

[Cilc per tutti gli appunti](#) (AUTOMAZIONE – TRATTAMENTI TERMICI ACCIAIO – SCIENZA delle COSTRUZIONI...)



[e-mail per suggerimenti](#)

## MACCHINE ELETTRICHE

Le macchine elettriche sono delle apparecchiature ove avviene una trasformazione dell'energia da una forma ad un'altra, delle quali una è di natura elettrica.

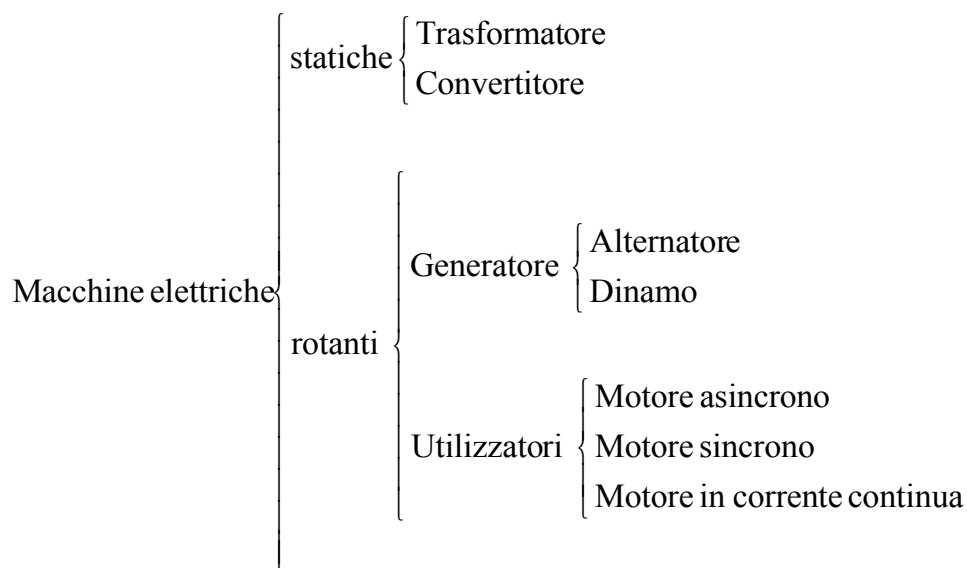
Si possono avere macchine che trasformano energia meccanica in elettrica o viceversa; altre che modificano la forma o le caratteristiche della grandezza elettrica (*per esempio la trasformazione di una corrente alternata da bassa ad alta tensione o viceversa*).

In base alla operazione a cui sono adibite, le macchine elettriche si possono classificare in:

<i>Generatori</i>	Trasformano in energia elettrica un'altra forma di energia: meccanica o chimica
<i>Utilizzatori</i>	Trasformano l'energia elettrica in un'altra forma: meccanica o termica. Tra gli utilizzatori vanno elencati i motori, le resistenze di un forno ecc.
<i>Trasformatori</i>	Trasformano la forma della grandezza elettrica : da alta a bassa tensione o viceversa.
<i>Convertitori</i>	Convertono la corrente alternata in continua.

Una macchina elettrica è costituita da una parte strutturale meccanica e una elettrica. Il loro funzionamento può interessare il moto di una parte meccanica o si svolge in modo statico.

In base al modo di funzionare e al compito che debbono svolgere, le macchine elettriche si possono classificare come da seguente schema.



## 14 MACCHINA ELETTRICHE IN CORRENTE CONTINUA

### 4.1 GENERATORI - DINAMO

Si definisce corrente continua quella che mantiene nel tempo lo stesso senso di percorrenza in un circuito. Essa, quindi, non va confusa con la corrente costante nel tempo.

Perché la corrente che fluisce in un conduttore possa definirsi continua occorre che, pur variando nel tempo, lo percorra sempre nello stesso verso.

Lo scopo del generatore in corrente continua è quello di produrre una corrente che scorra nei circuiti nello stesso senso e di limitare la sua variazione nel tempo.

#### 14.1.1 Principio di funzionamento - collettore

Si è dimostrato che entro una spira ruotante in un campo magnetico costante si genera una *f.e.m.* sinusoidale.

