene denominata *voltmetrica*.

La bobina *amperometrica* viene posta in serie al carico (o al generatore) e scorre su di essa la stessa che si ha su questi.

$$I_1 = I \qquad (19.11.13)$$

La bobina *voltmetrica,* in serie ad una elevata resistenza addizionale R_v viene collegata in parallelo al carico o al generatore, per cui la corrente che scorre su di essa risulta proporzionale alla tensione:

$$I_2 = \frac{V}{R_v} \quad (19.11.14)$$

La rotazione dell'indice dello strumento è data dalla (19.10.5)

$$\alpha = k \cdot I_1 \cdot I_2$$

Sostituendo le (19.11.13) ,(19.11.14) si ha:

$$\alpha = k \cdot I \cdot \frac{V}{R_v};$$

riunendo in una le costanti $\alpha = k_w \cdot V \cdot I$

ma il prodotto $V \cdot I = P$ è la potenza misurata, per cui:

$$\alpha = k_w \cdot P \quad (19.11.15)$$

Portata dello strumento

la portata del wattmetro è data dal prodotto della portata della bobina amperometrica per quella della voltmetrica.

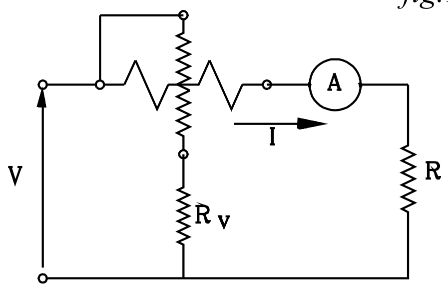
L'indice dello strumento va a fondo scala quando viene superato il prodotto delle due portate. Può quindi avvenire che l'indice dello strumento non sia a fondo scala ma si sia superato un fondo scala di una delle due bobine, con possibilità di danneggiamento di questa.

Occorre quindi, nella scelta dello strumento, controllare che singolarmente non venga superata sia la portata amperometrica che voltmetrica: in tal modo sarà anche assicurato che il prodotto dell'intensità di corrente che scorre nella bobina amperometrica con la tensione applicata al ramo della bobina voltmetrica non superi il fondo scala del wattmetro.

Riguardo al collegamento delle bobine nel circuito si possono avere, come per la misurazione *voltamperometrica,* due tipi di inserzione con gli stessi significati e le stesse problematiche trattate in quell'occasione.

Inserzione con la bobina voltmetrica a monte dell'amperometrica.

fig.19.26



Questo tipo di in inserzione è vantaggioso quando si deve misurare una potenza su di un carico di resistenza elevata, in quanto l'errore che si commette nella misura, senza considerare l'assorbimento di potenza nella bobina amperometrica risulta piccolo.

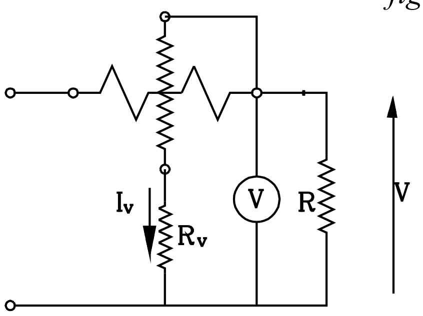
Se P è la potenza misurata per ottenere quella effettiva occorre togliere quella assorbita dalla bobina amperometrica.

$$P_{ef} = P - R_g \cdot I^2$$

Per calcolare la potenza effettiva occorre inserire un amperometro a valle del wattmetro per misurare la corrente che scorre sulle bobina amperometrica

Inserzione con la bobina voltmetrica a valle dell'amperometrica.

fig.19.27



Questo tipo di in inserzione è vantaggioso quando si deve misurare una potenza su di un carico di resistenza piccola, in quanto in parallelo ad essa viene posto il ramo voltmetrico con elevata resistenza che assorbirà una piccola potenza.

La potenza effettiva si ottiene da quella misurata togliendo la potenza assorbita dal ramo parallelo.

$$P_{ef} = P - \frac{V^2}{R_v}$$

Per calcolare la potenza effettiva occorre inserire un voltmetro a valle del wattmetro per misurare la tensione ai capi della bobina voltmetrica.

IN LABORATORIO

In laboratorio inserire il Wattmetro in un circuito di alimentazione di un carico di piccola resistenza, con l'inserimento del voltmetro per rilevare autoconsumo del ramo voltmetrico. Determinare l'errore assoluto e relativo.

