



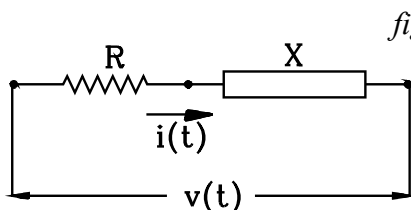
[e-mail per suggerimenti](#)

14.10 POTENZA

14.10.1 Potenza attiva

Si consideri una impedenza \dot{Z} percorsa da una corrente sinusoidale in fase zero:

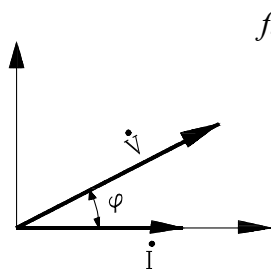
$$i(t) = I_M \text{sen}(\omega t) \quad (14.10.1)$$



L'impedenza \dot{Z} sia composta dalla serie di una resistenza R e di una reattanza X induttiva.

La tensione $v(t)$ che si stabilisce ai capi dell'impedenza sarà sfasata di φ gradi in anticipo rispetto alla corrente. I ragionamenti che si effettuano nel caso di reattanza induttiva

valgono anche in quello di reattanza capacitiva, tenendo conto che lo sfasamento di $v(t)$ è in ritardo rispetto alla corrente.



La funzione sinusoidale della tensione ai capi dell'impedenza considerata sarà del tipo:

$$v(t) = V_M \text{sen}(\omega t + \varphi) \quad (14.10.2)$$

La potenza istantanea " $p(t)$ " sarà data dal prodotto:

$$p(t) = v(t) \cdot i(t)$$

$$p(t) = V_M I_M \text{sen}(\omega t) \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi) \quad (14.10.4)$$

Ricordiamo la formula di *Werner* per il prodotto dei seni:

$$\text{sen} \alpha \cdot \text{sen} \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$$

Applicandolo la formula di *Werner* alla (14.10.4) si ha:

$$\text{sen}(\omega t + \varphi) \cdot \text{sen}(\omega t) = \frac{1}{2} [\cos(\omega t + \varphi - \omega t) - \cos(\omega t + \varphi + \omega t)]$$

$$\text{sen}(\omega t + \varphi) \cdot \text{sen}(\omega t) = \frac{1}{2} [\cos(\varphi) - \cos(2\omega t + \varphi)]$$

Quindi l'espressione della potenza istantanea è:

$$p(t) = V_M I_M \frac{1}{2} [\cos(\varphi) - \cos(2\omega t + \varphi)] \quad (14.10.4)$$

$$p(t) = \frac{V_M I_M}{2} \cos(\varphi) - \frac{V_M I_M}{2} \cos(2\omega t + \varphi)$$

La potenza istantanea è costituita da due componenti:

$\frac{V_M I_M}{2} \cos(\varphi)$ È la componente costante non dipendente dal tempo. Essa rappresenta il valore medio della potenza.

$\frac{V_M I_M}{2} \cos(2\omega t + \varphi)$ È la componente periodica della potenza. Essa si alterna con una frequenza doppia (2ω) della corrente $i(t)$ ed essendo una funzione sinusoidale il suo valore medio nel tempo è nullo.

Da quanto detto la potenza $p(t)$ è costituita da una componente sinusoidale di frequenza doppia della corrente con valore medio nullo. Tale componente diviene nel tempo, alternativamente, positiva e negativa: l'energia viene prima assorbita dal carico e poi restituita alla linea di alimentazione e quindi al generatore.

La potenza che nel tempo viene *mediamente* assorbita dal carico (*erogata se si riferisce ad un generatore*) è data dalla espressione:

$$P = \frac{V_M I_M}{2} \cos(\varphi) \quad (14.10.5)$$

A tale potenza si dà nome di *potenza attiva* e si indica con "P".

Si osservi che $2 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$ per cui l'espressione (14.10.5) si può scrivere:

$$P = \frac{V_M}{\sqrt{2}} \frac{I_M}{\sqrt{2}} \cos(\varphi) \quad \text{ma} \quad \frac{V_M}{\sqrt{2}} = V \text{ (valore efficace)} \quad \frac{I_M}{\sqrt{2}} = I$$

Si ha quindi che la potenza attiva è data dalla espressione:

$$P = V \cdot I \cdot \cos \varphi \quad (14.10.6)$$

La potenza attiva, riferita ad un carico, rappresenta quella che mediamente nel tempo esso assorbe dalla linea di alimentazione .

La potenza attiva di ad un generatore, rappresenta quella che mediamente nel tempo esso eroga sul carico.

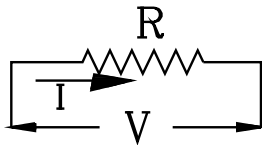
Unità di misura di P

La potenza attiva viene misurata in *watt*:

$$[P] = \text{w} \quad (14.10.7)$$

14.10.1.1 Potenza attiva sul carico

fig.14.58



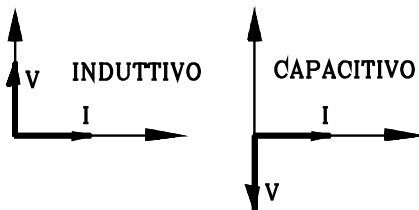
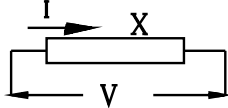
Consideriamo un carico resistivo. La tensione V e la corrente I sono in fase tra loro: $\varphi=0$. L'espressione della potenza è in tal caso:

$$P = V I \cos 0 \quad \cos 0 = 1 \quad P = V I$$

ma $V = R I$ risulta quindi

$$P = R \cdot I^2 \quad (14.10.8)$$

fig.14.59



Si consideri ora la potenza attiva su di una reattanza X . La tensione V è in anticipo di 90° rispetto alla corrente se la reattanza è induttiva, e in ritardo di 90° se è capacitiva.

La potenza P sarà in tutti e due casi.

$$P = V I \cos(\pm 90^\circ) = 0$$

La potenza attiva su una reattanza è nulla; ciò vuol dire che è nulla la potenza che essa assorbe mediamente nel tempo.

Si consideri una reattanza capacitiva. Si sottopongano le due armature ad una tensione alternata. Il condensatore si caricherà accumulando energia nel campo elettrico indirizzato in un senso, quindi si scaricherà ridonando alla linea l'energia accumulata; successivamente, si caricherà invertendo le cariche sulle armature e accumulando energia nel campo elettrico avente senso in verso al precedente, quindi si scaricherà di nuovo.

In una oscillazione completa della tensione (due alternanze) l'energia viene accumulata due volte e in altrettante viene scaricata (quattro alternanze). L'energia si alterna con frequenza doppia della tensione.

Lo stesso ragionamento si può fare per l'energia che si accumula nel campo magnetico entro una bobina, sottoposta ad una corrente alternata.

14.10.2 Potenza reattiva Q

In una reattanza la potenza mediamente assorbita è nulla. Su di essa si alterna una potenza che viene prima assorbita dalla linea e successivamente ad essa restituita.

Si vuole dare un indice di tale potenza che si alterna tra carico e linea (o tra generatore e carico).

Tale indice deve essere massimo quando la corrente e la tensione sono in quadratura (il carico è reattivo) e nullo quando esse sono in fase (il carico è resistivo).

Si definisce potenza reattiva " Q " l'espressione:

$$Q = V \cdot I \cdot \text{sen}\varphi \quad (14.10.9)$$

In un carico resistivo la corrente e tensione sono in fase tra loro: $\varphi=0$ e quindi la potenza reattiva risulta nulla.

$$Q = V I \sin 0 = 0$$

In un carico puramente reattivo la tensione è in quadratura rispetto alla corrente: in anticipo nell'induttanza, in ritardo nella capacità: $\varphi = \pm 90$

La potenza reattiva risulta :

$$Q = V I \sin(\pm 90) = \pm V I$$

$$Q = \pm V I \quad \text{ma } V = X \cdot I \quad \text{sostituendo si ha:}$$

$$Q = X \cdot I^2 \quad (14.10.10)$$

Assunto come riferimento la corrente la potenza reattiva risulta positiva sul carico induttivo e negativa su quello capacitivo.

14.10.2.1 Unità di misura della potenza reattiva Q

L'unità di misura della potenza reattiva Q dipende dal prodotto " $V I$ " come la potenza attiva "P".

Per una più facile individuazione, l'unità di misura della potenza reattiva viene definita come prodotto: Volt x Ampere Reattivi. Si indica:

$$[Q] = \text{V A R} \quad (14.10.11)$$

14.10.3 Potenza apparente

Si definisce potenza apparente " S " il prodotto tra i valori efficaci della tensione e corrente:

$$S = V \cdot I \quad (14.10.12)$$

In un carico Z risulta:

$$V = Z \cdot I \quad \text{quindi:}$$

$$S = Z \cdot I^2 \quad (14.10.13)$$

Il prodotto è una indicazione di quale può essere la massima potenza attiva che potrebbe assorbire un carico o erogare un generatore.

14.10.3.1 Unità di misura della potenza apparente

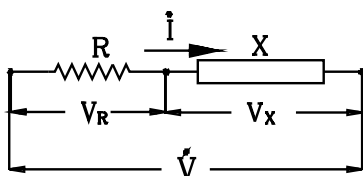
Viene indicata dal prodotto Volt x Ampere:

$$[S] = \text{V A} \quad (14.10.14)$$

14.10.4 Triangolo delle potenze

Si consideri una impedenza composta da una resistenza in serie R con una reattanza X supposta induttiva.

fig.14.60

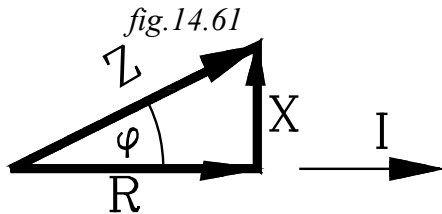


Sia l'intensità di corrente in fase zero, per cui:

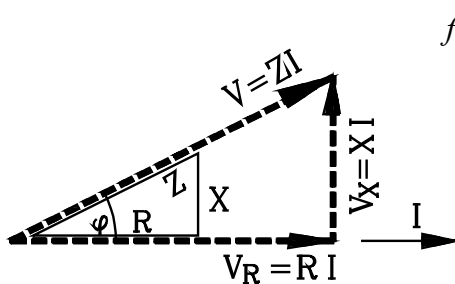
$$\dot{I} = I \quad (14.10.15)$$

Il numero complesso della corrente coincide con il valore efficace.
L'impedenza \dot{Z} è:

$$\dot{Z} = R + jX \quad (14.10.16)$$



L'impedenza può essere rappresentata con un vettore che è l'ipotenusa del triangolo rettangolo avente come cateti rispettivamente, la resistenza R in fase con **I** e la reattanza X in anticipo di 90°.



Applicando la legge di Ohm:

$$\dot{V} = \dot{Z} \cdot \dot{I}$$

sostituendo la (14.10.16) si ha:

$$\dot{V} = (R + jX) \cdot \dot{I}$$

$$\dot{V} = RI + jXI \quad (14.10.17)$$

La componente $RI = V_R$ è la tensione ai capi della resistenza.

La componente $XI = V_X$ è la tensione ai capi della reattanza si ha quindi:

$$\dot{V} = V_R + jV_X \quad (14.10.18)$$

Si ha così un triangolo rettangolo delle tensioni simile a quello dell'impedenza. I lati del triangolo delle tensioni si ottengono da quello dell'impedenza moltiplicandoli per il valore efficace I della corrente.

Si determinino ora le tre potenze: attiva "P", reattiva "Q", apparente "S" assorbite dalla impedenza

14.10.4.1 Potenza attiva P

$$P = VI \cos \varphi \quad \text{si può scrivere } P = I \cdot (V \cos \varphi)$$

Ma $V \cos \varphi = V_R$ è la componente della tensione sulla resistenza R

Quindi:

$$P = V_R I$$

La potenza attiva di una impedenza è quella assorbita dalla resistenza, e si ottiene moltiplicando la tensione efficace ai capi della resistenza per il valore efficace della corrente che la percorre.

Ma:

$$V_R = R I \quad \text{per cui:}$$

$$P = R \cdot I^2 \quad (14.10.19)$$

14.10.4.2 Potenza reattiva

$$Q = VI \sin \varphi \quad \text{si può scrivere } Q = I(V \sin \varphi)$$

Ma $V \sin \varphi = V_X$ è la componente della tensione sulla reattanza X

Quindi:

$$Q = V_X I$$

La potenza reattiva di una impedenza è assorbita dalla reattanza, e si ottiene moltiplicando la tensione efficace ai capi della reattanza per il valore efficace della corrente che la percorre.

Ma:

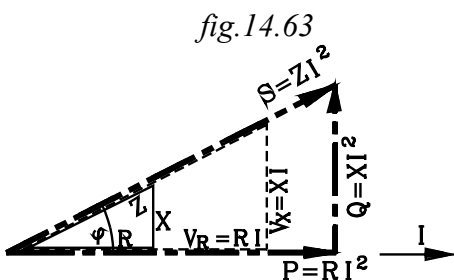
$$V_X = X I \quad \text{per cui}$$

$$Q = X I^2 \quad (14.10.20)$$

14.10.4.3 Potenza apparente

$$S = V I \quad \text{ma } V = Z I \quad \text{per cui}$$

$$S = Z \cdot I^2 \quad (14.10.21)$$



Le tre potenze P, Q, S costituiscono i lati di un triangolo rettangolo simile a quello delle tensioni.

I lati del triangolo delle potenze si ottengono moltiplicando quelli del triangolo delle tensioni per il valore efficace della corrente.

$$P = V_R \cdot I \quad P = R \cdot I^2$$

$$Q = V_X \cdot I \quad Q = X \cdot I^2$$

$$S = V \cdot I \quad S = Z \cdot I^2$$

Sui lati del triangolo delle tensioni si può applicare il teorema di Pitagora:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Infatti, sostituendo a P e Q la loro espressione:

$$\sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{(VI \cos \varphi)^2 + (VI \sin \varphi)^2} = VI \sqrt{\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi} = VI = S$$

Composizione delle potenze attive e reattive.

In un circuito comunque complesso si ha che:

1- Le potenze attiva si sommano aritmeticamente.

Per determinare la potenza attiva totale assorbita da un circuito (qualunque sia il collegamento tra le impedenze) si possono calcolare le potenze assorbite dalle singole resistenze esistenti nel circuito e sommarle aritmeticamente.

La somma aritmetica delle potenze attive erogate dai generatori è uguale alla somma delle potenze attive assorbite dalle resistenze che vi sono nel carico.

2- Le potenze reattive si sommano algebricamente.

Convenzionalmente si considera positiva la potenza reattiva induttiva, negativa quella capacitiva. Per determinare la potenza reattiva totale assorbita da un circuito (qualunque sia il collegamento tra le impedenze) si possono calcolare le potenze assorbite dalle singole reattanze esistenti nel circuito e sommarle algebricamente.

La somma algebrica delle potenze reattive erogate dai generatori è uguale alla somma algebrica delle potenze reattive assorbite dalle reattanze che vi sono nel carico.

Esercizio

Una linea, avente un rendimento dell'85%, alimenta un motore alla tensione di $V_u = 500V$. La potenza attiva che il motore assorbe dalla linea è di $P = 18\text{ kw}$ con fattore di potenza $\cos\varphi = 0.8$.

La linea si deve considerare costituita dalla serie di una resistenza R_l ed una reattanza induttiva X_l , entrambi distribuite sulla lunghezza, con $X_l = 0.5 \cdot R_l$.