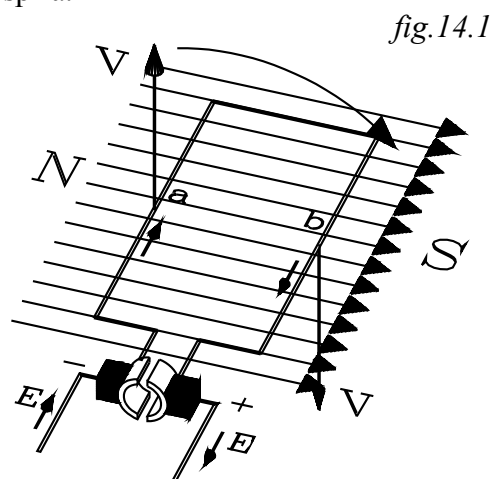
Si vuole, con un artificio, far in modo che le due semisinusoidi possano presentarsi ai due morsetti di uscita nello stesso verso, senza inversione di segno.

Ciò è possibile con un particolare dispositivo, detto collettore, collegato con le estremità della spira.

Ciascuna estremità della spira viene collegata con due lamelle, isolate tra loro, costituenti un corpo cilindrico, detto *collettore a lamelle*.

Sui fianchi opposti del collettore appoggiano due contatti striscianti (*spazzole*), dai quali viene prelevata la tensione di uscita da applicare al circuito esterno.

Si studi l'andamento che ha la *f.e.m.*  $E$ , misurata tra le due spazzole, durante la rotazione della spira.



Si consideri la spira di figura, immersa nel campo magnetico costante e ruotante con velocità angolare  $\omega$ .

Gli estremi della spira sono collegati a due semianelli, costituenti le lamelle del collettore.

Sul collettore appoggiano due contatti striscianti (*le spazzole*).

Nella rotazione, i conduttori "a", "b" tagliano le linee di flusso e quindi, in esse, si inducono *f.e.m.* indotte.

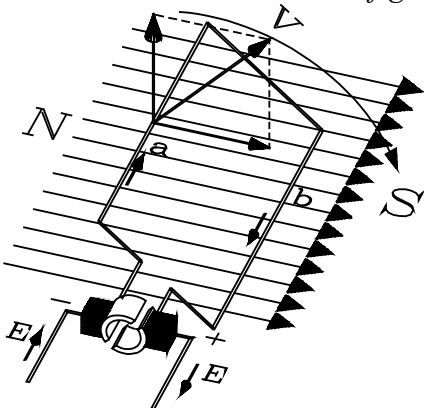
Considerato il senso di rotazione di figura, il conduttore "b" ha una velocità, sotto il *SUD*, diretta verso il basso e perpendicolare sia al conduttore che all'induzione  $B$ ; mentre, il conduttore "a", sotto il

*NORD*, ha velocità diretta verso l'alto e perpendicolare sia all'induzione  $B$  che al conduttore stesso.

Considerati i sensi dell'induzione  $B$  e della velocità, ne viene che: sul conduttore "b" si induce una *f.e.m.* diretta verso l'osservatore (*verso la spazzola di destra*), nel conduttore "a" si induce una *f.e.m.* diretta verso l'interno (*ancora verso la spazzola di destra*)

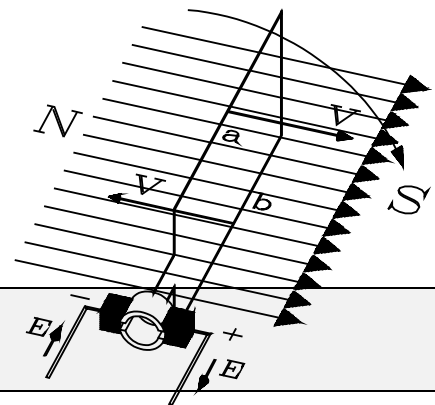
Nella posizione di figura si induce una *f.e.m.* massima diretta dalla spazzola di sinistra *negativa* verso la spazzola di destra *positiva*.

fig.14.2



Partendo dalla posizione della figura precedente e ruotando la spira, si nota che le velocità dei conduttori  $a, b$  non sono più perpendicolari alle linee di flusso; presentano una componente ortogonale  $V_{\perp}$  sempre più piccola man mano che la spira si porta a  $90^{\circ}$  rispetto alla prima posizione considerata.