19.11.1 Misura di potenza in corrente alternata

La potenza può essere misurata con lo strumento elettrodinamico, nel quale si fa scorrere nella bobina amperometrica la corrente che percorre il carico e ai capi di questo viene inserita la serie tra la bobina voltmetrica e una resistenza addizionale R_v di elevato valore.

La bobina amperometrica è percorsa dalla corrente che scorre sul carico:

$$I_1 = I \qquad (19.11.\ 16)$$

mentre la bobina voltmetrica è percorsa dalla corrente dipendente dalla tensione posta ai capi del carico:

$$I_2 = \frac{I_2}{Z_v} \qquad (19.11.17)$$

Dove Z_v è la impedenza del ramo voltmetrico, composto dalla resistenza addizionale R_v e dalla resistenza e reattanza induttiva della bobina voltmetrica.

L'indice dello strumento elettrodinamico effettua una rotazione α data dalla espressione (19.10.7)

$$\alpha_m = k \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot cos\varphi \qquad (19.10.7)$$

Sostituendo le (19.11.16) , (19.11.17) si ottiene

$$\alpha_m = k \cdot I \cdot \frac{V}{Z_v} cos\varphi$$

$$\alpha_m = \frac{k}{Z_v} \cdot V\, I\, cos\varphi$$ riunendo in una le costanti:

$$\alpha_m = k_w \cdot V\, I\, cos\varphi$$

ma il prodotto $V\, I\, cos\varphi = P$ è la potenza attiva. Quindi risulta:

$$\alpha_m = k_w \cdot P$$

La rotazione media dell'indice dello strumento è proporzionale alla potenza attiva P.

Anche nel caso della misurazione della potenza in corrente alternata occorre considerare gli errori di inserzione.

Va considerato che la resistenza e la reattanza induttiva della bobina voltmetrica risultano molto piccole rispetto alla resistenza addizionale R_v, per cui questa si fa coincidere con l'intera impedenza Z_v.

Gli errori di inserzione risultano uguali a quelli considerati nel caso di misurazioni voltamperometiche:

- Con la bobina voltmetrica a monte di quella amperometrica si toglie alla lettura della potenza P l'autoconsumo della bobina amperometrica:

$$P_{ef} = P - R_g \cdot I^2$$

- Con la bobina voltmetrica a valle di quella amperometrica si toglie alla lettura della potenza P l'autoconsumo del ramo voltmetrico in parallelo a al carico.

$$P_{ef} = P - \frac{V^2}{R_v}$$

Misura di impedenza con metodo industriale.

Come esercitazioni pratiche si può effettuare in laboratorio la misura di una impedenza ohmica induttiva costituita da una induttanza e dalla resistenza associata ad essa.

Per la misura occorre utilizzare:

- Un frequenzimetro per la misura della frequenza , se questa non è nota.
- Un amperometro elettrodinamico per la misura del valore efficace dell'intensità di corrente che scorre sulla impedenza.
- Un voltmetro elettrodinamico per la misura del valore efficace della tensione applicata ai capi dell'impedenza.
- Un wattmetro per la misura della potenza attiva assorbita dall'impedenza.

Si monti il circuito come da schema di figura *fig.19.28*.

La resistenza della bobina costituente l'induttanza è piccola, quindi conviene scegliere l'inserzione della bobina voltmetrica del wattmetro a valle dell'amperometro.

Nello schema di figura il wattmetro viene rappresentato in maniera simbolica, senza indicare le resistenza addizionale sul ramo parallelo (che viene sottintesa). Viene indicato il collegamento della bobina amperometrica a monte di quella voltmetrica.

Occorre distinguere se la bobina costituente la reattanza è in aria o avvolta nel ferro

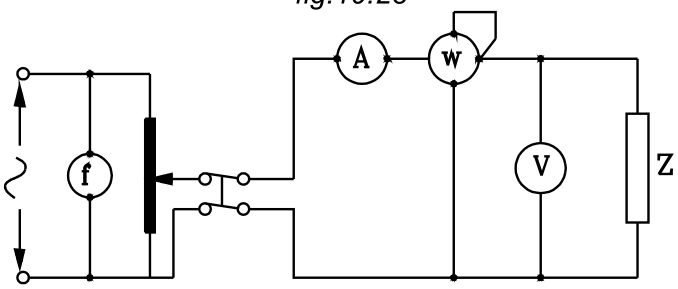
bobina in aria

Nel caso della bobina in aria l'induttanza è costante al variare della corrente e, rispetto a questa risulterà anche costante la reattanza induttiva.