Determinare:

- 1 La corrente "I" assorbita dal motore
- 2 Considerato il motore come un carico equivalente omico-induttivo, determinare la componente resistiva R_u e quella induttiva X_u
- 3 La potenza attiva dispersa sulla linea e la relativa R_l distribuita
- 4 La reattanza induttiva distribuita di linea X_l
- 5 La tensione V_i all'ingresso della linea

Dati

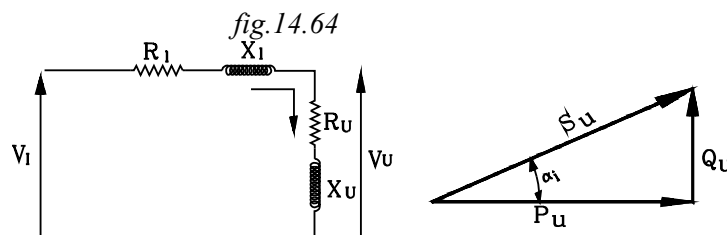
$P_u = 18\text{ kw}$ Potenza attiva assorbita dal motore

$\cos\varphi = 0.8$ Fattore di potenza del motore

$\eta = 0.85$ Rendimento della linea

$V_u = 500V$ Tensione di alimentazione del motore

$X_l = 0.5 \cdot R_l$ Reattanza distribuita sulla linea



Si consideri il triangolo delle potenze rappresentato in figura. Conoscendo P_u e il fattore di potenza $\cos\varphi$, si può ricavare la potenza reattiva Q_u e quella apparente S_u del motore, considerato come carico.

$$\text{Dal fattore di potenza } \cos\varphi = 0.8 \text{ si ha } \varphi = 36,87^\circ \quad S = \frac{P_u}{\cos\varphi} = \frac{18}{0.8} \quad S = 22,5\text{ kVA}$$

La potenza reattiva del motore è:

$$Q = P_u \cdot \tan\varphi \quad Q = 18 \cdot \tan 36,87^\circ \quad Q = 13,5\text{ kVAR}$$

Dalla potenza apparente $S_u = V_u \cdot I$ si ottiene la I . Occorre, nella formula, introdurre la potenza S_u in "VA":

$$I = \frac{S_u}{V_u} \quad I = \frac{20000}{500} \quad I = 40 \text{ A}$$

Si può ora determinare la resistenza R_u equivalente di carico:

$$P_u = RI^2 \quad \text{da cui}$$

$$R_u = \frac{P_u}{I^2} = \frac{1800}{40^2} \quad R_u = 11.25 \Omega$$

Così la reattanza di carico X_u sarà:

$$Q = X_u \cdot I^2 \quad \text{da cui:}$$

$$X_u = \frac{Q}{I^2} = \frac{1800}{40^2} \quad X_u = 5.45 \Omega$$

Dal rendimento di linea si può ricavare la potenza attiva totale erogata all'ingresso della linea:

$$\eta = \frac{P_u}{P_i} \quad \text{da cui } P_i = \frac{P_u}{\eta} = \frac{18}{0.85} \quad P_i = 21.176 \text{ kw}$$

Conoscendo la potenza erogata sul carico P_u e quella all'ingresso della linea P_i , si può determinare la potenza P_l dispersa nella resistenza di linea dalla differenza:

$$P_l = P_i - P_u \quad P_l = 21.176 - 18 \quad P_l = 3.176 \text{ kw}$$

La resistenza distribuita sulla linea è:

$$P_l = R_l \cdot I^2 \quad R_l = \frac{P_l}{I^2} = \frac{3176}{40^2} \quad R_l = 1.98 \Omega$$

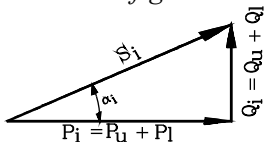
Conosciuta la resistenza R_l , si determina X_l

$$X_l = 0.5 \cdot R_l = 0.5 \cdot 1.98 = 0.99 \Omega$$

La potenza reattiva assorbita dalla linea è:

$$Q_l = X_l \cdot I^2 = 0.99 \cdot 40^2 \quad Q_l = 1584 \text{ VAR} = 1.584 \text{ kVAR}$$

fig.14.65



Ricordando che le potenze attive si sommano aritmeticamente e quelle reattive algebricamente si può determinare la potenza attiva e quella reattiva all'ingresso della linea. la potenza reattiva della linea è induttiva come quella del carico, quindi si somma a questa. Si ottiene il triangolo delle potenze totali riferite all'ingresso della linea.

$$Q_i = Q_u + Q_l = 8.72 + 1.584 = 10.304 \text{ kVAR}$$

Si determina la potenza apparente S_i

$$S_i = \sqrt{P_i^2 + Q_i^2} = \sqrt{21.176^2 + 10.304^2}$$

$$S_i = 23.55 \text{ kVA}$$

Si può determinare così la tensione all'ingresso della linea:

$$S_i = V_i \cdot I \quad V_i = \frac{S_i}{I} = \frac{23550}{40} \quad V_i = 589V$$

14.11 RIFASAMENTO

Molte utenze, alimentate dalle linee di distribuzione dell'energia, presentano dei carichi ohmico-induttivi: quali i motori in corrente alternata, che, sfruttando il principio dell'induzione magnetica, sono costituiti da avvolgimenti presentano una certa induttanza L .

Detti carichi assorbono dalla linea una potenza attiva P , che trasformano in un'altra forma di potenza utilizzata (*quale la meccanica nei motori*), e una potenza reattiva Q dovuta alle componenti induttive.

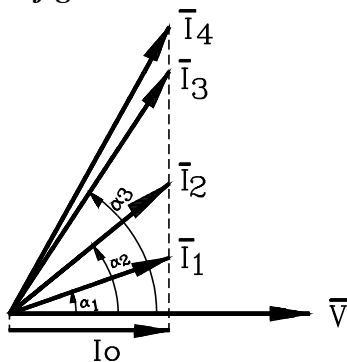
La potenza reattiva Q non compie alcun lavoro utile: essa fluttua alternativamente tra la linea e il carico, non determinando da parte di quest'ultimo alcuna potenza media assorbita.

La potenza media assorbita dal carico *Ohmico - induttivo* è costituita dalla potenza attiva P .

Il carico quindi utilizza solamente la potenza attiva P e impegna la linea e il generatore a trasmettere anche la componente reattiva Q .

Usualmente nell'utenza sono installati contatori *di energia attiva* che registrano solamente quella effettivamente utilizzata, dovuta al solo assorbimento nel tempo della potenza attiva P .

fig.14.66



La potenza attiva è data dalla espressione:

$$P = V \cdot I \cdot \cos \varphi \quad (14.11.1)$$

Dove $\cos \varphi$ viene denominato *fattore di potenza*. Lo sfasamento φ tra corrente I e tensione V risulta nullo quando è nulla la potenza reattiva Q e aumenta all'aumentare di quest'ultima.

Si consideri un carico, alimentato dalla tensione costante V , che assorba la potenza attiva P costante e una reattiva Q variabile.

In tal caso, all'aumentare della potenza reattiva Q , aumenterà lo sfasamento φ della intensità di corrente assorbita rispetto alla tensione costante e dovranno risultare sempre uguali i prodotti:

$$P = V \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1 = V \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2 = V \cdot I_3 \cdot \cos \varphi_3 = \dots$$

Essendo $V = \text{Cost.}$ dovranno essere uguali i prodotti:

$$I_1 \cdot \cos \varphi_1 = I_2 \cdot \cos \varphi_2 = I_3 \cdot \cos \varphi_3 = \dots = I_0$$

Dove I_0 è la comune proiezione dei vettori "correnti" sulla tensione. Dalla figura si nota che, per ottenere la stessa proiezione I_0 dei vettori "correnti" sul vettore tensione, occorre che il modulo di dette correnti aumenti all'aumentare dello sfasamento φ .

Nei riguardi del computo della potenza attiva su di un carico, risulta efficace non il modulo della intensità di corrente assorbita, ma la sua proiezione sul vettore tensione (*con $\varphi = 90^\circ$ detta proiezione è nulla e nulla risulta la potenza attiva*)

La potenza attiva risulta dal prodotto del modulo del vettore "tensione" per la proiezione su questa del vettore "intensità di corrente":

$$P = V \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1 = V \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2 = \dots = V \cdot I_0$$

Si conclude che, a parità di tensione V di alimentazione e di potenza P attiva assorbita dal carico, all'aumentare della potenza reattiva Q , aumentano i moduli e gli sfasamenti delle intensità di correnti assorbite, ma resta costante la loro proiezione sul vettore tensione, che risulta utile per la determinazione della potenza attiva.

Da quanto detto ne viene che lo sfasamento tra corrente e tensione sul carico comporta un onere nei riguardi dell'Ente distributrice di energia elettrica senza alcun adeguato compenso.

Infatti, a parità di tensione fornita V e di potenza attiva P assorbita dal carico, il modulo della intensità di corrente aumenta all'aumentare dello sfasamento φ . Le perdite sulla linea sono proporzionali al quadrato del modulo dell'intensità di corrente " $R_l \cdot I^2$ ".

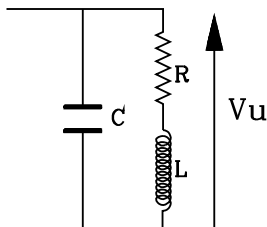
Per elevati sfasamenti φ , viene richiesta dalla linea una elevata intensità di corrente I , se ne utilizza solamente la piccola parte " $I \cdot \cos \varphi$ ", si produce un'elevata dispersione di potenza in linea " $R_l \cdot I^2$ " e viene fatturata solamente l'energia media, dovuta alla potenza attiva $P = VI \cdot \cos \varphi$..

Nei contratti usuali con l'Ente distributrice di energia viene fissato il fattore di potenza minimo pari a $\cos \varphi = 0.9$.

Per poter utilizzare carichi con fattori di potenza inferiori, o si stipula con l'Ente distributrice dell'energia un contratto speciale, oppure occorre rifasare il carico in modo da rientrare nei limiti stabiliti nel contratto.

14.11.1 Rifasamento di un carico induttivo

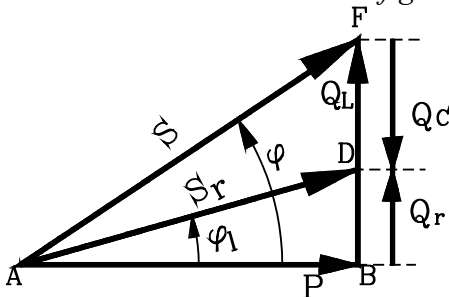
fig.14.67



Il carico è composto dalla componente resistiva, che assorbe la potenza attiva P , e dalla induttiva, che assorbe la potenza reattiva induttiva Q_L . Si ha uno sfasamento φ tra la intensità di corrente e la tensione, lo stesso che vi è tra la potenza attiva P e la potenza apparente S .

Si supponga che l'angolo di fase φ sia maggiore di quello limite consentito φ_l ; occorre effettuare un rifasamento parziale. Per ottenere ciò si aggiunge in parallelo al carico una capacità C , la quale assorbe dalla linea una potenza reattiva capacitiva Q_C di segno opposto a quella induttiva Q_L del carico.

fig.14.68



In tal modo, essendo l'inserzione in parallelo, il carico continua ad essere alimentato dalla tensione V_u , senza risentire della aggiunta della capacità; mentre la linea dovrà fornire, globalmente al parallelo, una potenza reattiva Q_r data dalla differenza tra quella induttiva Q_L del carico e quella capacitiva Q_C del condensatore.

$$Q_r = Q_L - Q_C \quad (14.11.1)$$

Si effettui il triangolo delle potenze. Sul carico vi è una potenza attiva $P = AB$, una potenza reattiva induttiva $Q_L = BF$ e una potenza apparente $S = AF$.

Inserita in parallelo la capacità, questa assorbe dalla linea la potenza reattiva capacitiva $Q_C = FD$, che si sottrae a quella induttiva Q_L ; mentre rimane invariata la potenza attiva P richiesta.

Dopo l'inserzione della capacità, la linea fornirà una potenza reattiva induttiva residua $Q_r = BF$ data dalla differenza:

$$Q_r = Q_L - Q_C = AF - FD$$

Da cui:

$$Q_C = Q_L - Q_r \quad (14.11.2)$$

dal triangolo ABF si ha $Q_L = P \cdot \operatorname{tg}\varphi$ dal triangolo ABD si ha $Q_r = P \cdot \operatorname{tg}\varphi_l$
Sostituendo nella (14.11.2) la potenza reattiva capacitiva dovrà essere:

$$Q_C = P \cdot \operatorname{tg}\varphi - P \operatorname{tg}\varphi_l \quad (14.11.3)$$

Dalla potenza reattiva Q_C si può determinare il valore della capacità C che occorre inserire in parallelo al carico per effettuare il rifasamento parziale:

$$Q_C = \frac{V^2}{X_c}$$

Da cui:

$$X_C = \frac{V_u^2}{Q_C} \quad \text{con} \quad X_C = \frac{I}{\omega C} \quad \text{sostituendo} \quad \frac{I}{\omega C} = \frac{V_u^2}{Q_C} \quad \omega C = \frac{Q_C}{V_u^2}$$

$$C = \frac{Q_C}{\omega V_u^2} \quad (14.11.4)$$

Ove Q_C è data dalla (14.11.3)

La potenza apparente S_r è:

$$S_r = \frac{P}{\cos\varphi_l} \quad (14.11.5)$$

da essa si ricava la corrente assorbita dopo il rifasamento:

$$I = \frac{S_r}{V_u} \quad (14.11.6)$$

Esercizio

Un motore assorbe dalla linea una potenza attiva di $P = 5 \text{ kW}$ con fattore di potenza $\cos\varphi = 0.7$.

La tensione di alimentazione è di 380 V .

Si vuole rifasare parzialmente il carico, portando il fattore di potenza al valore limite di $\cos\varphi = 0.9$.

Si determini:

- 1- La capacità del condensatore da porre in parallelo al carico
- 2- L'intensità di corrente assorbita dal motore prima del rifasamento
- 3- L'intensità di corrente richiesta alla linea dopo rifasamento

$$\text{Da } \cos\varphi = 0.7 \rightarrow \varphi = 45.57^\circ \quad \cos\varphi_l = 0.9 \rightarrow \varphi_l = 25.84^\circ$$

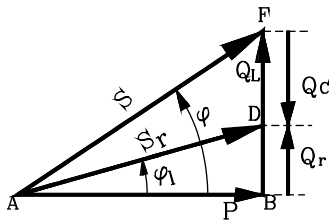
Potenza reattiva motore:

$$Q_L = P \cdot \operatorname{tg}\varphi = 5 \cdot \operatorname{tg}45.57 = 5.101 \text{ kVAR}$$

Potenza apparente motore:

$$S = \frac{P}{\cos\varphi} = \frac{5}{0.7} = 7.143 \text{ kVA}$$

fig.14,68



Intensità di corrente richiesta alla linea prima del rifasamento:

$$I = \frac{S}{V} = \frac{7143}{380} = 18.79 \text{ A}$$

Dal triangolo ABD si ricava la potenza reattiva residua Q_r , dopo rifasamento:

$$Q_r = P \cdot \tan \varphi_1 = 5 \cdot \tan 25.84 = 2.423 \text{ kVAR}$$

La potenza reattiva richiesta alla linea dal condensatore:

$$Q_c = Q_L - Q_r \quad Q_c = 5.101 - 2.423 = 2.678 \text{ kVAR}$$

La capacità del condensatore è

$$C = \frac{Q_c}{\omega V^2} \quad C = \frac{2678}{314 \cdot 380^2} = 59 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 59 \mu\text{F}$$

Potenza apparente del parallelo motore- condensatore

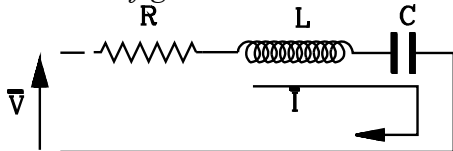
$$S_r = \frac{P}{\cos \varphi_1} = \frac{5}{0.9} = 5.556 \text{ kVA}$$

Intensità di corrente richiesta alla linea dopo rifasamento:

$$I = \frac{S_r}{V} = \frac{5556}{380} = 14.6 \text{ A}$$

14.12 Cenni sul circuito risonante serie

fig. 14.69



Si consideri la serie della resistenza "R", induttanza "L" e capacità "C", alimentata da una tensione alternata in fase zero $v(t) = V_{\max} \sin(\omega t)$ di cui si possa variare la frequenza "f" (e quindi la pulsazione ω). Sia V il valore efficace della tensione.

Al variare della frequenza "f", si vuole determinare il valore efficace "I" dell'intensità di corrente, che circola nella serie, come risposta alla tensione di alimentazione di valore efficace "V" costante.

$$\dot{I} = \frac{\dot{V}}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} \quad \text{il modulo è} \quad I = \frac{V}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad (14.12.1)$$

$$\text{L'angolo di fase:} \quad \varphi = \arctg\left(-\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}\right) \quad (14.12.2)$$

Per $f = 0$ ($\omega = 0$) la reattanza induttiva è nulla ($\omega L = 0 \cdot L = 0$) mentre la reattanza capacitiva diventa molto elevata $\frac{1}{\omega C} \rightarrow \infty$, per cui la corrente è nulla.

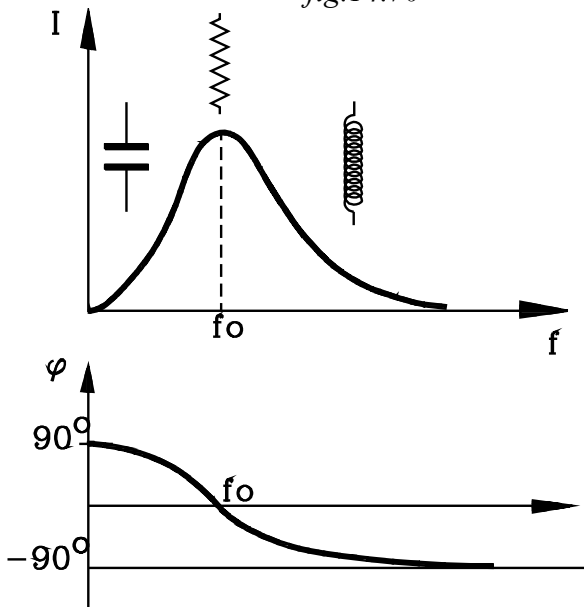
Ciò è spiegabile in quanto una frequenza nulla implica che siamo in presenza di una corrente continua che viene bloccata dal condensatore.

L'angolo di fase viene dato dalla espressione (14.12.2). Per $\omega \rightarrow 0$ risultando $\frac{I}{\omega C} \rightarrow \infty$ la tangente tende a valori molto elevati e quindi l'angolo di fase tende a 90° : $\varphi \rightarrow +90^\circ$

Partendo da $f=0$ ($\omega = 0$) e aumentando la frequenza, la reattanza capacitiva $\frac{I}{\omega C}$ diminuisce e aumenta quella induttiva ωL . Si arriverà ad un certo valore della frequenza ove la reattanza induttiva è uguale a quella capacitiva per cui le due reattanze di segno opposto si annullano.

$$\omega_0 \cdot L - \frac{I}{\omega_0 \cdot C} = 0 \quad (14.12.3)$$

fig.14.70



Il carico risulta resistivo e la corrente nel circuito risulta massima.