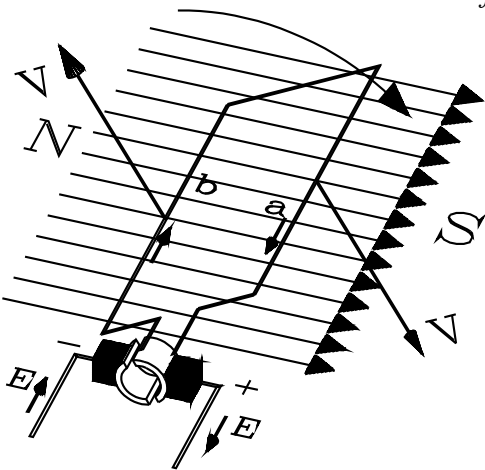
fig.14.3



Quando la spira ha ruotato di  $90^{\circ}$  rispetto alla posizione precedentemente assunta come riferimento, le velocità dei conduttori risultano parallele alle linee di flusso e quindi le  $f.e.m$  indotte in detti conduttori sono nulle. Le spazzole in tale posizione cortocircuitano le due lamelle del collettore

La  $f.e.m$  passa dal valore massimo, quando la spira ha il piano parallelo alle linee di flusso, al valore nullo quando detto piano è ad esse normale.

fig.14.4



Quando la rotazione supera i  $90^{\circ}$ , il conduttore  $b$  si porta dal *SUD* al *NORD*, mentre il conduttore  $a$  passa dal *NORD* al *SUD*. La lamella collegata all'estremità del conduttore " $b$ " si porta a contatto con la spazzola di sinistra e quella collegata al conduttore " $a$ " con la spazzola di destra.

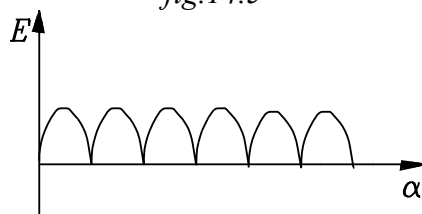
Ora sul conduttore " $a$ " si induce una  $f.e.m$  diretta verso l'osservatore (*verso la spazzola destra*), sul conduttore " $b$ " si induce una  $f.e.m$  verso l'interno e, quindi, ancora *verso la spazzola destra*.

Nella rotazione dai  $90^{\circ}$  ai  $180^{\circ}$  si produrrà ancora una  $f.e.m$  diretta dalla spazzola a sinistra (*negativa*) verso la spazzola a destra (*positiva*) e che passa dal valore nullo

al valore massimo.

Nella rotazione della spira si produce tra le spazzole una  $f.e.m$   $E$  continua e pulsante.

fig.14.5

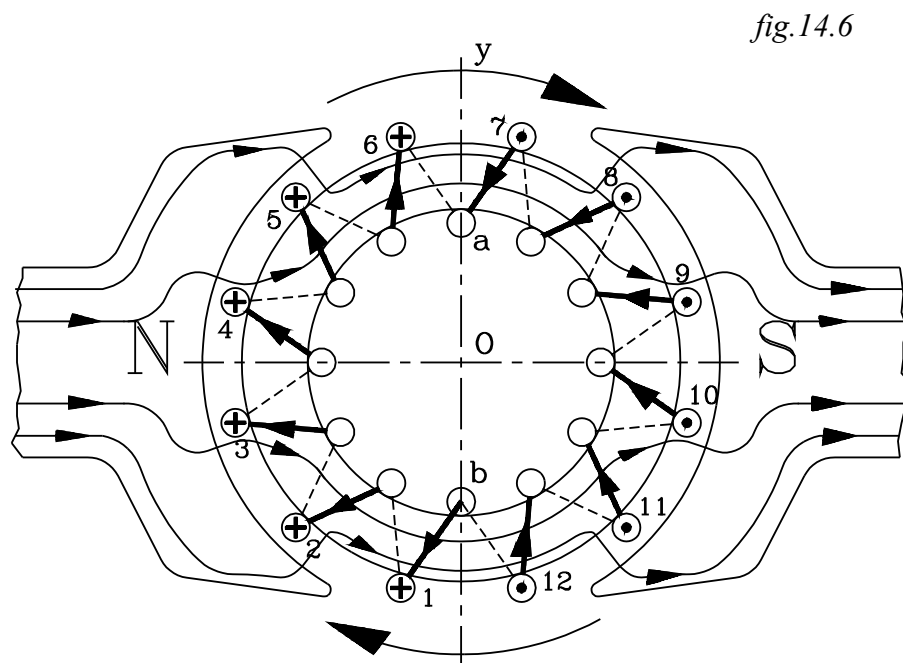


Avvolgendo sul rotore più spire, opportunamente collegate a più lamelle del collettore, si ottiene una *f.e.m. pulsante* avente una ondulazione meno accentuata.