Ne viene che la tensione *V* che si stabilisce ai capi della impedenza risulta proporzionale alla intensità di corrente.

Con il circuito di figura si potrà tracciare la curva caratteristica della tensione *V* rispetto alla corrente *I* , variando la posizione del cursore dell'auto trasformatore.

fig.19.28



Dalle letture degli strumenti si possono ricavare il valore della impedenza equivalente del carico, il fattore di potenza, la induttanza e resistenza equivalente. Si procede nella seguente maniera.

- Scegliere la portata degli strumenti più opportuna.
- Effettuare l'inserzione del voltmetro a valle del wattmetro e l'amperometro a monte.
- Effettuare l'inserzione del wattmetro con la bobina voltmetrica a valle della amperometrica.
- Si sposta il cursore dell'autotrasformatore in modo da ottenere un basso valore di corrente *I* e si effettuano le letture degli strumenti.
- Si aumenta gradatamente la corrente *I* e si leggono in corrispondenza i valori degli strumenti.
- Si effettua la tabella *Tab. 11.1*
- Vai valori letti si ricavano le grandezze richieste.

tab.11.1

V	*I*	*P*	*Z*	$\cos\varphi$	R_s	X_L	*L*

Impedenza Z: $Z = \dfrac{V}{I}$

Fattore di potenza $\cos\varphi = \frac{P}{V\,I}$

Resistenza propria $R_s = Z \cdot \cos\varphi$

Reattanza $X_L = Z \cdot sen\varphi$

Dalla reattanza, conoscendo la frequenza *f,* si ricava l'induttanza della bobina:

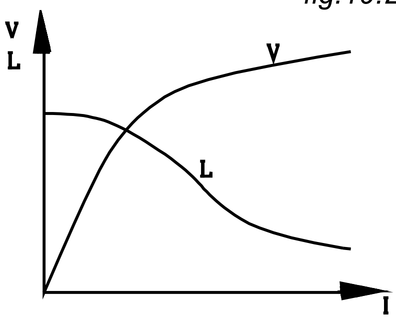
$X_L = \omega\, L$ da cui si ricava *L*

$$L = \frac{X_L}{\omega} \qquad L = \frac{X_L}{2\pi\, f}$$

Effettuare il diagramma *V=f(I)* deve risultare essenzialmente rettilineo

Bobina avvolta su ferro

fig.19.29



L'argomento verrà trattato nella misura a vuoto del trasformatore. Occorrerà distinguere la resistenza dovuta al rame e quella equivalente dovuta alle perdite nelle ferro. In un'unica misura si ottiene la resistenza equivalente che tiene conto di entrambi le perdite di potenza. La reattanza tiene conto del fenomeno induttivo.

L'induttanza che si ottiene non è costante in quanto nel ferro la permeabilità μ risulta variabile al variare della corrente assorbita. La tensione *V* è proporzionale alla induzione *B*, per cui la curva caratteristica *V=f(I)* ha l'andamento di quella di prima magnetizzazione.

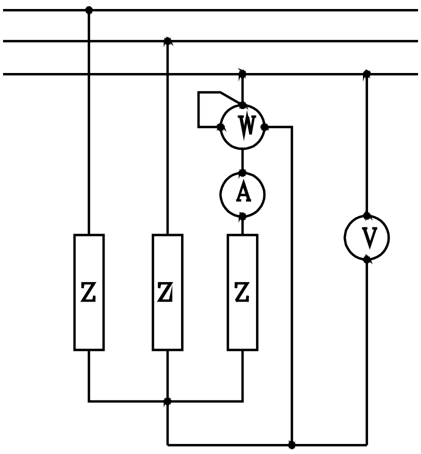
- Si effettuino le misure secondo la tabella *Tab.11.1* come operato per la bobina in aria.
- Si tracci la curva che rappresenta l'andamento della tensione in funzione della corrente
- Si tracci la curva che dà l'andamento della induttanza in funzione della corrente. Si noti che nel primo tratto l'induttanza è quasi costante, mentre diminuisce poi all'aumentare della corrente. Ciò è dovuto al fatto che l'induttanza dipende dalla permeabilità magnetica che rappresenta la pendenza della curva di magnetizzazione. Questa è pressoché rettilinea nel primo tratto è poi nella saturazione diminuisce la sua pendenza.