Alla frequenza per la reattanza induttiva uguaglia in valore assoluto quella capacitiva si dà nome di *frequenza di risonanza*. Essa si ricava dalla (14.12.3)

$$\omega_0^2 LC = I \quad \text{da cui}$$

$$\omega_0^2 = \frac{I}{LC} \quad \omega_0 = \frac{I}{\sqrt{LC}} \quad (14.12.4)$$

$$\text{ma} \quad \omega_0 = 2\pi f_0 \quad 2\pi f_0 = \frac{I}{\sqrt{LC}}$$

$$f_0 = \frac{I}{2\pi} \frac{I}{\sqrt{LC}} \quad (14.12.5)$$

Alla frequenza di risonanza, essendo la reattanza totale nulla la serie si presenta come un circuito ohmico. L'intensità di corrente I raggiunge il valore massimo che essa può assumere al variare della frequenza:

$$I = \frac{V}{R} \quad (14.12.6)$$

L'angolo di fase φ alla frequenza di risonanza risulta uguale a zero:

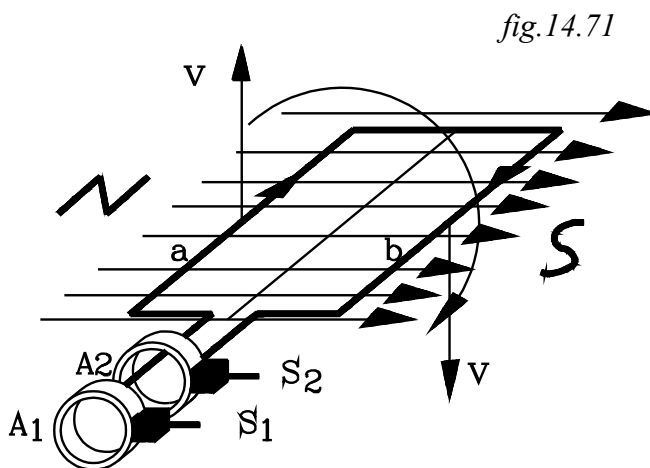
$$\varphi = \arctg\left(-\frac{0}{R}\right) = 0$$

La risonanza ha la seguente spiegazione fisica.

In regime di corrente alternata l'induttanza accumula energia nel campo magnetico e successivamente la ridona alla rete di alimentazione; così pure la capacità alternativamente accumula energia nel campo elettrico per poi ridonarla alla rete. Con la presenza contemporanea della capacità e dell'induttanza il palleggiamento di energia può instaurarsi tra i due componenti e la rete di distribuzione di energia. Alla frequenza di risonanza avviene che, tutta l'energia, che durante la carica viene accumulata nel campo magnetico dell'induttanza, proviene dal campo elettrico del condensatore che si sta scaricando; viceversa, quando l'induttanza scarica l'energia del campo magnetico, tutta viene accumulata nel campo elettrico del condensatore.

Alla frequenza di risonanza f_0 si ha un palleggiamento di energia tra il campo magnetico dell'induttanza e quello elettrico del condensatore, senza interessare la rete di distribuzione.

14.13 generazione di una tensione sinusoidale attraverso una spira ruotante in un campo magnetico costante



Si consideri la spira di figura ruotante entro un campo magnetico costante. Le estremità della spira sono collegate a due anellini A_1 , A_2 , sui quali poggiano due contatti striscianti S_1 , S_2 .

Il conduttore "a" è collegato con l'anellino A_1 , il conduttore "b" con A_2 .

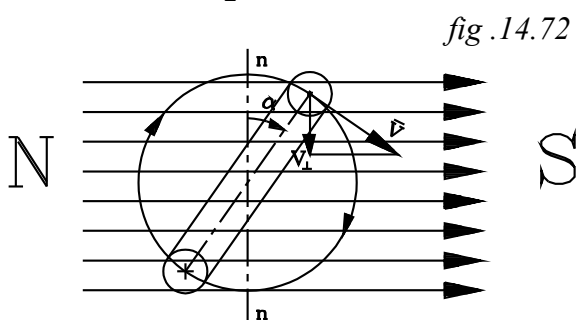
Nella rotazione della spira, le linee di flusso vengono tagliate dai due conduttori a, b ad esse perpendicolari: in questi perciò

si indurranno forze elettromotrici dipendenti dall'induzione \vec{B} e dalla componente ad essa ortogonale della velocità \vec{v} .

Nella rotazione i conduttori a, b passano periodicamente sotto le polarità opposte *NORD*, *SUD*, per cui in essi si indurranno delle f.e.m. alternate.

Infatti, considerando la spira nella posizione di fig. 1, si osserva che il conduttore a, sotto la polarità *NORD*, è sede di una f.e.m. entrante, nel senso che va dall'anellino A_1 , ad A_2 . Sul conduttore b, sotto la polarità *SUD*, si induce una f.e.m. uscente che ha ancora il senso che va dall'anellino A_1 ad A_2 . Le due f.e.m. indotte si presentano in serie, nello stesso senso e quindi si sommano, determinando tra i due anellini A_1 , A_2 una differenza di potenziale, con A_1 a potenziale positivo rispetto ad A_2 .

Successivamente, nella rotazione, il conduttore a che era sotto il *NORD* passa sotto il *SUD* e il conduttore b passa dal *SUD* al *NORD*. Nei due conduttori si inverte il senso delle f.e.m. indotte: in b (ora sotto il *NORD*) sarà entrante e in a (sotto il *SUD*) uscente. Le due f.e.m. indotte risulteranno ancora in serie tra loro, ma nel senso opposto a quello precedente, e andrà dall'anellino A_2 , collegato con "b", verso A_1 collegato con "a".



Nella figura 2 è rappresentata una sezione della spira, ortogonale ai due conduttori che tagliano le linee di flusso, e in una posizione generica assunta durante la rotazione.

Come riferimento si assuma l'asse nn passante per la mezzeria della spira e ortogonale alle linee di flusso.

Si supponga che nell'istante iniziale i centri dei due conduttori a, b siano sull'asse di riferimento nn ; dopo un tempo "t" la spira abbia ruotato dell'angolo α con velocità ω costante risulterà:

$$\alpha = \omega t \quad (14.13.1)$$

Dalla figura si osserva che la velocità \vec{v} , del conduttore che taglia le linee di flusso, non risulta a queste ortogonale. La *f.e.m* indotta è determinata dalla componente v_{\perp} della velocità ortogonale alle linee di flusso.

$$e = B \cdot l \cdot v_{\perp} \quad (14.13.2)$$

Dove l è la lunghezza del conduttore, B è il modulo del vettore induzione.

La componente v_{\perp} è data da:

$$v_{\perp} = v \operatorname{sen} \alpha \quad \text{sostituendo la (14.13.2)} \quad v_{\perp} = v \operatorname{sen}(\omega t) \quad \text{risulterà:}$$

$$e = Blv \cdot \operatorname{sen}(\omega t)$$

Tra gli anellini A_1, A_2 si preleverà una *p.d.p* data dalla somma delle *f.e.m* indotte nei due conduttori a, b :

$$e = 2Blv \cdot \operatorname{sen}(\omega t)$$

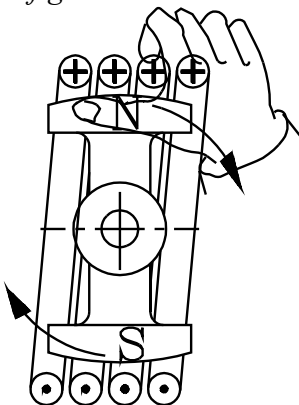
Ponendo:

$$2Blv = E_{\max} \quad \text{si ha:}$$

$$e = E_{\max} \cdot \operatorname{sen}(\omega t) \quad (14.13.3)$$

La spira rotante con moto uniforme, con velocità angolare ω , entro un campo magnetico costante, genera alle sue estremità una *f.e.m* sinusoidale

fig14.73



La spira, rotante con moto uniforme entro il campo magnetico costante, si presenta come un generatore di tensione alternata sinusoidale. Per ottenere forze elettromotrici più elevate di quella generata da una sola spira, in pratica si impiegano più spire opportunamente collegate tra loro, formanti un avvolgimento.

È evidente che la tensione sinusoidale si può anche generare, lasciando ferme le spire dell'avvolgimento e facendo ruotare due polarità magnetiche opposte, che creano il campo magnetico costante.

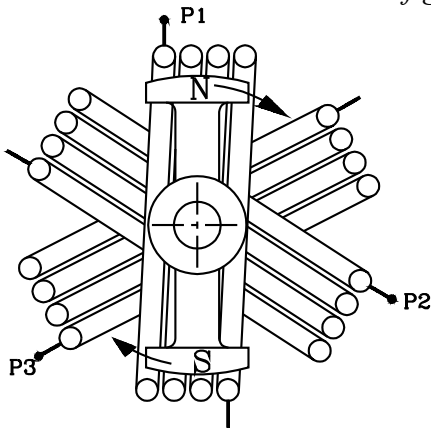
Occorre osservare che se le polarità ruotano in un senso è come se l'avvolgimento rotasse in senso opposto. Così le polarità di figura ruotano in senso orario, ciò corrisponde ad una rotazione dell'avvolgimento in senso antiorario. Con la regola della mano destra, considerando il movimento relativo dei conduttori rispetto al flusso considerato fisso, si determina il senso delle *f.e.m* indotte.

Nell'avvolgimento di figura, le *f.e.m* indotte sotto al *NORD* sono *entrant*, sotto il *SUD* sono *uscent*. La mano destra va posta con il pollice in senso opposto a quello della velocità della polarità Nord.

La *f.e.m* nei conduttori raggiungerà il valore massimo nella posizione di figura: quando le polarità passano sotto i conduttori e il flusso taglia ortogonalmente le spire. Il valore minimo si raggiungerà quando le polarità sono sull'asse dell'avvolgimento.

15 SISTEMI TRIFASI

fig15.1



Si considerino ora *tre avvolgimenti con gli assi posti nello spazio a 120° uno rispetto all'altro*. Entro i tre avvolgimenti ruotino, in senso orario, due espansioni polari *NORD, SUD* con velocità angolare ω costante.

Con *P1, P2, P3* sono stati indicati i principi dei tre avvolgimenti che li contraddistinguono. Essi risultano ruotati di 120° in senso orario.

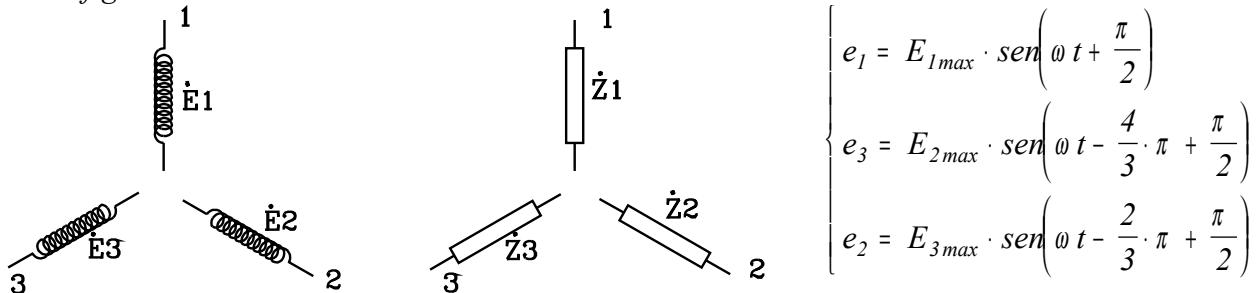
Considerando la rotazione oraria delle espansioni polari, si ha che il valore massimo della f.e.m si verifica, in successione, prima sull'avvolgimento *P1*, poi con ritardo di 120° sull'avvolgimento *P2*, quindi con successivo ritardo di 120° sull'avvolgimento *P3*.

fig.15.2



Sui tre avvolgimenti *P1, P2, P3* si inducono f.e.m rispettivamente sfasate in ritardo di 120° ($2/3\pi$ radianti) elettrici l'una rispetto all'altra. Nella rappresentazione vettoriale, per abitudine, si pone la f.e.m E_1 in direzione verticale; di conseguenza E_2 è posta in ritardo di -120° rispetto ad E_1 , mentre, rispetto a questa, E_3 risulta in ritardo di -240°

fig.15.3

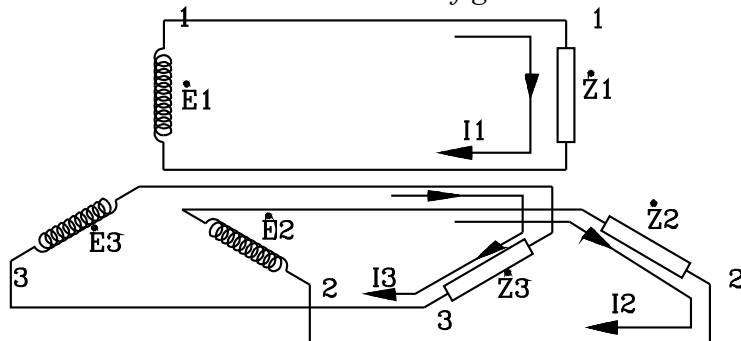


$$\begin{cases} e_1 = E_{1max} \cdot \text{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \\ e_3 = E_{2max} \cdot \text{sen}\left(\omega t - \frac{4}{3} \cdot \pi + \frac{\pi}{2}\right) \\ e_2 = E_{3max} \cdot \text{sen}\left(\omega t - \frac{2}{3} \cdot \pi + \frac{\pi}{2}\right) \end{cases}$$

I tre avvolgimenti si rappresentano schematicamente con i simboli di bobine contraddistinte da un numero indicante l'ordine di fase: la f.e.m \dot{E}_2 della bobina 2 è in ritardo rispetto alla \dot{E}_1 della bobina 1 e la \dot{E}_3 della bobina 3 è in ritardo rispetto alla \dot{E}_2 della 2.

Si abbiano ora tre impedenze di carico $\dot{Z}_1, \dot{Z}_2, \dot{Z}_3$ che debbano collegare con i tre avvolgimenti del generatore.

fig.15.4



Un primo collegamento può essere effettuato collegando separatamente ciascun avvolgimento con una sola impedenza. Come rappresentato in figura: l'avvolgimento \dot{E}_1 è collegato con l'impedenza \dot{Z}_1 , la \dot{E}_2 con la \dot{Z}_2 , la \dot{E}_3 con la \dot{Z}_3 . Si hanno tre circuiti indipendenti, con un filo di andata dal generatore al carico e uno di ritorno da quest'ultimo al primo.

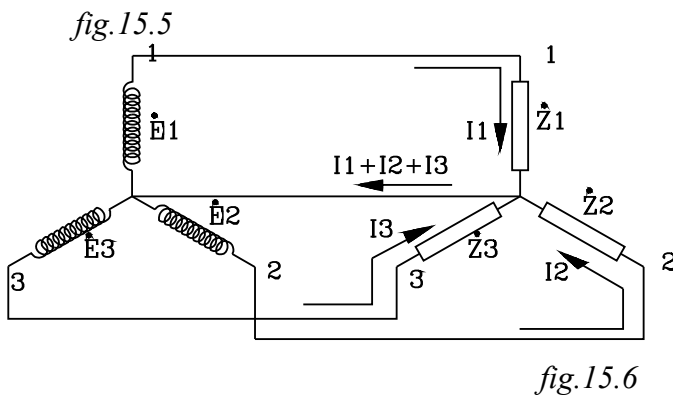
Le correnti che scorre in ciascun circuito è una indipendente dall'altra. Si avrà:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_1}{\dot{Z}_1} \quad \dot{I}_2 = \frac{\dot{E}_2}{\dot{Z}_2} \quad \dot{I}_3 = \frac{\dot{E}_3}{\dot{Z}_3} \quad (15.1)$$

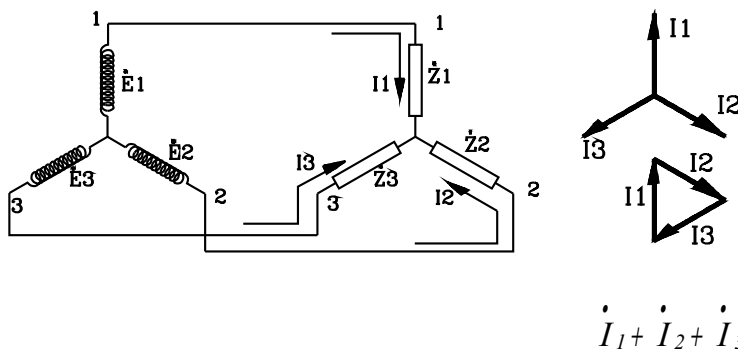
Nel collegamento di *fig. 15.4* vi sono 6 fili: 3 di andata sul carico e 3 di ritorno sul generatore.

In un circuito si può fissare il potenziale di un punto senza che si modifichino le correnti che scorrono sui rami e le *d.d.p.* Così i fili di ritorno dei tre circuiti di *fig. 15.4* si possono porre allo stesso potenziale comune, senza che vengano modificate le correnti che circolano sulle impedenze di carico. Si ottiene il collegamento rappresentato in *fig. 15.5*, nel quale si hanno tre fili, di andata tra il generatore e il carico e un unico filo di ritorno detto filo neutro.