#### 14.1.2 Anello di Pacinotti

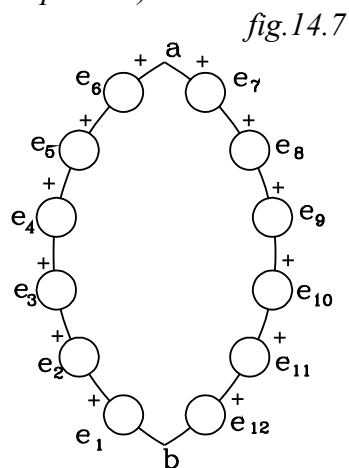
Su un tamburo anulare si avvolga un conduttore come rappresentato schematicamente in figura.

La spira è costituita da più conduttori (*nella figura fig.14.6*) distribuiti sulla superficie cilindrica esterna posti in direzione normale alle linee di flusso e di altrettanti posti nella superficie cilindrica interna.



Detti conduttori distribuiti sulle superfici, esterna e interna dell'anello, sono collegati da altri conduttori, posti nelle facce frontali: anteriore e posteriore, in modo da costituire un'unica spira che si chiude su sé stessa.

L'anello ruota in senso orario. I conduttori posti sulla superficie cilindrica esterna tagliano le linee di flusso e quindi sono sede di *f.e.m.* indotte. Applicando la regola della mano destra, si verifica che quei conduttori che passano sotto il *NORD* sono sede di *f.e.m.*  $e_i$  entranti (*indicate con una croce*), mentre in quelli sotto il *SUD* si inducono *f.e.m.*  $e_i$  uscenti (*indicate con un puntino*).



I conduttori posti all'interno dell'anello non sono tagliati dalle linee di flusso e, quindi, in essi non si inducono *f.e.m.* indotte: servono solo da collegamento per formare, attraverso i conduttori esterni e frontali, le spire dell'avvolgimento (*nella figura 12 spire*).

Partendo da "a" e percorrendo a sinistra le spire dell'avvolgimento sotto il *NORD*, fino all'estremità "b", le *f.e.m.* indotte nei conduttori 1,2,3,4,5,6 risultano in serie e concordi tra loro.

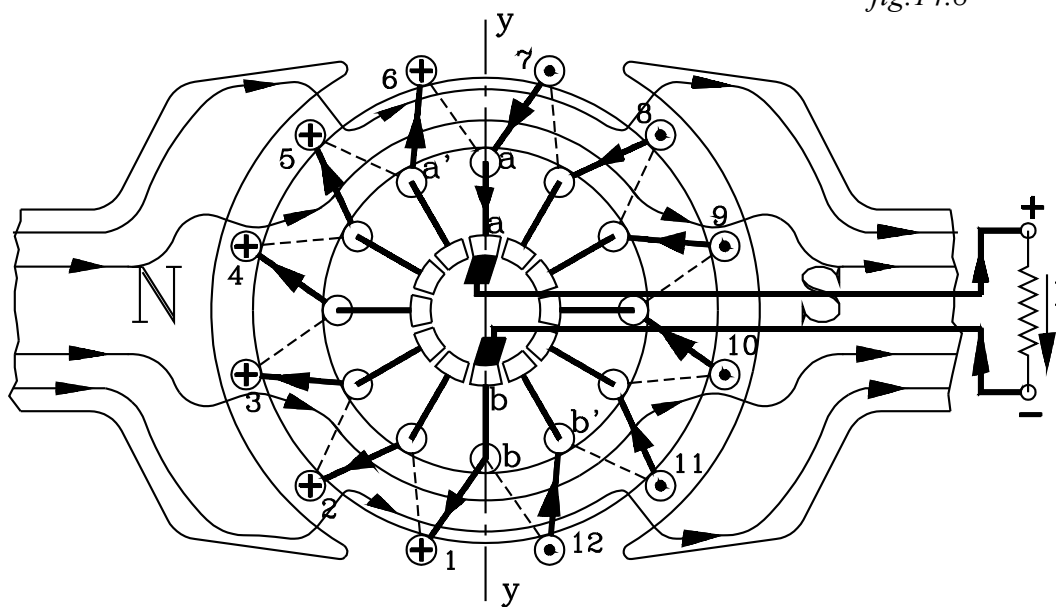
La differenza di potenziale alle estremità "a" e "b" è la somma delle *f.e.m.* indotte nei singoli conduttori.