19.12 Misure di potenza nei sistemi trifasi

Dato lo scopo del corso si forniscono qui solamente alcuni elementi sulle misurazioni più usuali con particolare riguardo ai sistemi simmetrici ed equilibrati

19.12.1 Misure di potenza in sistemi simmetrici ed equilibrati con carichi accessibili

Se il carico è accessibile la misura della potenza si può ottenere misurando quella di una sola fase e moltiplicando per tre il risultato. Per ottenere anche la misura delle potenze reattiva e apparente, occorre inserire oltre che il wattmetro , anche un voltmetro ed un amperometro.



19.12.1.1 Collegamento a stella

fig.19p30

Si dispone su di una fase: un wattmetro un amperometro ed un voltmetro come rappresentato in *fig.19.30*

Misurata la potenza attiva *P*, la tensione di fase V_f e la corrente *I* che scorre sulla fase si determina:

- La potenza totale assorbita dalle tre fasi:

$$P_t = 3 \cdot P$$

- La potenza apparente :

$$S_t = 3 \cdot V_f \cdot I$$

- La potenza reattiva:

$$Q_t = \sqrt{S_t^2 - P_t^2}$$

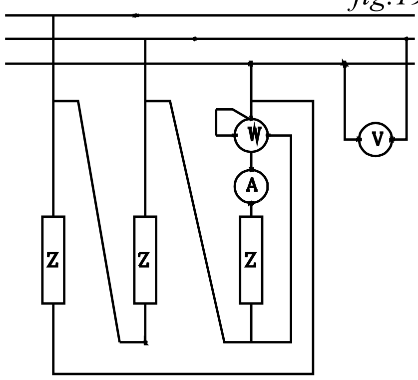
- Il fattore di potenza del carico coincidente in questo caso con quello di fase, essendo il sistema simmetrico ed equilibrato.

$$\cos\varphi = \frac{P_t}{S_t}$$

Occorre osservare che invece di misurare la tensione di fase, si può anche effettuare la misura della tensione concatenata, disponendo il voltmetro tra due linee: la tensione di fase si ricava da quella concatenata dividendola per la radice di 3.

19.12.1.2 Collegamento a triangolo

fig.19.31



Si dispone su di una fase: un wattmetro un amperometro come rappresentato in *fig.19.31.*

In questo caso le tensioni di fase coincidono con quelle concatenate; per qui il voltmetro si dispone tra due linee

Misurata la potenza attiva P, la tensione di fase V_f e la corrente I che scorre sulla fase si determina, come per il caso precedente:

- La potenza totale assorbita dalle tre fasi:

$$P_t = 3 \cdot P$$

- La potenza apparente :

$$S_t = 3 \cdot V_f \cdot I$$

- La potenza reattiva:

$$Q_t = \sqrt{S_t^2 - P_t^2}$$

- Il fattore di potenza del carico coincidente in questo caso con quello di fase, essendo il sistema simmetrico ed equilibrato.

$$\cos\varphi = \frac{P_t}{S_t}$$

19.12.2 Misure di potenza in sistemi simmetrici con carichi non accessibili

Molto spesso i carichi trifasi hanno le fasi non accessibili all'esterno: si ha la possibilità di effettuare le misurazioni solamente sulla linea di alimentazione e non sui singoli carichi costituenti le fasi.

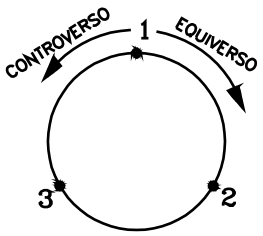
19.12.2.1 Tipi di inserzione dei wattmetri sulla linea

I wattmetri possono presentare inserimenti diversi, a seconda della linea nella quale è inserita la bobina amperometrica e come viene collegato il ramo della bobina voltmetrica su due delle tre linee.

Un numero contraddistingue il wattmetro a seconda della linea sulla quale è inserita la bobina amperometrica (1,2,3).

Il wattmetro poi è contraddistinto da una lettera (A,B,C) a seconda di come *le estremità* del ramo della bobina voltmetrica sono inserite su due linee, confrontate rispetto a quella ove è inserita l'amperometrica.

fig.19.32



Siano indicate con 1,2,3 le tre linee in ordine dei ritardi di fase: 2 in ritardo di 120° rispetto ad 1 e 3 in ritardo di 120° rispetto a 2. Poniamo le tre numeri su di una circonferenza ordinati secondo il senso orario.