La rete si comporta alla stessa maniera dei tre precedenti circuiti separati.



Le correnti che scorrono sulle impedenze sono indipendenti l'una dall'altra e vengono ancora espresse dalle relazioni (15.1). Sul filo *neutro*, di ritorno dai carichi ai tre avvolgimenti del generatore, scorre la somma delle singole correnti $\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3$.



Si può presentare il caso particolare nel quale le tre correnti sono uguali in modulo e sfasate di 120° l'una rispetto all'altra. In tale evenienza la somma vettoriale delle tre correnti dà un poligono chiuso, con risultante nulla:

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 0$$

Il filo neutro può essere in tal caso eliminato come rappresentato in *fig. 4* ottenendo lo stesso assetto delle correnti sui carichi.

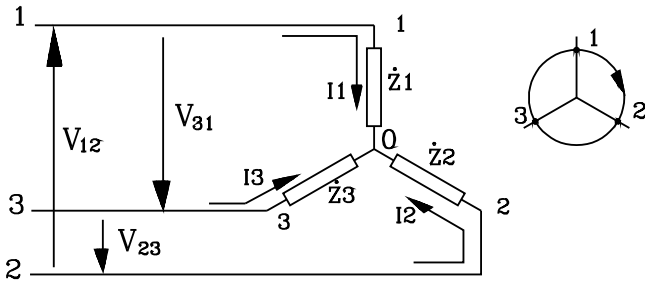
Interesserà ora studiare i possibili collegamenti di un carico trifase quando dal generatore al carico l'energia viene comunicata su tre fasi *senza il filo neutro*. Si determineranno prima delle proprietà generali che regolano il tipo di collegamento e si tratterà in particolare il sistema simmetrico ed equilibrato, nel quale carichi sono costituiti da tre impedenze uguali e le *d.d.p.* tra i tre fili di alimentazione sono uguali in modulo e sfasate di 120° l'una rispetto all'altra.

15.1 Collegamento a stella

Le tre impedenze, costituenti le fasi del carico, sono collegate come in *fig. 15.7*, con una estremità unite in θ e l'altra collegata ai conduttori di linea.

Non esistendo il neutro, all'esterno del carico si possono misurare le *d.d.p.* tra i conduttori di linea alle quali si dà nome di tensioni concatenate.

fig. 15.7



I conduttori di linea vengono contraddistinti dai numeri 1,2,3. Si dispongano tali numeri su una circonferenza in ordine progressivo nel senso orario, secondo i ritardi di fase. Le tensioni concatenate che vengono considerate sono:

- \dot{V}_{12} Misura la d.d.p del conduttore di linea 1 rispetto al 2
- \dot{V}_{23} Misura la d.d.p del conduttore di linea 2 rispetto al 3
- \dot{V}_{31} Misura la d.d.p del conduttore di linea 3 rispetto al 1

15.1.1 Sistemi simmetrici nelle tensioni

Un sistema si dice *simmetrico* se le tensioni concatenate costituiscono una terna di vettori simmetrici, uguali in modulo e sfasati di 120° l'uno rispetto all'altro

15.1.2 Tensioni di fase e tensioni concatenate

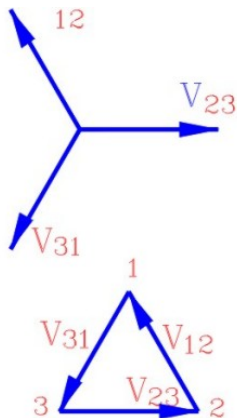
le tensioni di fase sono le *d.d.p* ai capi delle impedenze che costituiscono le fasi del carico. Nel caso di collegamento a stella, le correnti di fase vengono anche denominate *tensioni stellate*.

Le tensioni vettoriali di fase si indichino con $\vec{V}_{1f} = \vec{V}_{10}$ $\vec{V}_{2f} = \vec{V}_{20}$ $\vec{V}_{3f} = \vec{V}_{30}$

risulterà:

$$\begin{cases} \vec{V}_{12} = \vec{V}_{10} - \vec{V}_{20} = \vec{V}_{1f} - \vec{V}_{2f} \\ \vec{V}_{23} = \vec{V}_{20} - \vec{V}_{30} = \vec{V}_{2f} - \vec{V}_{3f} \\ \vec{V}_{31} = \vec{V}_{30} - \vec{V}_{10} = \vec{V}_{3f} - \vec{V}_{1f} \end{cases} \quad (15.1.1)$$

fig.15.8



Sommando membro a membro le tre uguaglianze si ottiene:

$$\vec{V}_{12} + \vec{V}_{23} + \vec{V}_{31} = 0$$

oppure cambiando l'ordine

$$\dot{V}_{12} + \dot{V}_{23} + \dot{V}_{31} = 0 \quad (15.1.2)$$

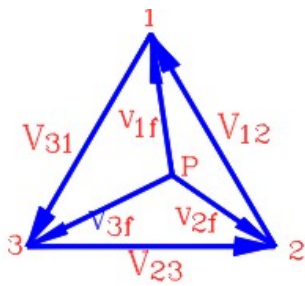
La somma vettoriale delle tensioni concatenate forma un poligono chiuso con risultante nulla.

Per consuetudine si pone in fase zero la tensione concatenata \vec{V}_{23} ,

Nel caso usuale che il sistema sia *simmetrico*, la somma vettoriale delle tensioni concatenate forma, come poligono chiuso, un *triangolo equilatero*.

Si considerino le espressioni (15.1.1) che pongono in relazione le tensioni concatenate con quelle di fase.

fig.15.9



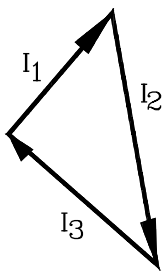
La differenza vettoriale $\vec{V}_{12} = \vec{V}_{1f} - \vec{V}_{2f}$ indica che il vettore \vec{V}_{12} ha l'origine nell'estremità del vettore \vec{V}_{2f} e termina sul vertice di \vec{V}_{1f} , così la tensione concatenata $\vec{V}_{23} = \vec{V}_{2f} - \vec{V}_{3f}$ va dalla estremità del vettore \vec{V}_{3f} alla estremità di \vec{V}_{2f} ... Tutto ciò indica che:

Nel collegamento a stella le tensioni di fase hanno origine in un punto P del piano e congiungono i vertici omonimi del triangolo rappresentante la somma delle tensioni concatenate

Si noti che, nel riferimento considerato, il vettore \vec{V}_{12} congiunge il vertice 2 con 1, \vec{V}_{23} congiunge 3 con 2, \vec{V}_{31} congiunge 1 con 3.

15.1.3 Correnti di linea - correnti di fase

Fig.15.10



Le correnti di linea sono le correnti che scorrono sui conduttori della linea che alimenta il carico. Vettorialmente vengono indicati con $\vec{I}_1, \vec{I}_2, \vec{I}_3$.

Le correnti di fase sono le correnti che scorrono sulle impedenze costituenti il carico, dette anche impedenze di fase. Le correnti di fase vengono indicate con $\vec{I}_{1f}, \vec{I}_{2f}, \vec{I}_{3f}$

Come si può constatare dalla figura fig.15.7, nel collegamento a stella le correnti di fase coincidono con quelle di linea.

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{1f} \quad \dot{I}_2 = \dot{I}_{2f} \quad \dot{I}_3 = \dot{I}_{3f} \quad (15.1.3)$$

Per la legge di Kirchhoff applicata al nodo 0 si ha che la somma vettoriale delle correnti di fase (o delle correnti di linea) costituisce un poligono chiuso (triangolo) con risultante nulla.

15.1.4 Sistema con carichi equilibrati

Un sistema trifase si dice equilibrato nel carico, quando questo è costituito da tre impedenze uguali.

$$\dot{Z}_1 = \dot{Z}_2 = \dot{Z}_3 = \dot{Z} \quad (6)$$

In tal caso si ha che:

$$\begin{cases} \dot{V}_{1f} = \dot{I}_{1f} \cdot \dot{Z} \\ \dot{V}_{2f} = \dot{I}_{2f} \cdot \dot{Z} \\ \dot{V}_{3f} = \dot{I}_{3f} \cdot \dot{Z} \end{cases} \text{ sommando membro a membro:}$$

$$\dot{V}_{1f} + \dot{V}_{2f} + \dot{V}_{3f} = \dot{I}_{1f} \cdot \dot{Z} + \dot{I}_{2f} \cdot \dot{Z} + \dot{I}_{3f} \cdot \dot{Z} = \dot{Z} (\dot{I}_{1f} + \dot{I}_{2f} + \dot{I}_{3f})$$

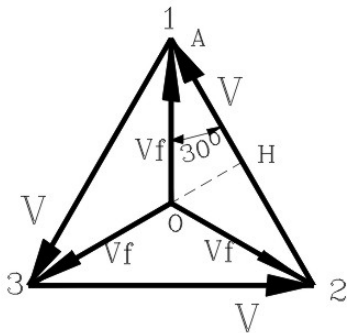
ma $(\dot{I}_{1f} + \dot{I}_{2f} + \dot{I}_{3f}) = 0$ quindi $\dot{V}_{1f} + \dot{V}_{2f} + \dot{V}_{3f} = 0$

Nei sistemi trifasi con carichi equilibrati la somma vettoriale delle tensioni di fase è nulla. Ciò indica che:

Nel collegamento a stella di un sistema equilibrato nei carichi, le tensioni di fase vengono tracciate dal baricentro O ai vertici del triangolo, raffigurante la somma delle tensioni concatenate.

Nel caso di un sistema simmetrico nelle tensioni ed equilibrato nei carichi, nel collegamento a stella, le tensioni di fase vengono tracciate dal baricentro O ai vertici del *triangolo equilatero*, raffigurante la somma delle *tensioni concatenate*.

Fig.15.11



Si Consideri così il diagramma di figura riferentesi ad un sistema trifase, collegato a stella, simmetrico ed equilibrato. Le tensioni concatenate sono tra loro uguali in modulo, così pure lo sono, tra loro, le tensioni di fase:

$$V_{12} = V_{23} = V_{31} = V \quad V_{1f} = V_{2f} = V_{3f} = V_f$$

Dal triangolo rettangolo OHA si ottiene:

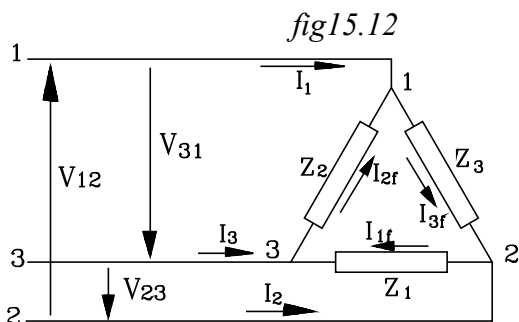
$$AH = OA \cdot \cos 30^\circ \quad AH = OA \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

dove:

$$AH = \frac{V}{2} \quad OA = V_f \quad \text{per cui} \quad \frac{V}{2} = V_f \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$V = \sqrt{3} \cdot V_f \quad (15.1.4)$$

15.2 Collegamento a triangolo



Le impedenze costituenti il carico congiungono i vertici di un triangolo, costituendo un maglia come rappresentato in figura. Le impedenze sono poste ai lati del triangolo e sono contraddistinte da pedici, la cui parte numerica è uguale al vertice opposto al lato di appartenenza. Con lo stesso criterio sono state contraddistinte le correnti di fase.

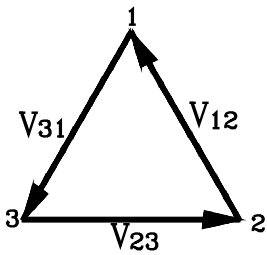
Così \dot{Z}_1 , \dot{I}_{1f} rappresentano l'impedenza opposta al vertice "1" e la corrente che scorre su di essa.

15.2.1 Tensioni di fase e tensioni concatenate

Dalla figura risulta chiaro che, nel collegamento a triangolo, le tensioni concatenate coincidono con quelle di fase.

$$\vec{V}_{12} = \vec{V}_{3f} \quad \vec{V}_{23} = \vec{V}_{1f} \quad \vec{V}_{31} = \vec{V}_{2f} \quad (15.2.1)$$

fig.15.13

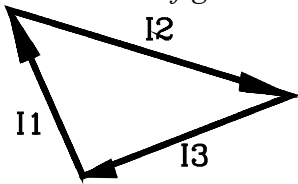


Le tensioni di fase, coincidenti con quelle concatenate, sono applicate ai capi dei rami di una maglia; quindi, per il principio di **Kirchhoff**, la somma vettoriale di dette tensioni costituiscono un poligono (*triangolo*) chiuso con risultante nulla.

$$\dot{V}_{23} + \dot{V}_{12} + \dot{V}_{31} = 0 \quad (15.2.2)$$

15.2.3 Correnti di fase e correnti di linea

fig.15.14



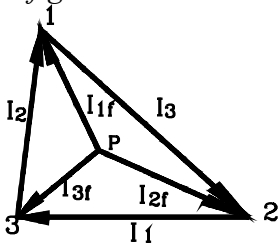
Come si può osservare dalla figura, in un collegamento a triangolo, le correnti di linea non coincidono con quelle di fase. Una corrente di linea, raggiunto un vertice del triangolo delle impedenze, si divide nelle due ramificazioni afferenti al nodo. Per la legge di **Kirchhoff** applicata ai nodi si ha:

$$\begin{cases} \vec{I}_1 = \vec{I}_{3f} - \vec{I}_{2f} \\ \vec{I}_2 = \vec{I}_{1f} - \vec{I}_{3f} \\ \vec{I}_3 = \vec{I}_{2f} - \vec{I}_{1f} \end{cases} \quad (15.2.3) \quad \text{sommando membro a membro}$$

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 0 \quad (15.2.4)$$

Nel collegamento a triangolo la somma vettoriale delle correnti di linea forma un poligono (*triangolo*) chiuso, con risultante nulla.

fig.15.15

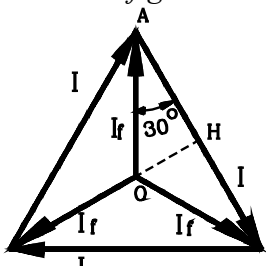


Le espressioni (15.2.3) forniscono le relazioni esistenti tra le correnti di fase e quelle di linea.

La differenza vettoriale $\vec{I}_1 = \vec{I}_{3f} - \vec{I}_{2f}$ indica che il vettore \vec{I}_1 ha l'origine nell'estremità del vettore \vec{I}_{2f} e termina sul vertice di \vec{I}_{3f} , così la corrente di linea $\vec{I}_2 = \vec{I}_{1f} - \vec{I}_{3f}$ va dalla estremità del vettore \vec{I}_{3f} alla estremità di \vec{I}_{1f} ... Tutto ciò indica che:

Nel collegamento a triangolo, le correnti di fase hanno origine in un punto **P** del piano e congiungono i vertici omonimi del triangolo, rappresentante la somma delle correnti di linea

fig.15.16



Si consideri un sistema trifase simmetrico ed equilibrato con collegamento a triangolo.

Le tre fasi hanno uguale impedenza:

$$\dot{Z}_1 = \dot{Z}_2 = \dot{Z}_3 = \dot{Z} \quad (15.2.4)$$

Le correnti di fase sono date da:

$$\dot{I}_{1f} = \frac{\dot{V}_{23}}{\dot{Z}} \quad \dot{I}_{2f} = \frac{\dot{V}_{31}}{\dot{Z}} \quad \dot{I}_{3f} = \frac{\dot{V}_{12}}{\dot{Z}} \quad (15.2.5)$$

Sommando membro a membro le tre uguaglianze :

$$\dot{I}_{1f} + \dot{I}_{2f} + \dot{I}_{3f} = \frac{\dot{V}_{23}}{\dot{Z}} + \frac{\dot{V}_{31}}{\dot{Z}} + \frac{\dot{V}_{12}}{\dot{Z}} = \frac{I}{Z} \cdot (\dot{V}_{23} + \dot{V}_{31} + \dot{V}_{12})$$

ma:

$$\vec{V}_{23} + \vec{V}_{12} + \vec{V}_{31} = 0 \quad \text{quindi}$$

$$\vec{I}_{1f} + \vec{I}_{2f} + \vec{I}_{3f} = 0 \quad (15.2.5)$$

Nel sistema equilibrato anche la somma delle correnti di fase è nulla ; ciò sta ad indicare:

In un sistema trifase equilibrato nei carichi, le correnti di fase hanno origine nel baricentro del triangolo, somma vettoriale delle correnti di linea, e congiungono i vertici omonimi di detto triangolo.

Se il sistema è simmetrico nelle tensioni, le tre tensioni concatenate costituiscono una terna simmetrica e lo saranno anche le correnti di fase e quindi quelle di linea.

In un sistema trifase simmetrico ed equilibrato, la somma vettoriale delle correnti di linea formano i lati di un *triangolo equilatero*; le correnti di fase sono dei vettori spiccati dal baricentro di detto triangolo e congiungono i vertici omonimi.

Si Consideri così il diagramma di figura riferentesi ad un sistema trifase, collegato a triangolo, simmetrico ed equilibrato.