Se si percorrono a destra le spire sotto il *SUD* tra le stesse estremità "a" e "b", si ottiene una serie di *f.e.m.* indotte nei conduttori esterni, che forniscono una risultante uguale e contraria a quella prodotta dalle spire poste sotto *NORD*.

Così, nella totalità delle spire, si hanno due serie di *f.e.m.* in contrapposizione con risultante nulla.

In queste condizioni le *f.e.m.* indotte non producono alcuna corrente risultante.

fig.14.8

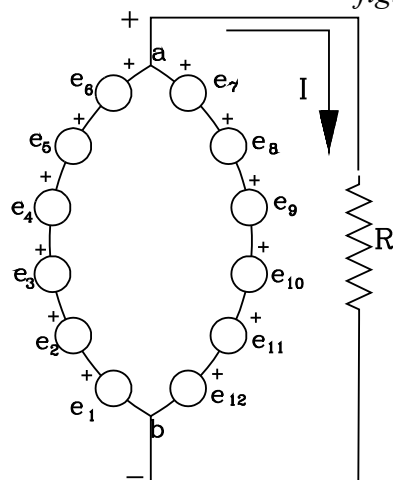


Si pongano i conduttori interni in collegamento con altrettante lamelle isolate una rispetto all'altra, costituendo un corpo cilindrico, detto *collettore a lamelle*.

In corrispondenza del piano di inversione *y-y* si pongano due contatti striscianti (*spazzole*) a contatto delle lamelle del collettore.

Le spazzole sono collegate attraverso due conduttore al circuito esterno, rappresentato dalla resistenza equivalente *R*.

fig.14.9



Ora le due serie di *f.e.m.*, poste tra le estremità *a - b*, costituiscono due rami, che risultano in parallelo al circuito esterno (*alla resistenza R*).

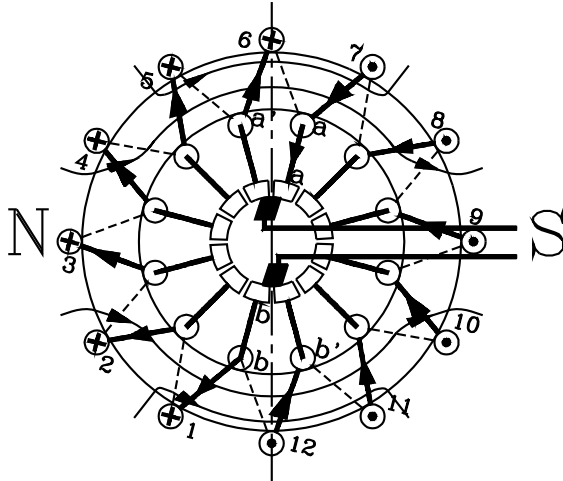
La *f.e.m.* tra le spazzole (*tra i punti a - b*) risulta uguale alla somma (*vettoriale*) di quelle che formano la serie di un solo ramo:

$$e_1 + e_2 + e_3 + e_4 + e_5 + e_6 = e_7 + e_8 + e_9 + e_{10} + e_{11} + e_{12}$$

Chiuso il circuito sul carico *R*, la corrente erogata all'esterno è la somma di quelle che percorrono i due rami in parallelo.

Nella precedente posizione di figura, le spire, avvolte sull'anello, presentano 6 conduttori a sinistra sotto il *NORD* e 6 a destra sotto il *SUD*, nei quali si inducono *f.e.m.* che sono rivolte dalla spazzola "b" verso la "a".

fig.14.10



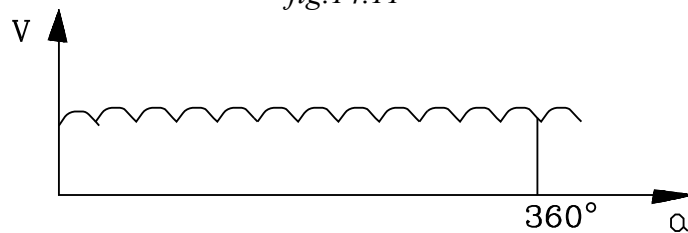
Dopo  $\frac{1}{24}$  di giro le due spazzole si pongono a cavallo di due lamelle contigue, da parti opposte del collettore, ponendole in cortocircuito. Ora si hanno 5 conduttori esterni sede di *f.e.m* sotto il *NORD* e 5 sotto il *SUD*, mentre due conduttori si trovano sul piano di inversione. La tensione ai capi delle spazzole raggiunge il valore minimo.