Preso come r*iferimento la linea contenente la bobina amperometrica*, diremo che il collegamento della voltmetrica è in *senso equiverso* quando va da detta linea di riferimento all'altra con numeri posti sulla circonferenza in senso orario: 1,2 - 2,3 -3,1.

I Wattmetri che hanno, il collegamento della bobina voltmetrica in senso equiverso si indicano con la lettera B: gruppo II di *fig.19.32.*

Così il wattmetro B_1 ha la bobina amperometrica sulla linea *1* ed il ramo voltmetrico inserito in senso equiverso tra la linea 1 e la 2

B_2 Bobina amperometrica sulla linea 2 - Bobina voltmetrica collegata tra le e linee 2 e 3.

B_3 Bobina amperometrica sulla linea 3 - Bobina voltmetrica collegata tra le linee 3 e 1.

Preso come r*iferimento la linea contenente la bobina amperometrica*, diremo che il collegamento della voltmetrica è in *senso controverso* quando va da detta linea di riferimento all'altra con numeri posti sulla circonferenza in senso antiorario: 1,3 - 2,1 -3,2.

I Wattmetri che hanno, il collegamento della bobina voltmetrica in senso controverso si indicano con la lettera *A*: gruppo I di *fig.19.32.*

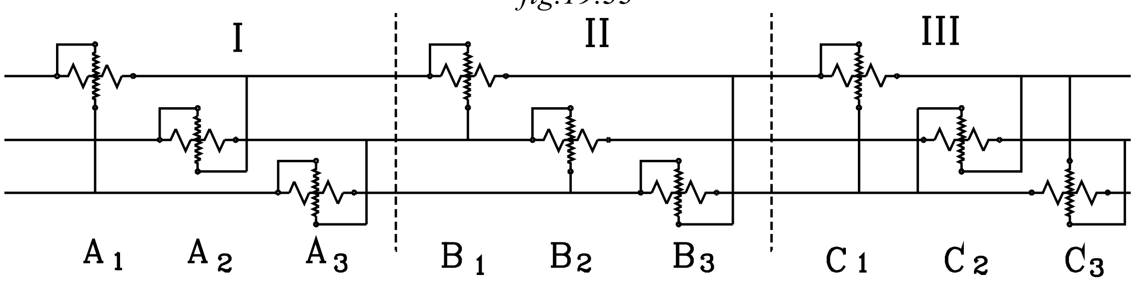
A_1 Bobina amperometrica sulla linea 1 - Bobina voltmetrica collegata tra le linee 1 e 3

A_2 Bobina amperometrica sulla linea 2 - Bobina voltmetrica collegata tra le linee 2 e 1

A_3 Bobina amperometrica sulla linea 3 - Bobina voltmetrica collegata tra le linee 3 e 2

Un wattmetro si dice di tipo *C,* quando la bobina amperometrica è collegata su una linea e al voltmetrica sulle altre due: Così C_1 ha l'amperometrica sulla linea 1 e la voltmetrica collegata tra le altre due linee 2 e 3.

fig.19.33

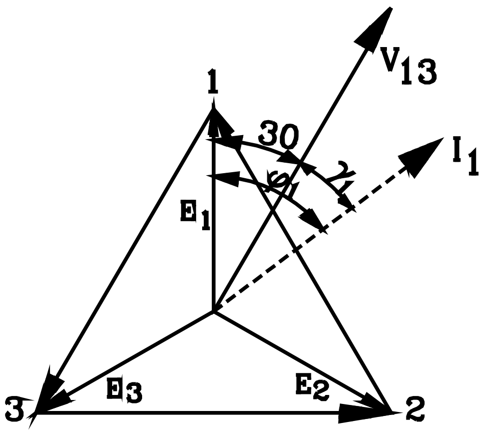


Come si è precedentemente rilevato si rammenta che l'indicazione di un wattmetro è proporzionale al prodotto della *corrente* che scorre sulla bobina amperometrica, per la *tensione* rilevata dal ramo voltmetrico per il coseno dell'angolo di sfasamento delle due grandezze.

Si consideri il sistema simmetrico nelle tensioni. Le tensioni concatenate formano un triangolo equilatero.