Le correnti di linea sono tra loro uguali in modulo, così pure lo sono tra loro le correnti di fase:

$$I_{12} = I_{23} = I_{31} = I \quad I_{1f} = I_{2f} = I_{3f} = I_f$$

Dal triangolo rettangolo *OHA* si ottiene:

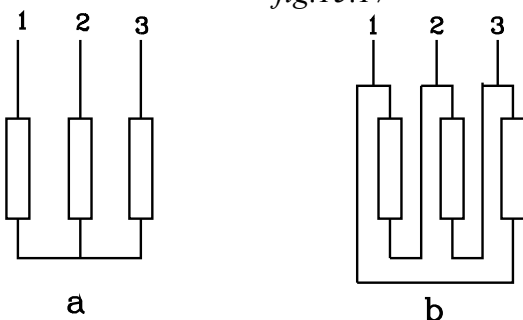
$$AH = OA \cdot \cos 30^\circ \quad AH = OA \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

dove:

$$AH = \frac{I}{2} \quad OA = I_f \quad \text{per cui} \quad \frac{I}{2} = I_f \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$I = \sqrt{3} \cdot I_f \quad (15.2.6)$$

fig.15.17



Si osservi che le tre impedenze di *fig.15.17 a* sono collegate a stella, mentre quelle di *fig.15.17 b* sono collegate a triangolo.

15.3 POTENZA NEI SISTEMI TRIFASI

15.3.1 Potenza attiva

La potenza attiva di un sistema trifase è data dalla somma aritmetica delle potenze attive delle singole fasi.

$$P = V_{1f} \cdot I_{1f} \cdot \cos \varphi_1 + V_{2f} \cdot I_{2f} \cdot \cos \varphi_2 + V_{3f} \cdot I_{3f} \cdot \cos \varphi_3 \quad (15.3.1)$$

Dove le tensioni, correnti e sfasamenti si riferiscono alle singole fasi.

Ne caso che il sistema sia simmetrico ed equilibrato, risultano uguali i valori efficaci delle correnti e tensioni delle singole fasi, così pure lo sfasamento tra di esse.

$$V_{1f} = V_{2f} = V_{3f} = V_f \quad I_{1f} = I_{2f} = I_{3f} = I_f \quad \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi \quad (15.3.2)$$

La potenza attiva nel sistema trifase simmetrico ed equilibrato risulterà.

$$P = V_f \cdot I_f \cdot \cos \varphi + V_f \cdot I_f \cdot \cos \varphi + V_f \cdot I_f \cdot \cos \varphi$$

$$P = 3 \cdot V_f \cdot I_f \cdot \cos \varphi \quad (15.3.3)$$

Dove V_f, I_f, φ sono rispettivamente: la tensione di fase, la corrente di fase e lo sfasamento tra di esse. Occorre osservare che facilmente possono essere soggette a misurazione le correnti di linea e le tensioni concatenate e non le correnti e tensioni di fase.

Nella (17) conviene esprimere V_f, I_f in funzione, rispettivamente, della tensione concatenata e della corrente di linea.

15.3.1.1 Collegamento a stella

La corrente di fase coincide con quella di linea: $I_f = I$

La tensione di fase è data da:

$$V_f = \frac{V}{\sqrt{3}}; \quad \text{sostituendo nella (15.3.3) si ha:} \quad P = 3 \cdot \frac{V}{\sqrt{3}} \cdot I \cdot \cos \varphi$$

$$P = \sqrt{3} \cdot V \cdot I \cdot \cos \varphi \quad (15.3.4)$$

15.3.1.2 Collegamento a triangolo

Le tensioni di fase coincidono con quelle concatenate: $V_f = V$

Le correnti di fase sono espresse da:

$$I_f = \frac{I}{\sqrt{3}}; \quad \text{sostituendo nella (15.3.3) si ha:} \quad P = 3 \cdot V \cdot \frac{I}{\sqrt{3}} \cdot \cos \varphi$$

$$P = \sqrt{3} \cdot V \cdot I \cdot \cos \varphi \quad (15.3.5)$$

Come si può notare dalle (18) (19), la potenza attiva di un sistema trifase, simmetrico ed equilibrato, ha la stessa espressione sia che le impedenze siano collegate a stella o triangolo.

$$P = \sqrt{3} \cdot V \cdot I \cdot \cos \varphi \quad (15.3.6)$$

Notare che nella espressione (15.3.6) della potenza attiva: V è il valore efficace della tensione concatenata, I quello della corrente di linea; lo sfasamento φ che compare nella formula non è

lo sfasamento tra V e I, ma lo *sfasamento tra la corrente di fase rispetto alla tensione di fase*, determinata alla impedenza comune

$$\dot{Z} = R + jX : \quad \varphi = \frac{X}{R}$$

15.3.2 Potenza reattiva

La potenza reattiva di un sistema trifase è data dalla somma algebrica delle potenze reattive delle singole fasi.

$$Q = V_{1f} \cdot I_{1f} \cdot \text{sen} \varphi_1 + V_{2f} \cdot I_{2f} \cdot \text{sen} \varphi_2 + V_{3f} \cdot I_{3f} \cdot \text{sen} \varphi_3 \quad (15.3.7)$$

Ripetendo lo stesso ragionamento fatto per le potenze attive, nel caso di un sistema trifase simmetrico ed equilibrato, la potenza reattiva, espressa rispetto alla tensione e corrente di fase e lo sfasamento tra esse, è data dalla espressione:

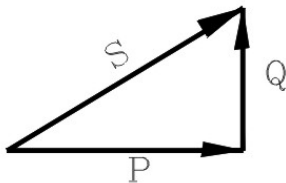
$$Q = 3 \cdot V_f \cdot I_f \cdot \text{sen} \varphi \quad (15.3.8)$$

La potenza reattiva, espressa rispetto alla tensione concatenata e la corrente di linea è data da:

$$Q = \sqrt{3} \cdot V \cdot I \cdot \text{sen} \varphi \quad (15.3.9)$$

15.3.3 Potenza apparente

Fig.15.18



In generale nei sistemi trifasi non si può effettuare la somma aritmetica delle singole potenze apparenti. La potenza apparente si ottiene dal triangolo delle potenze effettuando il teorema di Pitagora.

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (15.3.10)$$

Nel caso di un sistema simmetrico ed equilibrato, l'espressione della potenza apparente, espressa rispetto alla tensione concatenata e la corrente di fase, si ottiene sostituendo nella (23) le (15.3.6), (15.3.9)

$$S = \sqrt{\left(3 \cdot V_f \cdot I_f \cdot \cos \varphi\right)^2 + \left(3 \cdot V_f \cdot I_f \cdot \text{sen} \varphi\right)^2} \quad S = 3 \cdot V_f \cdot I_f \cdot \sqrt{\cos^2 \varphi + \text{sen}^2 \varphi}$$

$$S = 3 \cdot V_f \cdot I_f$$

Ripetendo lo stesso ragionamento effettuato per le potenze attive, la potenza apparente di un sistema trifase simmetrico ed equilibrato, espressa rispetto alla tensione concatenata e la corrente di linea, è data da:

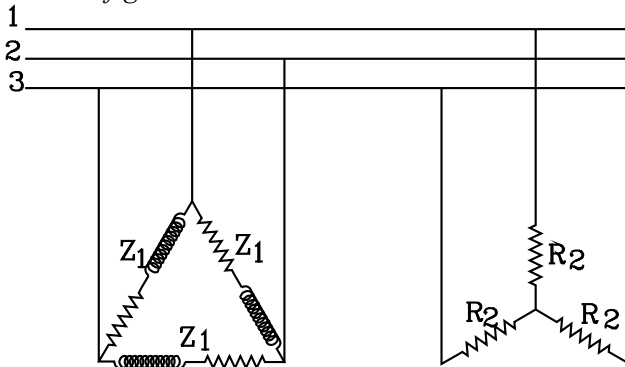
$$S = \sqrt{3} \cdot V \cdot I \quad (15.3.11)$$

ESERCIZIO

Una linea trifase, avente una tensione concatenata di $V=380$ V, alimenta due carichi.

Un carico, ohmico - induttivo, costituito da tre impedenze uguali $\dot{Z}_1 = R_1 + jX_1$, collegate a triangolo, assorbe una potenza attiva $P_1 = 9 \text{ kW}$, con fattore di potenza $\cos \varphi_1 = 0.6$.
 Il secondo carico è costituito da una stella di resistenze uguali, che assorbe una potenza attiva di $P_2 = 5 \text{ kW}$.
 Si determini la corrente di linea e di fase assorbita da ogni carico e la corrente totale che la linea deve fornire ai due carichi.

fig.15.19



$$V=380 \text{ V}$$

$$P_1 = 9 \text{ kW}$$

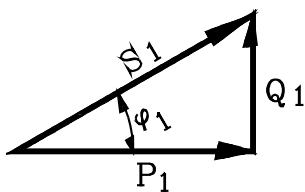
$$\cos \varphi_1 = 0.6$$

$$P_2 = 5 \text{ kW}$$

$$\dot{Z}_1 = R_1 + jX_1$$

Da $\cos \varphi_1 = 0.6$ si ottiene $\varphi_1 = 53.13^\circ$

fig.15.20



Dal triangolo delle potenze riferito al primo carico si ottiene:

$$S_1 = \frac{P_1}{\cos \varphi_1} = \frac{9}{0.6} = 15 \text{ kVA}$$

$$Q = P \cdot \operatorname{tg} \varphi_1 = 9 \cdot \operatorname{tg} 53.13 = 12 \text{ kVAR}$$

Dalla potenza reattiva S_1 si può ricavare la corrente di linea che alimenta il carico collegato a triangolo:

$$S_1 = \sqrt{3} \cdot V \cdot I_1 \quad \text{da cui} \quad I_1 = \frac{S_1}{\sqrt{3} \cdot V} = \frac{15000}{\sqrt{3} \cdot 380} = 22.79 \text{ A}$$

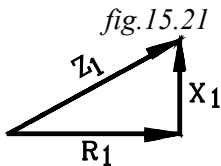
La corrente di fase sarà:

$$I_{1f} = \frac{I_1}{\sqrt{3}} = \frac{22.79}{\sqrt{3}} = 13.15 \text{ A}$$

Conoscendo la potenza attiva e reattiva del carico, e la corrente di fase, si può determinare sia la reattanza che la resistenza componenti l'impedenza: $\dot{Z}_1 = R_1 + jX_1$

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_1 = 3 \cdot X_1 \cdot I_{1f}^2 \\ P_1 = 3 \cdot R_1 \cdot I_{1f}^2 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{da cui } X_1 = \frac{Q_1}{3 \cdot I_{1f}^2} = \frac{12000}{3 \cdot 13.15^2} = 23.1 \Omega \\ \text{da cui } R_1 = \frac{P_1}{3 \cdot I_{1f}^2} = \frac{9000}{3 \cdot 13.15^2} = 12.3 \Omega \end{array}$$

Conoscendo la tensione di fase, coincidente con quella concatenata V , e la corrente di fase I_{1f} , si possono calcolare X_1 , R_1 attraverso la determinazione dell'impedenza Z_1 .



$$Z_1 = \frac{V}{I_{1f}} = \frac{380}{13.15} = 28.897 \Omega$$

$$R_1 = Z_1 \cdot \cos \varphi_1 = 17.34 \quad X_1 = Z_1 \cdot \sin \varphi_1 = 23.1$$

Dalla potenza attiva P_1 del secondo carico si può ricavare la corrente di linea I_1 , coincidente con quella di fase I_{1f} , che alimenta la stella di resistenze.

$$P_2 = \sqrt{3} \cdot V \cdot I_2 \quad \text{da cui } I_2 = \frac{P_2}{\sqrt{3} \cdot V} = \frac{5000}{\sqrt{3} \cdot 380} = 7.6 \text{ A}$$

Dalla potenza si può ricavare la resistenza di fase R_1

$$P_2 = 3 \cdot R_2 \cdot I_2^2 \quad \text{da cui } R_2 = \frac{P_2}{3 \cdot I_2^2} = \frac{5000}{3 \cdot 7.6^2} = 28.8 \Omega$$

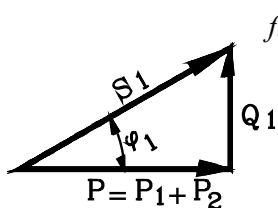
La resistenza di fase R_1 si può anche ricavare attraverso la conoscenza della tensione e corrente di fase

La tensione di fase risulta:

$$V_{2f} = \frac{V}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 219 \text{ V}$$

$$R_2 = \frac{V_{2f}}{I_{2f}} = \frac{219}{7.6} = 28.8 \Omega$$

Si ricava ora il triangolo delle potenze riferito ai due carichi



La potenza attiva totale è la somma di quelle assorbite dai due carichi, mentre la potenza reattiva è solamente quella assorbita dal primo carico

$$\left\{ \begin{array}{l} P = P_1 + P_2 = 9 + 15 = 14 \text{ kVAR} \\ Q = Q_1 \end{array} \right.$$

$$\text{La potenza apparente totale } S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{12^2 + 14^2} = 18.43 \text{ kVA}$$

dalla potenza apparente S si ricava la corrente totale di linea assorbita dai due carichi:

$$S = \sqrt{3} \cdot V \cdot I \quad \text{da cui} \quad I = \frac{S}{\sqrt{3} \cdot V} = \frac{18430}{\sqrt{3} \cdot 380} = 28 \text{ A}$$

NB.

La corrente di linea totale non si può ricavare sommando aritmeticamente le due correnti di linea, assorbite dai due carichi.

ESERCIZI PROPOSTI

- 1- Una linea trifase con tensione concatenata $V=380 \text{ V}$ alimenta tre carichi.
 Il primo carico è un motore asincrono trifase che eroga sull'albero una potenza meccanica di 3 kw .
 Il rendimento del motore è $\eta = 0.92$. Il fattore di potenza è $\cos \varphi = 0.8$.
 Il secondo carico è costituito da tre impedenze $z = 15 + j14$ collegate a stella.
 Il terzo carico è formato da tre resistenze $R=20 \text{ W}$ collegate a triangolo.

Determinare le correnti assorbite dai tre carichi e la corrente totale fornita dalla linea.

Determinare inoltre le potenze attive reattive dei carichi.

Suggerimenti:

La potenza che il motore assorbe dalla linea si ottiene *dividendo* quella meccanica erogata sull'albero per il rendimento.

- 2- Una linea trifase con tensione concatenata $V=380 \text{ V}$ alimenta due carichi con una corrente di linea di $I=25 \text{ A}$ e fattore di potenza $\cos \varphi = 0.8$.

Il primo carico è costituito da un motore asincrono trifase che eroga sull'albero una potenza meccanica di 5 kw . Il rendimento è $\eta = 0.92$. Il fattore di potenza $\cos \varphi = 0.75$. Il secondo carico è ohmico induttivo.

Determinare la potenza attiva e reattiva e la corrente assorbita dal secondo carico

Suggerimenti:

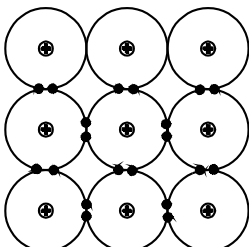
Conviene costruire il triangolo delle potenze globali riferito ai due carichi e quello del primo carico.

La potenza attiva del secondo carico si ottiene per differenza tra la potenza attiva totale e quella del primo carico; così pure la potenza reattiva...

16 SEMICONDUCTORI

I semiconduttori sono dei materiali che, nella classificazione fatta rispetto alla conducibilità elettrica, possono porsi tra i conduttori e gli isolanti. Essi presentano una bassa conducibilità elettrica, superiore a quella degli isolanti, che aumenta all'aumentare della temperatura. Hanno una struttura cristallina. Sono elementi che appartengono al IV gruppo del sistema periodico: gli atomi che li costituiscono hanno 4 elettroni nell'ultima orbita di valenza.

fig.16.1



Il legame che vincola un atomo all'altro è di tipo covalente: gli atomi adiacenti si scambiano gli elettroni di valenza.

Come noto una struttura stabile si ottiene quando sull'orbita di valenza sono presenti *otto elettroni*: o, come si dice: si forma l'ottetto.

L'elemento più usato come semiconduttore è il silicio "*Si*", possono essere usati altri cristalli come *il germanio, il selenio...*

16.1 Conducibilità elettrica nei semiconduttori

Il legame covalente, con otto elettroni sull'orbita di valenza, è abbastanza forte e tende a mantenere stabilmente gli elettroni legati al nucleo positivo. Per ottenere una conducibilità, elettrica occorre spezzare detto legame; ciò si può ottenere attraverso l'agitazione termica, che conferisce agli atomi l'energia sufficiente ad allontanare alcuni elettroni di valenza dal proprio nucleo. Si rendono così disponibili un certo numero di elettroni liberi.

Quando un elettrone si allontana dal proprio nucleo lascia ivi un vuoto, detto *cavità o lacuna*. Ogni legame spezzato dà luogo ad un elettrone libero e ad una cavità. Il numero di elettroni liberi ottenuti dall'agitazione termica è pari al numero di cavità.

Se il semiconduttore non è soggetto a campi di forze esterne, il movimento degli elettroni liberi è caotico e, mediamente, il numero di coppie *elettroni - cavità* che si formano è pari al numero di quelle che si ricompongono.

Sottoponendo l'estremità di una placchetta di un semiconduttore ad una *d.d.p.*, si produce un campo elettrico, che determina un flusso di elettroni in un senso e di cavità in senso opposto.