Dopo  $\frac{1}{12}$  di giro si ritorna ad avere 6 conduttori esterni, a sinistra, sotto il *NORD* e 6 a destra sotto il *SUD*, ripristinando la stessa tensione ai capi delle spazzole che si aveva nel

precedente identico assetto.

La *d.d.p* prelevabile ai capi delle spazzole *a - b* risulta sempre nello stesso senso, ma *pulsante*, da un valore minimo: quando le spazzole sono a cavallo di due lamelle contigue, ad un valore massimo: quando le spazzole sono al centro di due lamelle opposte del collettore.

fig.14.11



### 14.1.3 CENNI SUGLI AVVOLGIMENTI A TAMBURO

Nell'anello di Pacinotti i conduttori interni non sono sede di *f.e.m* indotte; essi servono solamente di collegamento. Si ha uno spreco di filo di rame, non utile alla generazione della tensione ai capi delle spazzole.

Una migliore utilizzazione del rame si ottiene con opportuni avvolgimenti, posti tutti all'esterno di un rotore cilindrico.

#### 14.1.3.1 Indotto a tamburo bipolare

Sulla periferia di un nucleo di ferro cilindrico si distribuiscono uniformemente i conduttori attivi, nei quali, nella rotazione entro il campo magnetico, si inducono *f.e.m*.

Occorre congiungere detti conduttori con collegamenti frontali anteriori e posteriori in modo da ottenere due serie di *f.e.m indotte* in parallelo al carico esterno collegato con le spazzole.

Come esempio si considerino 12 conduttori distribuiti tutti sulla periferia del rotore cilindrico, posti, inizialmente, simmetricamente rispetto al piano di inversione *y-y*

I conduttori sono numerati da 1 a 12. Risultano 6 conduttori sotto il polo *NORD* e 6 sotto il *SUD*.

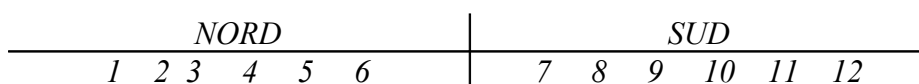
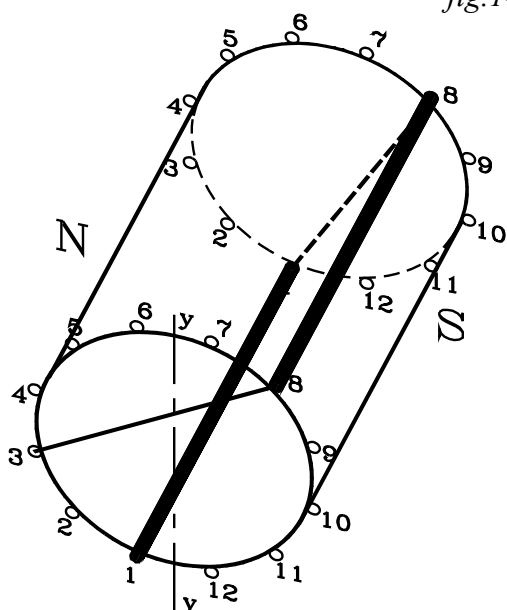


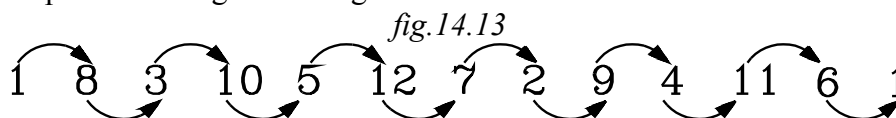
fig.14.12



Si congiunge, con un collegamento posteriore, un conduttore *dispari* posto sotto il polo *NORD* con quello *pari*, posto sotto il polo *SUD*, che risulta avanzato di un passo: conduttore 1 con il conduttore 8. Quindi si continua con un collegamento frontale a congiungere detto conduttore pari sotto il polo *SUD* con quello dispari sotto il *NORD* avanzato di un passo: conduttore 8 con il 3.

Si continua così fino a ricongiungersi con il primo conduttore, formando un avvolgimento chiuso su sé stesso, posto tutto sulla superficie esterna del nucleo di ferro.