Si riferiscano le correnti alle tensioni stellate simmetriche, e si indichino con $\varphi_1,\varphi_2,\varphi_3$ gli angoli che le correnti I_1,I_2,I_3 formano rispettivamente con le tensioni stellate E_1,E_2,E_3.

fig.19.34



Per determinare l'espressione dell'indicazione del wattmetro A_1, si trasli il vettore indicante la tensione V_{13} misurata dal ramo voltmetrico, portando la sua origine in *O* *(V_{13} è opposto al vettore V_{31}).*

Sia γ_1 l'angolo di sfasamento tra la corrente I_1 e la tensioneV_{13}. La potenza misurata dal wattmetro A_1 è data da:

$$A_1 = V_{13} \cdot I_1 \cdot cos\gamma_1$$

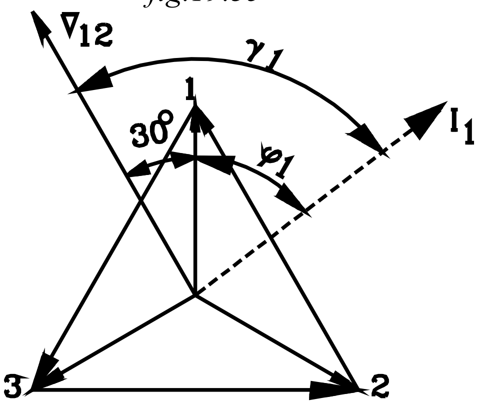
Dove $\gamma_1 = \varphi_1 - 30$ e V_{13} in valore efficace è uguale alla tensione concatenata *V*. Per cui risulta:

$A_1 = V \cdot I_1 \cdot cos(\varphi_1 - 30)$ risulterà analogamente:

$A_2 = V \cdot I_2 \cdot cos(\varphi_2 - 30)$

$A_3 = V \cdot I_3 \cdot cos(\varphi_3 - 30)$

fig.19.35



Per determinare l'espressione dell'indicazione del wattmetro B_1, si trasli il vettore indicante la tensione V_{12} misurata dal ramo voltmetrico, portando la sua origine in *O.*

Sia γ_1 l'angolo di sfasamento tra la corrente I_1 e la tensioneV_{12} . La potenza misurata dal wattmetro B_1 è data da:

$$B_1 = V_{12} \cdot I_1 \cdot cos\gamma_1$$

Dove $\gamma_1 = \varphi_1 + 30$ e V_{12} è uguale alla tensione concatenata *V*. Per cui risulta:

$B_1 = V \cdot I_1 \cdot cos(\varphi_1 + 30)$ risulterà analogamente:

$B_2 = V \cdot I_2 \cdot cos(\varphi_2 + 30)$

$B_3 = V \cdot I_3 \cdot cos(\varphi_3 + 30)$

19.12.2.2 Misura della potenza attiva - Inserzione Aron

Si dimostra che in un sistema trifase simmetrico la potenza attiva è data dalla somma delle indicazioni di tre wattmetri aventi ciascuno le bobine amperometriche su una linea diversa e i cui rami voltmetrici si possono riferire ad un centro stella qualsiasi.

Data l'arbitrarietà della scelta del punto di riferimento delle voltmetriche, conviene sceglirlo proprio su un punto di una linea. In questo modo l'indicazione del wattmetro avente la bobina amperometrica sulla linea di riferimento dà indicazione nulla, avendo i capi della voltmatrica collegati sullo stesso punto.

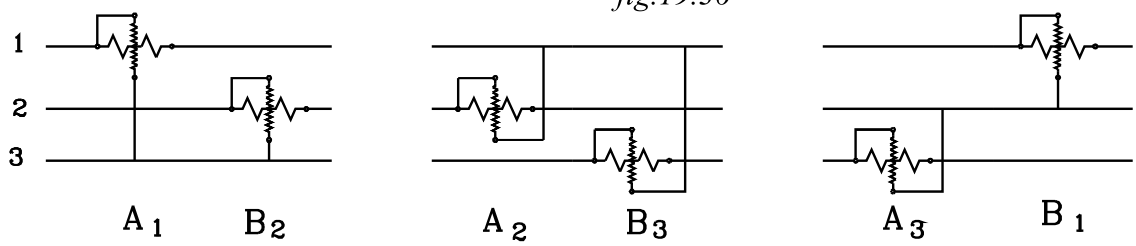
Si toglie quindi il wattmetro posto sulla linea di riferimento e restano gli altri due.