Occorre osservare che le particelle che si possono porre in movimento sono gli elettroni, resi liberi dalla rottura dei legami; ma quando un elettrone si sposta dal nucleo di un atomo, lascia in questo un protone non più equilibrato dall'elettrone che si è allontanato.

Quando un elettrone si sposta da una posizione lascia in questa una cavità; successivamente, un altro elettrone può andare ad occupare tale posto vuoto, con conseguente spostamento della cavità nella posizione di provenienza dell'elettrone.

Sottoposta una placchetta di semiconduttore ad una *d.d.p.*, gli elettroni si spostano dal potenziale negativo al positivo, mentre le cavità si spostano nel senso opposto, dal positivo al negativo.

16.2 Attivazione dei semiconduttori - Drogaggio

La conducibilità dei semiconduttori, alla temperatura ambiente, è molto piccola; essa può essere aumentata, sostituendo alcuni atomi del reticolo cristallino del semiconduttore con altri, di elementi *attivanti*, detti "*impurità*".

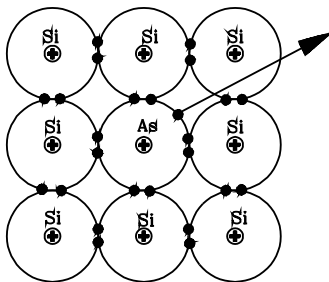
Le impurità da introdurre nel reticolo cristallino può essere di due tipi

Tipo *n* Sono elementi appartenenti al V gruppo del sistema periodico. Essi presentano 5 elettroni nell'orbita di valenza. Vengono denominati *donatori*.

Tipo *p* Sono elementi appartenenti al III gruppo del sistema periodico. Essi presentano 3 elettroni nell'orbita di valenza. Vengono denominati *accettori*.

16.2.1 Impurità del V gruppo - Elementi donatori - Tipo n

fig.16.2



Nel reticolo cristallino del semiconduttore alcuni atomi sono sostituiti da elementi aventi 5 elettroni nell'orbita di valenza, quale *l'arsenico, fosforo, antimonio*.

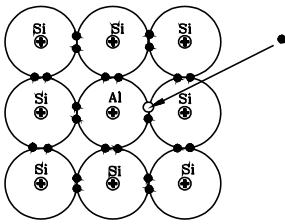
In tal caso, solamente 4 elettroni dell'atomo dell'impurezza partecipano al legame di covalenza con gli atomi del semiconduttore; rimane un elettrone dell'impurezza che non è vincolato al legame ed è, per questo, facilmente allontanabile dal proprio nucleo.

Nei semiconduttori drogati con elementi del V gruppo risulta disponibile un maggior numero di elettroni liberi rispetto ai semiconduttori puri.

Ai semiconduttori, drogati con elementi del V gruppo, viene dato il nome di **DONATORI** o di *Tipo n*, perché la maggioranza dei portatori mobili di carica è costituita da elettroni.

16.2.2 Impurità del III gruppo - Elementi accettori - Tipo p

fig.16.3



Nel reticolo cristallino del semiconduttore alcuni atomi sono sostituiti da elementi aventi 3 elettroni nell'orbita di valenza, quali: *l'indio, il gallio l'alluminio*.

I tre elettroni di valenza dell'atomo attivante sono insufficienti a fornire il numero richiesto, per formare l'ottetto e ottenere il legame covalente. In tal modo, per ogni atomo attivante presente nel reticolo cristallino, si ha una mancanza di un elettrone, necessario per formare *l'ottetto* e colmare una carica positiva del nucleo

dell'atomo del semiconduttore.

Nei semiconduttori drogati con elementi del III gruppo sono disponibili un maggior numero di cavità rispetto al semiconduttore puro.

Le cavità, esistenti nel legame tra gli atomi del semiconduttore e le impurezze del III gruppo, determinano una instabilità e tendono a catturare gli elettroni necessari per formare gli *ottetti*. Per questo motivo le impurezze del *III* gruppo vengono denominate **ACCETTORI** o di "*Tipo p*".

Occorre notare che una placchetta di semiconduttore drogato sia di *tipo n* o di *tipo p* sono *eletticamente neutri*, perché in media il numero di coppie di *elettroni - cavità* si neutralizzano a vicenda.

Nei semiconduttori drogati occorre distinguere due tipi di cariche.

Cariche minoritarie Sono proprie del cristallo semiconduttore, dovute alla rottura del legame e formazione della coppia *elettrone - lacuna* per effetto dell'agitazione termica.

Cariche maggioritarie Sono dovute all'elemento drogante, che rende disponibile delle cariche libere, dello stesso segno, anche alla temperatura normale: lacune per il drogante tipo *p*, elettroni per il tipo *n*.

16.3 Giunzione p-n

Una barretta di un semiconduttore viene drogata per metà con impurità di tipo *p* e per l'altra con tipo *n*. Tra le due parti drogate in modo diverso si ottiene una superficie di separazione detta *giunzione p-n*.

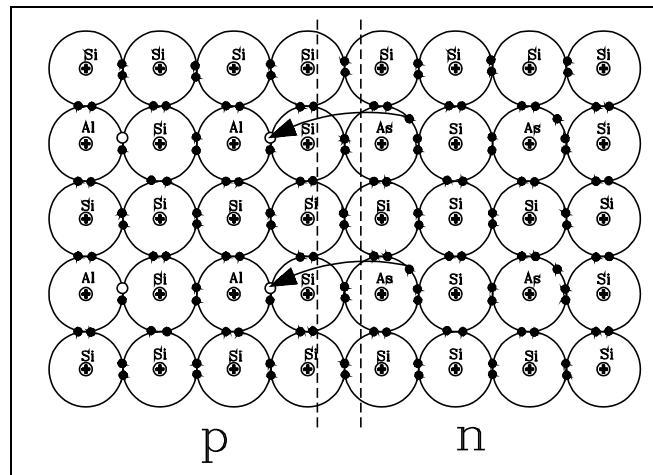
Le estremità esterne delle due zone vengono metallizzate, realizzando un contatto ohmico che può collegarsi su un circuito esterno.

16.3.1 Corrente di diffusione

Si consideri cosa avviene nella giunzione *p-n* quando la barretta non è collegata su un circuito esterno.

Nella figura è schematicamente rappresentata una giunzione tra una zona *tipo p* drogata con alluminio "*Al*" e una *tipo n*, drogata con arsenico "*As*".

fig.16.4



Nella zona *tipo n* vi sono elettroni in più, negli atomi di *As*, a formare l'ottetto, e quindi, costituiscono delle cariche negative libere di spostarsi anche alla temperatura normale.

Viceversa nella zona *tipo p* gli atomi *Al* mancano di elettroni (*uno per ogni atomo*) per formare l'ottetto, e, quindi li richiamano per colmare il vuoto: le lacune si spostano nelle posizioni di provenienza degli elettroni. *Nella zona tipo p sono disponibili lacune(cariche positive) che possono spostarsi anche al temperatura normale.*

Nella zona tipo p sono disponibili cariche maggioritarie libere positive, mentre nella zona tipo n lo sono quelle negative.

Nell'effettuare la giunzione, gli *elettroni*, che costituiscono le cariche maggioritarie negative della zona *tipo n*, diffondono nella zona *tipo p*, dove trovano cavità da colmare. In tale spostamento le *cavità* si porteranno dalla zona *tipo p* a quella *tipo n*.

Si ha così una corrente di diffusione di cariche maggioritarie: quelle negative dalla zona tipo n alla p, e le positive dalla zona tipo p alla n.

1.3.2 Strato di svuotamento (*depletion layer*)

Nella diffusione degli elettroni dalla zona *tipo n* alla *p* e delle cavità in senso inverso si determina a cavallo della giunzione una zona di svuotamento delle cariche maggioritarie: gli elettroni liberi degli atomi di arsenico *As* vanno a colmare le lacune che vi sono nel legame con gli atomi di alluminio *Al*. In tal modo, un sottile strato della zona *p* si svuota di lacune da una parte della giunzione, e dalla parte opposta, un sottile strato della zona *n* si svuota di elettroni, tendendo così a formare dei legami stabili, senza eccedenza o mancanza di elettroni per formare l'ottetto.

16.3.3 Carica spaziale

Nella diffusione delle cariche maggioritarie (di elettroni dalla zona *n* alla *p* e delle lacune in senso opposto), si forma nella zona di svuotamento, a cavallo della giunzione, *una concentrazione di cariche spaziali di segno opposto.*

Infatti, gli elettroni, che dalla zona *n* sono diffusi nello strato *p* e sono andati a colmare le lacune dei legami con gli atomi di *Al*, non vengono equilibrati da corrispondenti protoni nei nuclei di detti atomi. In tal modo lo strato della zona *p*, vicino alla giunzione, si concentra di cariche negative. Lo strato della zona *n*, che ha perso gli elettroni diffusi in *p*, si concentra di cavità e, quindi, di cariche positive, corrispondenti a protoni degli atomi di arsenico *As* non equilibrati da rispettivi elettroni.

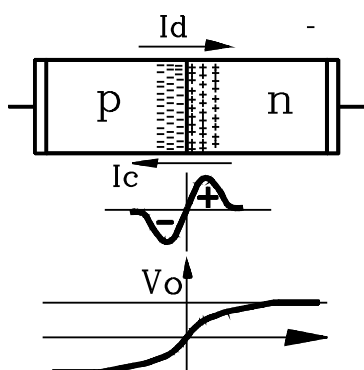


fig.16.5

Le cariche spaziali di segno opposto, che si formano a cavallo della giunzione, determinano un campo elettrico, orientato dalla carica positiva posta nello strato n a quella negativa dello strato p . Esso si oppone alla diffusione delle cariche maggioritarie: respinge gli elettroni che da n diffondono in p e le cariche che diffondono nel senso opposto.

Il campo elettrico determina una d.d.p che tende a ricongiungere le cariche di segno opposto e, per questo, ad esso si dà il nome di **barriera di potenziale**.

Nella diffusione delle cariche maggioritarie si arriva ad una formazione massima di cariche spaziali, che determinano una d.d.p V_0 la quale impedisce una loro ulteriore concentrazione.

16.3.4 Correnti di campo

In entrambi le zone del semiconduttore, diversamente drogate, esistono le cariche minoritarie di ambo i segni *elettrone - lacuna*, dovute alla rottura dei legami per effetto dell'agitazione termica.

Le cariche minoritarie negative "*elettroni*", che si trovano nello strato p della giunzione, vengono accelerati dal campo elettrico e si portano dalla zona p alla n . Mentre, le cariche minoritarie positive "*lacune*", che si trovano nello strato n della giunzione, vengono accelerate dal campo elettrico e si portano dalla zona n alla p .

Nasce così, per effetto del campo elettrico, una corrente I_c di cariche minoritarie, avente senso inverso a quella I_d delle cariche maggioritarie. A tale corrente I_c si dà nome di *corrente di campo o di drift*.

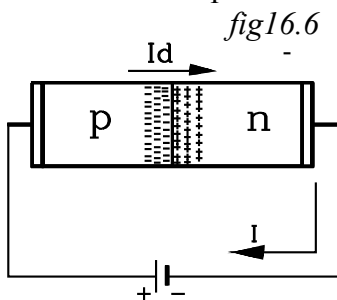
Per un dato valore della barriera di potenziale, si raggiunge una condizione di equilibrio tra le due correnti opposte di *diffusione* e di *campo*.

16.4 Proprietà elettriche della giunzione

16.4.1 Polarizzazione diretta

La barretta del semiconduttore, contenente la giunzione pn , viene collegata, con l'estremità di tipo p al morsetto positivo e l'altra estremità di tipo n morsetto negativo di un generatore di tensione.

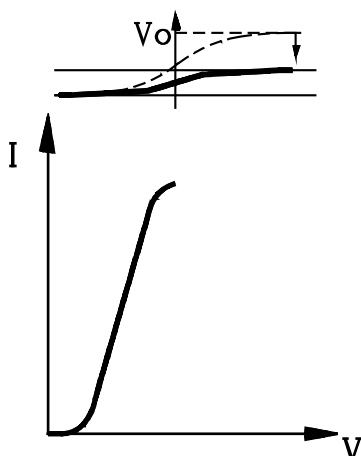
La d.d.p V del generatore è in senso opposto alla barriera di potenziale. Questa viene abbassata e si porta al valore $V_0 - V$.



Prima del collegamento, il diffondersi delle cariche maggioritarie nella giunzione veniva impedito dalla barriera di potenziale V_0 ; con l'abbassarsi di questa può scorrere una corrente di diffusione. Gli elettroni liberi della zona n diffonderanno in p , e non tutti si fermano a formare la carica spaziale vicino alla giunzione, ma alcuni di essi, richiamati dalla estremità positiva, possono proseguire il loro cammino fino a raggiungere il circuito esterno, dove il generatore di tensione li riporterà ad entrare nella zona n del semiconduttore drogato.

Le lacune effettueranno il percorso inverso.

fig.16.7



All'aumentare della tensione V ai capi della barretta, si abbassa la barriera di potenziale, diminuisce la carica spaziale e il campo elettrico che contrasta la diffusione delle cariche maggioritarie; conseguentemente *aumenta la corrente I che circola nel circuito*.

La corrente I è prevalentemente data dalla corrente di diffusione; mentre risulta trascurabile quella di campo.

Nella figura è riportata la curva caratteristica della giunzione polarizzata direttamente. Per piccole tensioni V , la barriera di potenziale si abbassa di poco e quindi non può essere trascurata la corrente inversa di campo I_c , che risulta superiore alla corrente di diffusione; questo fino ad un potenziale V_s detto *potenziale di soglia*. Con potenziali superiori a quelli di soglia si ha un aumento della corrente diretta I . In un tratto intermedio la caratteristica ha un andamento pressoché rettilineo.

La corrente aumenta con la tensione V fino a raggiungere un regime di saturazione. Infatti, all'aumentare di V , diminuisce la carica spaziale che contrasta la diffusione delle cariche maggioritarie e aumenta la corrente I , fino a che, scomparsa della carica spaziale, questa rimane praticamente costante al variare di V .

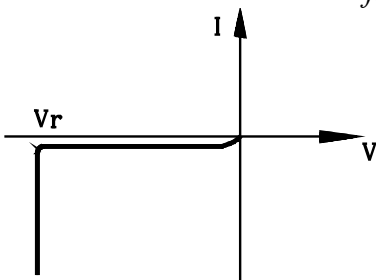
In pratica ogni giunzione può sopportare un massimo valore di corrente, oltre il quale si ha la distruzione del dispositivo.

16.4.2 Polarizzazione in senso inverso

Si collega la estremità tipo p della barretta al morsetto positivo del generatore, mentre l'altro morsetto è collegato all'estremità tipo n .

In questo caso la barriera di potenziale si innalza, risulta bloccata la diffusione delle cariche maggioritarie, mentre viene favorita quella delle cariche minoritarie, accelerate dal campo elettrico formato dalle cariche spaziali.

fig.16.8



All'aumentare della tensione inversa V si ha lo scorrimento di una piccola corrente inversa dovuta a quella di campo I_c , data dalle cariche minoritarie. Queste dipendono principalmente dalla temperatura; per cui, all'aumentare della tensione inversa V , la corrente inversa che scorre nel circuito è praticamente costante.

16.4.3 Tensione di rottura

Aumentando la tensione inversa V , si arriva ad un valore limite V_r con il quale, pur continuando a rimanere costante, la corrente inversa cresce rapidamente, e se questa non viene limitata, si ha una distruzione della giunzione. Alla tensione V_r si dà nome di *tensione di rottura (breakdown)*.

Il fenomeno può essere dovuto a due cause distinte.

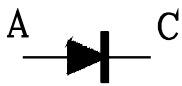
- | | |
|-----------------|---|
| Effetto Zener | Il campo elettrico determina una rottura dei legami covalenti con formazione di coppie <i>elettrone - lacuna</i> . Ciò avviene per tensioni di rottura inferiori alle decine di Volt. |
| Effetto valanga | L'elevata intensità del campo elettrico determina una forte accelerazione degli elettroni che attraversano la giunzione. l'urto con gli atomi del semiconduttore determina una ionizzazione con produzione di altre cariche che possono essere accelerate e produrre a loro volta altri ioni e così via.. |

L'effetto valanga prevale quando la tensione di rottura è superiore alle decine di Volt.

16.5Diodo

Il diodo è un dispositivo elettronico che presenta un'alta conducibilità, con resistenza trascurabile, al passaggio della corrente in un senso e conducibilità pressoché nulla nel verso opposto.

fig.16.9



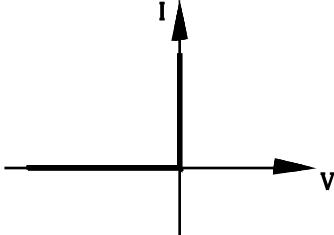
Il diodo ideale è quello che presenta resistenza nulla allo scorrere della corrente in un senso e resistenza infinita nel verso opposto.

Per questa sua proprietà di condurre la corrente in un solo verso, il diodo si rappresenta con una freccia indicante il senso della conducibilità. Il componente presenta due estremità: una chiamata *anodo*, quella a monte della freccia e l'altra denominata *catodo*, posta a valle della freccia.

Il diodo conduce nel senso che va dall'anodo verso il catodo.