Lo schema dei collegamenti tra i conduttori numerati come nella precedente figura è il seguente:

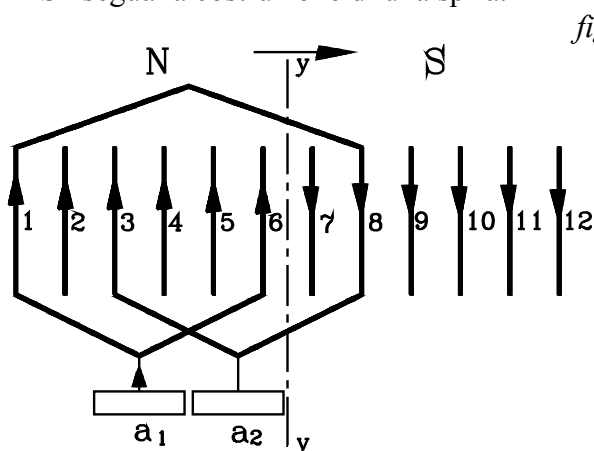


Effettuato l'avvolgimento ciascuna connessione frontale viene collegata ad una lamella del collettore.

Conviene sviluppare l'avvolgimento sul piano.

I conduttori posti sulla superficie cilindrica, nello sviluppo, si pongono uno parallelo all'altro. I collegamenti frontali: come 8-3, si pongono al disotto dei conduttori attivi, quelli posteriori: come 1-8, vengono posti al disopra.

Si segua la costruzione di una spira.



Si parta dalla lamella  $a_1$  del collettore, posta nella parte frontale del rotore. Questa viene collegata frontalmente con il conduttore 1 posto sotto il *NORD*.

Effettuando dei passi in avanti, si collega la parte posteriore del conduttore 1, con quella posteriore del primo conduttore di numero pari, posto sotto il *SUD*: il conduttore 8. Questo, poi, effettuando dei passi indietro, viene collegato *frontalmente* con il conduttore di numero dispari successivo a quello già collegato:  $n^\circ 3$ , successivo al  $n^\circ 1$ .

La connessione frontale tra il conduttore 8 posto sotto il *SUD* e il conduttore 1 posto sotto il *NORD* viene collegata con la lamella  $a_2$  del collettore, adiacente alla precedente  $a_1$ .

Si procede alla stessa maniera per formare le successive spire.

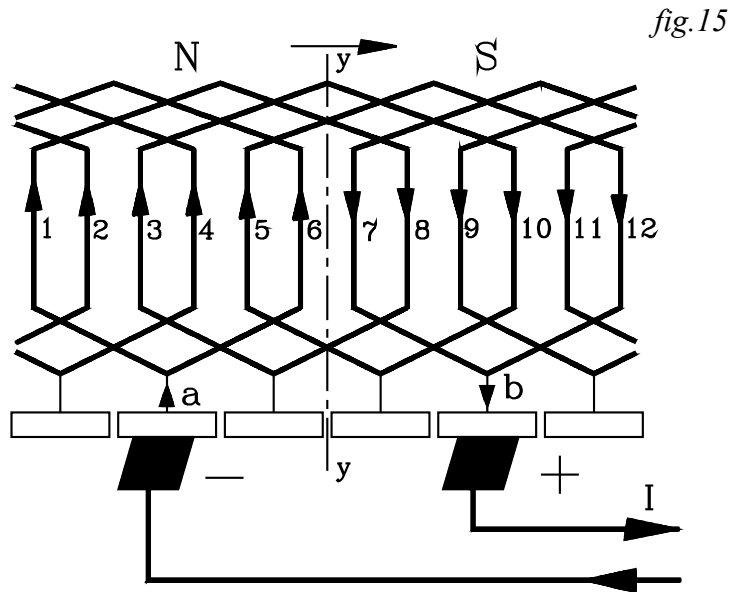


fig.14.16

Partendo dalla connessione frontale "a" e considerando di seguito i conduttori che si avvolgono sul tamburo, si rileva che le *f.e.m.* indotte in essi "  $e_1 e_8 e_3 e_{10} e_5 e_{12}$  " risultano in serie tra loro, con senso che va da "a" verso "b". Continuando a percorrere le spire, si verifica che, nei successivi conduttori, si producono le *f.e.m.* in serie "  $e_7 e_2 e_9 e_4 e_{11} e_6$  " rivolte ancora da "a" verso "b".

Le spazzole dividono i conduttori in due serie in parallelo tra loro.

La tensione prelevata alle spazzole è la somma delle *f.e.m.* di una sola serie.