Si prenda così come riferimento la linea 3 si hanno due wattmetri di figura: il primo avente l'amperometrica sulla linea 1 e la voltmetrica tra 1 e 3 è il wattmetro indicato con A_1, l'altro, avente la bobina amperometrica sulla linea 2 e la voltmetrica tra 2 e 3 è il wattmetro indicato con B_2.

L'inserzione *Aron* si ottiene inserendo su di una linea un wattmetro di tipo *A* e nella successiva nel senso della sequenza un wattmetro di tipo *B*. Si ottengono così i tre possibili inserimenti:

$$A_1, B_2 \quad - \quad A_2, B_3 \quad - \quad A_3, B_1$$

fig.19.36



La potenza attiva è data dalla somma delle letture dei due wattmetri posti in *inserzione Aron*:

$P = A_1 + B_2$ oppure $P = A_2 + B_3$ oppure $P = A_3 + B_1$

In generale si indica:

$$P = A + B \qquad (19.12.1)$$

Consideriamo il caso di sistema simmetrico ed equilibrato. In tal caso risulta: $I_1 = I_2 = I_3 = I$ e $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi$. Si prenda l'inserimento A_1, B_2

$$P = A_1 + B_2$$

e sostituiamo ad A_1 ed a B_2 la loro espressione, si ha:

$$P = V\,I\cos(\varphi - 30) + V\,I\cos(\varphi - 30)$$

$$P = V\,I(\cos\varphi\ \cos 30 + sen\varphi\ sen 30 + \cos\varphi\ \cos 30 - sen\varphi\ sen 30)$$

$$P = 2V\,I\cos\varphi\cos 30$$

$$P = 2V\,I\cos\varphi\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$P = \sqrt{3}V\,I\cos\varphi$$

La somma delle due letture dà proprio la potenza attiva assorbita dal carico trifase.
Potenza reattiva in un carico simmetrico ed equilibrato
Si effettui la differenza delle letture: *A-B*

$$A_1 - B_2 = V\,I\cos(\varphi - 30) - V\,I\cos(\varphi - 30)$$

$$A_1 - B_2 = V\,I(\cos\varphi\ \cos 30 + sen\varphi\ sen 30 - \cos\varphi\ \cos 30 + sen\varphi\ sen 30)$$

$$A_1 - B_2 = 2V\,I\,sen\varphi\ sen 30$$

$$A_1 - B_2 = 2V\,I\,sen\varphi\cdot\frac{1}{2} \qquad A_1 - B_2 = V\,I\,sen\varphi \qquad (19.12.2)$$

La potenza reattiva in un sistema simmetrico ed equilibrato è data da:

$Q = \sqrt{3}\ V\,I\,sen\varphi$ sostituendo la (19.12.2) si ha:

$$Q = \sqrt{3}\cdot(A_1 - B_2)$$

Riconoscimento della sequenza delle fasi di una linea

Esistono degli strumenti detti *sequenzioscopi* nei quali inseriti i tre fili si ha l'indicazione della sequenza.

In mancanza del *sequenzioscopio* si può rilevare il senso della sequenza con una differente inserzione di un wattmetro su di un carico equilibrato appositamente installato oppure noto (usualmente di tipo induttivo).

- Si inserisce la bobina amperometrica su di un fili che assumeremo come filo 1.
- Si inserisce attraverso un deviatore alternativamente la voltmetrica tra il filo 1 e gli altri due fili "x,y" effettuando la lettura.
- Se il filo x è la fase 2 rispetto al filo 1 (dove si è posta l'amperometrica) allora la lettura effettuata è di un wattmetro in senso equiverso e il valore risulta dato da:

$$B_1 = V\, I \cos(\varphi + 30)$$

In tal caso y è la fase 3 allora si ha una lettura in senso controverso il cui valore è:

$$A_1 = V\, I \cos(\varphi - 30)$$

Se ciò avviene la prima indicazione è inferiore della seconda e si conclude che x è la fase 2 e y la fase 3. Se avviene il contrario sarà il filo x la fase 3 ed y la fase 2.

IN LABORATORIO

Se il laboratorio è attrezzato, misurare la potenza attiva di un motore trifase attraverso l'inserzione Aron.
Determinare la potenza reattiva e il fattore di potenza.

Indietro... Clic per precedente

Indietro... Clic per la pagina iniziale

Avanti... Clic per 2° VOLUME di SISTEMI e AUTOMAZIONE