Le curve caratteristiche dei componenti elettronici che si analizzeranno si tracciano su un piano cartesiano, nel quale, sull'asse delle ascisse si riportano le tensioni V e sull'asse delle ordinate le correnti I .

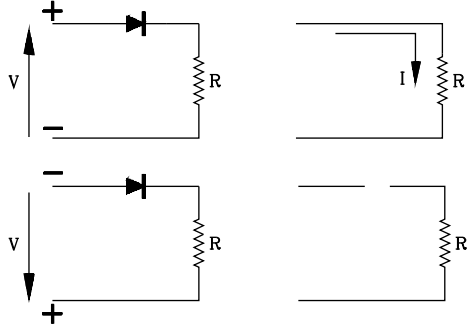
fig.16.10



la curva caratteristica del diodo ideale è quella rappresentata in figura.

Come si può osservare, con tensioni negative la corrente che scorre sul diodo è nulla: il diodo si comporta come un interruttore aperto. Ciò avviene quando l'anodo è rivolto verso il potenziale negativo e il catodo verso il positivo: si dice che il diodo è polarizzato in senso inverso.

fig.16.11



Quando l'anodo è rivolto verso il potenziale più alto e il catodo verso il più basso, allora il diodo conduce e si comporta come un interruttore chiuso con resistenza nulla. In questo caso si dice che il diodo è polarizzato in senso diretto.

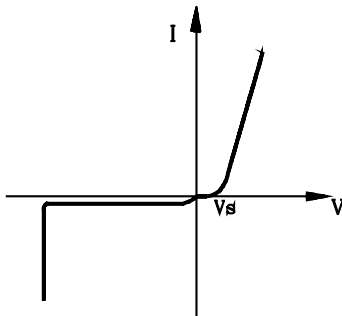
Si consideri così il diodo ideale inserito nel circuito di figura. In fig.6.11 il diodo è polarizzato in senso diretto e quindi conduce: esso si comporta come un corto circuito e la corrente scorre sulla resistenza R . Nella fig.6.11 l'anodo è rivolto verso il potenziale negativo, quindi il diodo non conduce e si comporta come un circuito aperto: sulla resistenza non scorre alcuna corrente.

16.5.1 Diodo a semiconduttori

Un diodo reale si può ottenere con una giunzione *pn* di semiconduttori.

Si è già constatato che tale dispositivo, polarizzato direttamente, presenta un'alta conducibilità, mentre questa risulta pressoché nulla con polarizzazione in senso inverso.

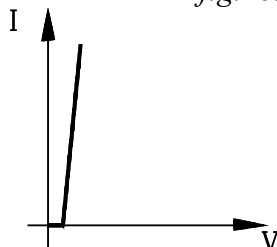
fig.16.12



La curva caratteristica è quella rappresentata in figura. Essa si discosta da quella del diodo ideale. Per tensioni di polarizzazione negative si ha una conducibilità trascurabile, dovuta alla corrente di campo I_C . Con tensioni di polarizzazione diretta, non si ha apprezzabile conducibilità fino ad una tensione V_S , detta di soglia. Per tensioni superiori a questa la curva caratteristica si scosta poco dalla verticale e, al variare della corrente I , la tensione tra anodo e catodo risulta poco diversa dalla V_S .

Le tensioni inverse debbono essere inferiori, con un certo margine, dalla tensione di rottura (*breakdown*).

fig.16.13

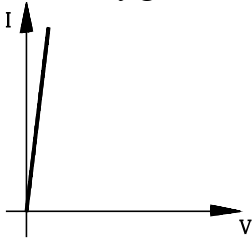


La curva caratteristica del diodo reale a giunzione si può schematizzare con un tratto rettilineo coincidente con l'asse V fino alla tensione V_S e, per tensioni superiori a questa, con un tratto di retta inclinata.

La resistenza media del diodo schematizzato, nella zona di conduzione è data dall'inverso della tangente dell'angolo di inclinazione:

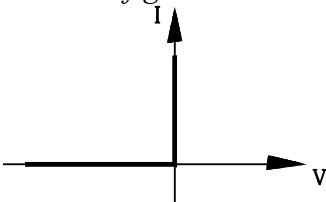
$$r_m = \frac{I}{\operatorname{tg}\alpha} \quad (16.5.1)$$

fig.16.14



La tensione di soglia V_S è dell'ordine di $0,1 V$ per il diodo a germanio e $0,5V$ per quello al silicio. Quando le tensioni di utilizzazione sono elevate rispetto ai decimi di Volt, si può trascurare la tensione di soglia V_S e la curva caratteristica, nella zona di conduzione, si può schematizzare con una retta passante per l'origine.

fig.16.15



Se poi, le tensioni di utilizzazione sono elevate e il diodo è in serie con una resistenza di carico molto grande rispetto alla resistenza r_m , allora la curva caratteristica si può far coincidere con quella ideale.

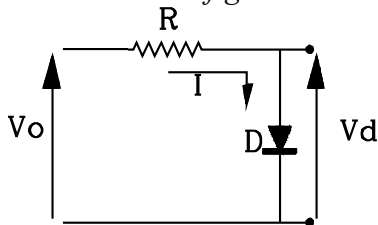
16.5.1.1 Punto di lavoro di un diodo reale

Si vuole determinare la corrente che scorre su un diodo reale in serie ad una resistenza di carico R .

La *d.d.p* V_d ai capi del diodo e la corrente I che l'attraversa dipendono sia dalla sua curva caratteristica che dall'equazione di equilibrio della maglia.

La *d.d.p* V_d e la corrente I debbono soddisfare alla funzione rappresentata dalla curva caratteristica del diodo nel piano (V_d, I) :

fig.16.16



$$I = f(V_d) \quad (16.5.2)$$

Contemporaneamente le due variabili V_d, I debbono soddisfare all'equazione di equilibrio della maglia composta dalla serie diodo - resistenza di carico:

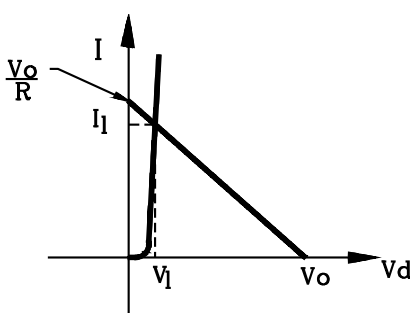
$$V_0 = V_d + R \cdot I \quad \text{da cui}$$

$$I = \frac{V_0}{R} - \frac{V_d}{R} \quad (16.5.3)$$

Così le due variabili V_d, I debbono soddisfare contemporaneamente il sistema delle due funzioni:

fig.16.17

$$\begin{cases} I = f(V_d) & (a) \\ I = \frac{V_0}{R} - \frac{V_d}{R} & (b) \end{cases} \quad (16.5.4)$$



Graficamente la soluzione del sistema si ottiene dall'intersezione delle due curve rappresentate nel piano V_d, I

L'equazione (b) è una retta di coefficiente angolare $-\frac{I}{R}$.

La retta incontra l'asse delle ascisse V_d quando $I=0$. Si ha:

$$0 = \frac{V_0}{R} - \frac{V_d}{R} \quad \text{da cui}$$

$$V_d = V_0$$

la retta incontra l'asse delle ordinate I quando $V_d=0$. Si ha: $I = \frac{V_0}{R}$

Il punto di intersezione tra le due curve fornisce i valori della tensione V_I che si stabilisce ai capi della diodo e della corrente I che lo percorre. Dal valore della corrente I si può poi determinare la *d.d.p* che si stabilisce ai capi della resistenza di carico R .

$$V = R \cdot I = V_0 - V_I$$

16.5.2 Diodo zener

Nello studio della giunzione *pn* dei semiconduttori si è rilevato che, ad una determinata tensione inversa, si verifica un regime di scarica (*brekdown*), nel quale si ha un aumento della corrente inversa con tensione di scarica pressoché costante.

Sono stati messi a punto dei diodi a giunzione nei quali il regime di scarica a tensione inversa rappresenta il campo di funzionamento normale; essi prendono il nome di **diodi zener**.

fig.16.18

Questi vengono impiegati sfruttando la loro specifica proprietà di mantenere ai suoi capi una *d.d.p* pressoché uguale alla tensione di *brekdown* V_Z al variare della corrente nel regime di scarica.

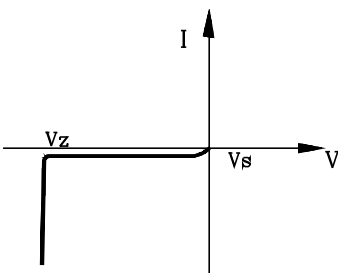


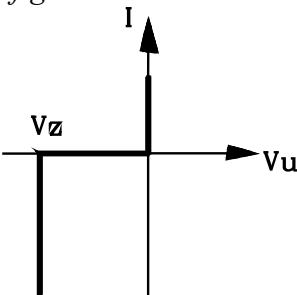
fig.16.19



In figura è rappresentato il diodo ideale. La conduzione avviene dalla estremità A verso B quando queste raggiungono la *d.d.p* V_Z .

fig

fig.16.20

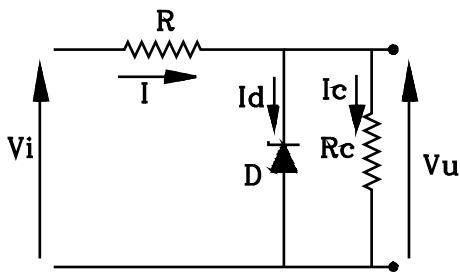


La curva caratteristica di un *diodo Zener ideale* è quella di figura. Nella polarizzazione in senso diretto, da B verso A, il diodo mantiene ai suoi capi una *d.d.p* nulla qualunque sia la corrente che lo percorre. Nella polarizzazione inversa, da A verso B, il diodo non conduce al variare della tensione, fino alla tensione di scarica V_Z ; raggiunta questa il diodo conduce e, al variare della corrente inversa, la tensione di conduzione raggiunta rimane costante.

16.5.2.1 Stabilizzatore di tensione

Il diodo zener può essere adoperato come stabilizzatore di tensione.

fig.16.21



Si consideri il circuito di figura. Il diodo Zener posto ai capi della resistenza di carico R_c garantisce ai capi di questa una differenza di potenziale pressoché uguale a quella di scarica $V_u = V_z$

Affinché sia garantito il funzionamento occorre che la tensione di ingresso V_i sia maggiore della tensione di *brekdown* V_z .

Al variare di V_i varia la corrente che scorre sulla resistenza R:

$$I = \frac{V_i - V_z}{R}$$

mentre la tensione inversa ai capi del diodo Zener si può ritenere costante e uguale a V_z .

La corrente che scorre sulla resistenza di carico risulta:

$$I_c = \frac{V_z}{R_c}$$

La corrente che passa sul diodo sarà:

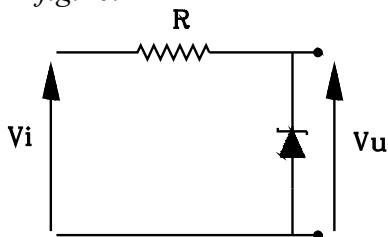
$$I_d = I - I_c$$

16.5.2.3 Circuito limitatore

Il diodo Zener può essere utilizzato anche come limitatore di tensione, utilizzando la sua proprietà di mantenere ai suoi capi la tensione costante durante il regime di scarica.

In tal caso viene prelevata la tensione di uscita ai capi del diodo Zener.

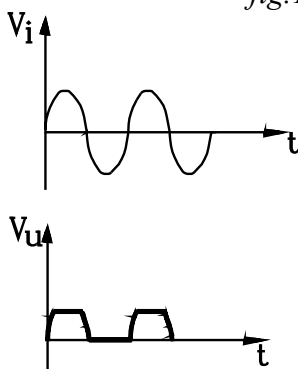
fig.16.22



Si ponga all'ingresso del circuito di figura una tensione sinusoidale V_i avente un valore massimo V_{max} superiore alla tensione di scarica V_z . In tal caso il diodo, sottoposto ad una tensione di polarizzazione inversa, condurrà quando la tensione ai suoi capi raggiunge il valore V_z e si manterrà pressoché costante fino a che

detta tensione non si abbassa al di sotto di V_z . Con tensioni che polarizzano il diodo in senso diretto il diodo mantiene ai suoi capi una *d.d.p* praticamente nulla.

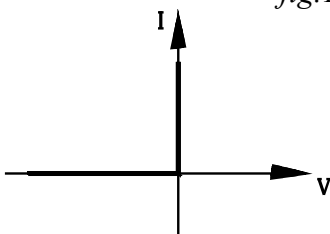
fig.16.23



La tensione di uscita V_u ai capi del diodo è il segnale rappresentato in figura: per tensioni che lo polarizzano in senso inverso, risulta uguale a quello sinusoidale di ingresso, finché il diodo non conduce; rimane poi costantemente uguale a V_z quando questa viene superata dalla tensione di ingresso. Nella semionda negativa che polarizza il diodo in senso diretto la tensione ai capi di esso si mantiene praticamente nulla.

17 RETI NON LINEARI A DIODI

fig.17.1



Il diodo ideale si presenta come un componente che offre una resistenza nulla al passaggio della corrente in un senso e infinita nel senso opposto.

fig.17.2

Il simbolo costituito da una freccia mette in rilievo l'unico senso di conduzione del componente, che va dall'anodo, a monte della freccia al catodo a valle di essa.



La proprietà non lineare di conduzione in un solo senso può essere sfruttata in vari modi, ottenendo circuiti con particolari capacità di far dipendere l'uscita dal segnale di ingresso. Qui ne verranno accennati solamente alcuni.

fig.17.3



Questi tipi di circuiti si presentano sempre con una conformazione costituita da due polarità di ingresso e due di uscita. Ad essi si dà nome di quadripoli.

Si indicherà con V_i la tensione di ingresso e con V_u

quella di uscita.

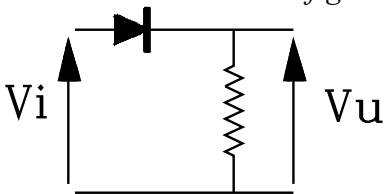
17.1 Circuito limitatore - Clipper

È un quadripolo che porta in uscita segnali che hanno livelli di tensione superiori o inferiori ad un valore di riferimento.

Tra questi circuiti si distinguono i circuiti raddrizzatori .

17.1.1 Circuito raddrizzatore ad una sola semionda

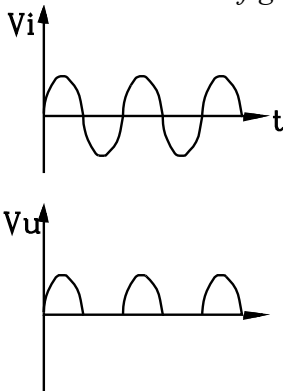
fig.17.4



È un quadripolo che porta in uscita un segnale di ingresso con livello di tensione superiore allo zero. Il livello di riferimento al di sopra del quale si ha trasmissione del segnale di tensione dall'ingresso all'uscita è lo zero.

Il circuito è costituito dal collegamento tra diodo e resistenza, come in figura, con ingresso di tensione V_i tra un capo del diodo e uno della resistenza; il segnale di uscita viene prelevato ai capi della resistenza.

fig.17.5



Si immetta all'ingresso del quadripolo una tensione sinusoidale.

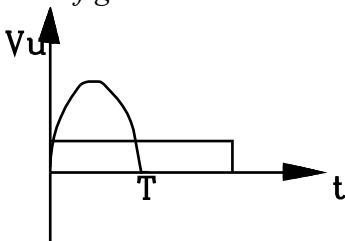
$$v_i = V_M \cdot \text{sen}(\omega t) \quad (17.1.1)$$

Quando il segnale presenta la semionda (positiva), che polarizza il diodo in senso diretto, si ha la conduzione di questo e in uscita, ai capi della resistenza, si preleva una tensione pressoché uguale a quella di ingresso (a meno della piccola caduta di tensione sulla resistenza offerta dal diodo).

Quando si presenta in ingresso la semionda opposta (negativa) che polarizza il diodo in senso inverso, questo si interdice e non permette il passaggio della corrente, cosicché ai capi della resistenza si preleva una tensione nulla.

Con questo quadripolo è possibile inviare in uscita solamente le semionde positive, quelle cioè che polarizzano il diodo in senso diretto.

fig.17.6



È da notare che in un segnale sinusoidale il valore medio in un periodo è nullo, in quanto l'area della semionda positiva è uguale e contraria a quella negativa. Il segnale di uscita dal raddrizzatore a doppia semionda è costituito dalle sole semionde positive, mancano le negative. Il valore medio nel periodo non risulta più nullo.

Si rammenta che il valore medio di un segnale nel tempo T rappresenta l'altezza del rettangolo di base T che racchiude la stessa area di quella compresa tra curva rappresentante il segnale e l'asse delle ascisse in detto tempo T :

$$\text{Area rettangolo} = \text{Area compresa entro curva}$$

L'area del rettangolo equivalente è: $\text{Area rettangolo} = V_m \cdot T$

dove V_m è la tensione media.

L'area compresa entro la curva si ottiene dividendo la figura in tanti piccoli rettangolini di Si dimostrerà in seguito che il valore medio in un periodo del segnale di uscita ad una semionda è dato da:

$$V_m = \frac{V_M}{\pi} \quad (17.1.2)$$

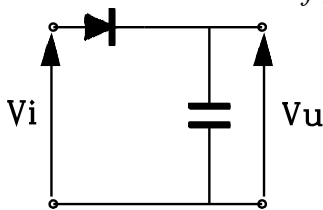
Ricordando che il valore efficace V è dato:

$$V = \frac{V_M}{\sqrt{2}} \quad \text{da cui } V_M = V \cdot \sqrt{2} \quad \text{si ha:}$$

$$V_m = \frac{V \cdot \sqrt{2}}{\pi} \quad (17.1.3)$$

17.1.2 Diodo con condensatore

fig.17.7

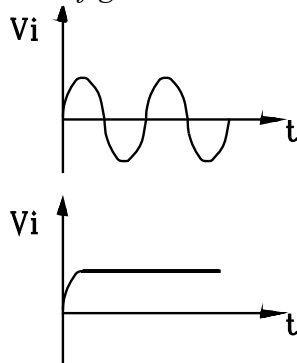


Il quadripolo è formato dal collegamento di un diodo con un condensatore come rappresentato in figura. La tensione di ingresso è prelevata tra l'estremità del diodo e quella del condensatore; la tensione di uscita si rileva ai capi del condensatore.

Si immetta all'ingresso del quadripolo una tensione sinusoidale:

$$v_i = V_M \cdot \text{sen}(\omega t) \quad (17.1.4)$$

fig.17.8



Nella semionda positiva che polarizza il diodo in senso diretto, questo conduce e il condensatore si carica fino a raggiungere la tensione massima V_M . Quando la tensione di ingresso V_i va al di sotto della tensione massima V_M raggiunta da condensatore, la differenza di potenziale V_d ai capi del diodo risulta negativa:

$$V_d = V_i - V_M < 0$$

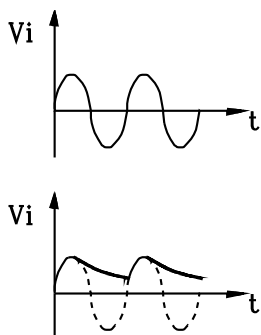
Il diodo a partire da questa condizione non condurrà più e la tensione di uscita resta invariata e uguale al valore V_M .

$$V_u = V_M$$

Se i capi del condensatore si connettono con un carico R , il diodo conduce fino a che la tensione di ingresso V_i risulta superiore a quella raggiunta dal condensatore durante la carica, in quanto, in tal caso, il diodo risulta polarizzato in senso diretto.

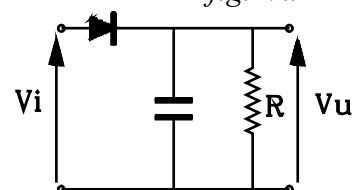
$$V_d = V_i - V_M > 0$$

fig.17.10



Si ponga all'ingresso del quadripolo una tensione sinusoidale.

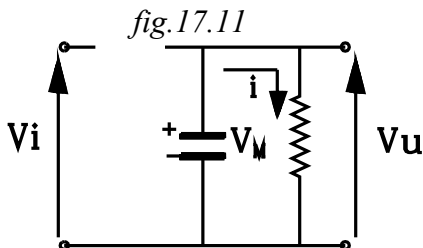
fig.17.9



$$v_i = V_M \cdot \text{sen}(\omega t)$$

Ci si riferisca alla figura fig.17.10.

Inizialmente il condensatore è scarico e si carica all'aumentare della tensione di ingresso. Il diodo conduce e la carica procede fino a che la tensione di ingresso risulta maggiore di quella ottenuta ai capi del condensatore.



Quando la tensione di ingresso, diminuendo, risulta inferiore a quella posta ai morsetti del condensatore, il diodo si interdice, si apre il collegamento con l'ingresso e il condensatore si scarica sulla resistenza con legge esponenziale, partendo dalla tensione massima V_M raggiunta alla fine della carica.

$$V_u = V_M \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Dove τ è la costante di tempo: $\tau = R \cdot C$.

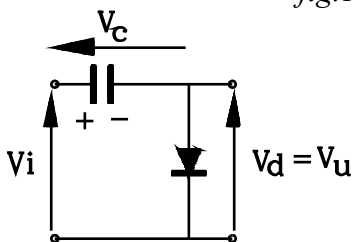
La scarica del condensatore procede fino a che la tensione di ingresso, nella prima parte della successiva semionda positiva, aumentando, raggiunge di nuovo un valore di tensione superiore a quello posseduto dai capi del condensatore che si sta scaricando.

Il condensatore a questo punto si carica di nuovo ripetendo, il ciclo precedente...

17.2 Circuiti fissatori - Clamper

Sono dei quadripoli contenenti il diodo capaci di fissare in uscita la tensione massima al livello zero "0".

fig.17.12



Il quadripolo è costituito dalla connessione di un condensatore con un diodo. La tensione di ingresso è applicata tra un'estremità del condensatore e una del diodo. La tensione di uscita si preleva ai capi del diodo.

Si invii all'ingresso una tensione sinusoidale

$$v_i = V_M \cdot \text{sen}(\omega t)$$

Nel primo quarto di periodo il diodo conduce, in quanto il condensatore nella carica ha un certo ritardo e la sua tensione risulta inferiore a quella di ingresso:

$$V_i > V_c \Rightarrow V_i - V_c > 0$$

Per cui il diodo risulta polarizzato in senso diretto:

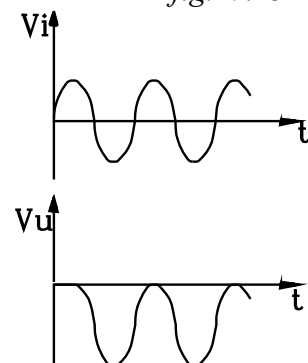
$$V_d = V_i - V_c > 0$$

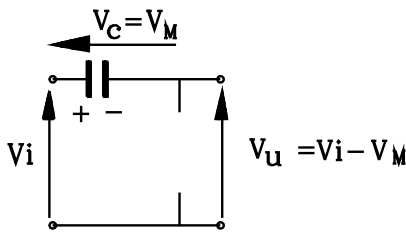
La tensione di ingresso, dopo aver raggiunto il valore massimo V_M , inizia a diminuire; allora, a partire da questo istante, la tensione del condensatore caricato, rimanendo costante nel tempo, risulta superiore a quella di ingresso.

$$V_i < V_c \Rightarrow V_i - V_c < 0$$

fig.17.14

fig.17.13





Il diodo viene polarizzato in senso inverso: si interrompe il collegamento con l'ingresso, mentre il condensatore rimane caricato, lasciando ai suoi capi, inalterata nel tempo, la tensione massima V_M .

$$V_c = V_M$$

La tensione di uscita V_u è al differenza tra la tensione di ingresso e quella ai capi del condensatore:

$$V_u = V_i - V_M$$

La tensione di uscita è spostata sull'asse delle ordinate di $-V_M$.

Si ha :

$$\begin{aligned} \text{Per } V_i = 0 & \rightarrow V_u = -V_M \\ \text{Per } V_i = V_M & \rightarrow V_u = V_M - V_M = 0 \\ \text{Per } V_i = -V_M & \rightarrow V_u = -V_M - V_M = -2 \cdot V_M \end{aligned}$$

18 FILTRI



I filtri sono dei quadripoli, nei quali il segnale di uscita dipende dalla frequenza del segnale di ingresso.

Viene definita frequenza di taglio " f_t " quella con la quale il rapporto tra il valore della tensione di uscita e quella di ingresso è $\frac{1}{\sqrt{2}}$:

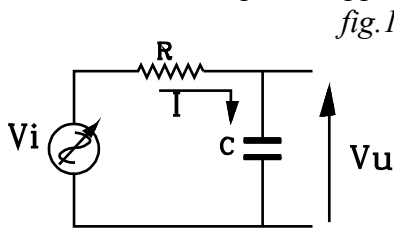
$$A = \frac{V_u}{V_i} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (1.18)$$

Il rapporto A viene denominato attenuazione

Filtro passa basso

Circuito RC

Il circuito è quello rappresentato nella *fig.18.2*



La tensione sinusoidale di ingresso V_i è fornita da un generatore ideale di tensione con frequenza f variabile.

Indicando con \dot{V}_i il numero complesso della tensione di ingresso, la corrente \dot{I} è data da:

$$\dot{I} = \frac{\dot{V}_i}{R + \frac{1}{j\omega C}} \quad \text{Risulterà quindi:}$$

$$\dot{V}_u = \dot{I} \cdot \frac{1}{j\omega C}; \quad \dot{V}_u = \frac{\dot{V}_i}{R + \frac{1}{j\omega C}} \cdot \frac{1}{j\omega C}; \quad \dot{V}_u = \frac{\dot{V}_i}{1 + j\omega RC}; \quad A = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

$$\varphi = - \operatorname{arctg}(\omega RC)$$

La frequenza di taglio si ottiene ponendo $A = \frac{1}{\sqrt{2}}$; $A = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ da cui si ottiene:

$$2 = 1 + (\omega_t RC)^2 ; \quad (\omega_t RC)^2 = 1 ; \quad \omega_t = \frac{1}{RC} ; \quad 2\pi \cdot f_t = \frac{1}{RC}$$

$$f_t = \frac{1}{2\pi \cdot RC}$$

In un diagramma si riporta in funzione della frequenza (ω o di ω) il valore del modulo e della fase del rapporto di attenuazione.

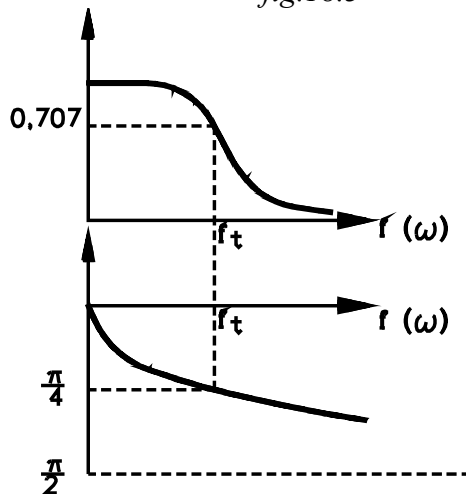
Per $\omega=0$ → Sostituendo 0 al posto di ω si ottiene: $A=1$ $\varphi = 0$

Per $\omega \rightarrow \infty$ → All'aumentare della frequenza (ω) aumenta il denominatore del rapporto di attenuazione e quindi diminuisce il valore di quest'ultimo, fino a tendere a zero per $\omega \rightarrow \infty$:

$$\text{per } \omega \rightarrow \infty \quad A \rightarrow 0$$

La fase $\varphi = - \operatorname{arctg}(\omega RC)$ all'aumentare di ω assume valori negativi che tendono al limite di -90° quando $\omega \rightarrow \infty$.

fig.18.3



Il filtro *passa basso*, in pratica, determina in uscita una tensione che tende a zero per segnali di elevata frequenza.

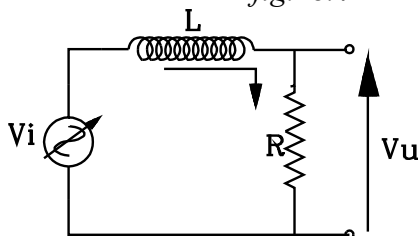
Nel *passa basso* le correnti alternate di elevata frequenza trovano una piccola reattanza nel condensatore, che si avvicina al comportamento di un cortocircuito: Così ai capi del condensatore, costituente l'uscita, si preleva una tensione trascurabile.

Una corrente continua non può passare attraverso il condensatore ($\omega=0$) che rappresenta per essa un blocco, corrispondente ad una impedenza infinita; cosicché la tensione continua si porterà inalterata

dall'ingresso in uscita.

Circuito RL

fig.18.4



Il filtro *passa basso* può essere realizzato con il circuito *RL* rappresentato in figura.

Si omette qui la dimostrazione analitica delle espressioni dell'attenuazione e della fase in funzione della frequenza, che si ottengono con procedimento analogo al caso precedente.

$$A = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega L / R)^2}} ; \quad \varphi = - \operatorname{arctg}(\omega L / R) ; \quad f_t = \frac{1}{2\pi \cdot L / R}$$

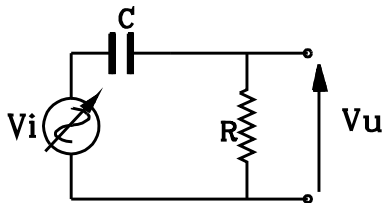
Per $\omega=0$ risulta $A=1$ e $\varphi = 0$; mentre per elevate frequenze ($\omega \rightarrow \infty$) l'attenuazione A tende a zero mentre la fase tende a -90° .

Intuitivamente si può capire il comportamento del filtro. Per una corrente continua ($\omega=0$) la bobina ideale rappresenta una resistenza nulla (conduttore perfetto) e quindi il segnale di tensione dall'ingresso si riporta inalterato in uscita.

La bobina presenta, invece, una elevata impedenza al passaggio delle correnti di elevata frequenza e tende quindi a bloccarle.

Filtro passa alto Circuito RC

fig.18.5

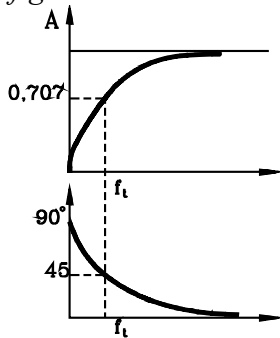


Nel passa alto l'uscita è sulla resistenza. Si ottiene:

$$A = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega RC)^2}}} ; \quad \varphi = + \arctg\left(\frac{1}{\omega RC}\right) ; \quad f_t = \frac{1}{2\pi \cdot RC}$$

Per $\omega \rightarrow 0$ risulta $A \rightarrow 0$ e $\varphi \rightarrow 90^\circ$, mentre per elevate frequenze ($\omega \rightarrow \infty$) $A \rightarrow 1$ e $\varphi \rightarrow 0$.

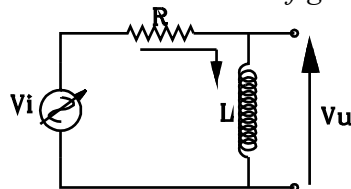
fig.18.6



Intuitivamente si può capire il comportamento del filtro. Il condensatore, posto in serie blocca la corrente continua ($\omega=0$) e presenta una elevata impedenza al passaggio delle correnti di bassa frequenza ($1/\omega C$) e in uscita si ha una tensione al di sotto del valore di taglio. Alle elevate frequenze l'impedenza della capacità tende a zero e quindi la corrente subisce una piccola caduta di potenziale su di essa: la tensione di ingresso si porta in uscita con piccola diminuzione.

Circuito RL

fig.18.7



L'induttanza L pura si comporta come un corto circuito nei confronti di una corrente continua e costante, essendo nulla la reattanza quando è zero la frequenza; in tal caso risulterà pure nulla la tensione V_u di uscita.

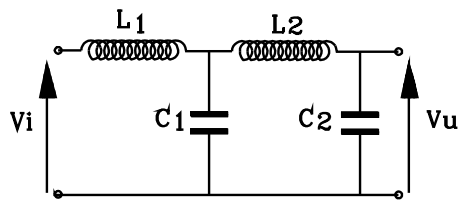
In pratica quando la corrente è continua e costante si ha, in uscita, solamente la piccola caduta di potenziale V_u sulla resistenza spuria della bobina.

All'aumentare della frequenza aumenta la reattanza induttiva " ωL "; fino a che, per $\omega \rightarrow \infty$, la reattanza tende all'infinito: l'induttanza si comporta come un circuito aperto, non scorre corrente sulla bobina e la tensione di ingresso si trasporta in uscita senza attenuazione: $A=1$.

Circuiti a celle LC

Passa basso

fig.18.8

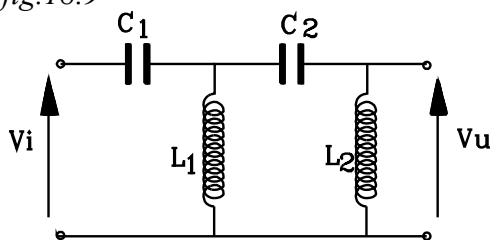


Una corrente continua e costante passa indisturbata sulle bobine: la tensione si porta inalterata in uscita. Per le basse frequenze si ha una elevata impedenza sulle capacità e una piccola impedenza sulle bobine, per cui dall'ingresso in uscita si ha una caduta di potenziale tanto più piccola quanto minore è la frequenza. Alle elevate frequenze le bobine offrono una elevata impedenza, bloccando le correnti, queste poi vengono cortocircuitate dai condensatori che offrono una impedenza vicino allo zero.

Passa alto

Si ottiene con il circuito di figura *fig.18.9*. Una corrente continua e costante viene bloccata dal primo condensatore e ai capi della bobina, non passando corrente la tensione V_u è nulla.

fig.18.9



Per le basse frequenze si ha una elevata impedenza sulle capacità e una piccola impedenza sulle bobine, per cui dall'ingresso in uscita si ha una caduta di potenziale tanto più elevata quanto minore è la frequenza con piccoli valori di V_u . Alle elevate frequenze le capacità tendono a divenire dei corti circuiti mentre le bobine offrono una elevata

impedenza tendendo a divenire circuiti aperti. La tensione di ingresso alle elevate frequenze si porta con piccola diminuzione in uscita.



[Clic per continuare](#)

Avanti...



[clic per precedente](#)

Indietro...



[Clic per la pagina iniziale](#)

Indietro...