### 14.1.3.2 Avvolgimenti multipolari - Cenni

Le dinamo il cui campo magnetico è generato da due soli poli sono utilizzate per piccole potenze. Per ottenere elevate potenze occorre costruire dinamo il cui campo magnetico è ottenuto da più poli, uniformemente distribuiti attorno al rotore e alternando un polo *NORD* ad uno *SUD*.

Essenzialmente la macchina è costituita da una carcassa a forma di anello circolare contenente nel suo interno i poli induttori. Questi sono costituiti da un nucleo sul quale si avvolge la bobina generatrice del campo di eccitazione e da una espansione polare.

Alla carcassa sono solidali i supporti dell'albero del rotore, costituito dal nucleo di ferro contenente sulla periferia, entro cave, l'avvolgimento di indotto.

Il campo magnetico generato dalle polarità magnetiche ha l'andamento di figura. Esce dall'espansione polare *NORD*, attraversa il traferro, entra nel rotore, esce da questo in corrispondenza dell'espansione polare *SUD*, adiacente alla precedente, entra in questa e si richiude attraverso la carcassa.

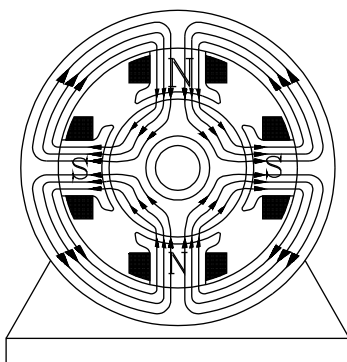


fig.14.17

Da un polo *NORD* esce un flusso  $\Phi$ , il quale, come rappresentato in figura, si suddivide in due metà che si indirizzano verso i due poli *SUD* adiacenti.



Gli avvolgimenti di indotto che si possono effettuare nelle macchine multipolari sono di due tipi: *embricato* e *ondulato*.

Si rimanda a testi specializzati la trattazione dell'argomento. Qui si riportano solamente alcune note caratteristiche.

#### 14.1.3.2.1 Avvolgimento embricato

L'avvolgimento *embricato* viene effettuato con lo stesso criterio eseguito per l'avvolgimento a tamburo bipolare.

Una spira si ottiene collegando un conduttore sotto una polarità con un altro sotto la polarità successiva, effettuando un certo numero di passi in avanti. Quindi la spira si conclude col collegamento con un conduttore sotto il polo precedente, effettuando un certo numero di passi indietro. Il numero di passi in avanti è maggiore di quelli effettuati all'indietro.

Non viene riportato lo sviluppo dell'avvolgimento.

Si pone in evidenza che:

Nell'avvolgimento *embricato* si montano tante spazzole quanti sono il numero di poli.

Nell'avvolgimento *embricato* i conduttori attivi vengono suddivisi in tante serie, in parallelo tra loro, quante sono il numero di spazzole e, quindi, quanti sono il numero di poli.

Ogni ramo del parallelo viene denominato *via interna*.

In un avvolgimento *embricato* vi sono tante vie interne  $n_{vi}$  quante sono il numero di spazzole e, quindi, quanti sono il numero di poli.

Indicando con  $p$  il numero di coppie polari, il numero di poli è  $2p$ . Il numero di vie interne  $n_{vi}$  è uguale a  $2p$ .

$$n_{vi} = 2p \quad (14.1.1)$$

Le spazzole sono poste in modo che in metà di esse la corrente è entrante e nell'altra metà la corrente è uscente.

Si collegano ad un solo morsetto le spazzole con corrente entrante e ad un altro quelle nelle quali la corrente è uscente.

La differenza di potenziale che si preleva ai morsetti di uscita è uguale a quella che si stabilisce ai capi di una via interna.

Se  $N$  è il numero totale di conduttori attivi, quello dei conduttori esistenti in un ramo e che costituisce una via interna è:

$$\frac{N}{n_{vi}} = \frac{N}{2p} \quad (14.1.2)$$

#### 14.1.3.2.1 Avvolgimento ondulato

In questo avvolgimento le spire si ottengono collegando un conduttore sotto un polo con un altro posto sotto il polo successivo, effettuando sempre dei passi in avanti, fino a collegarsi di nuovo con il primo conduttore.

In questo caso occorre montare solamente due spazzole.

Nell'avvolgimento ondulato vengono montate solamente due spazzole, in una delle quali la corrente è entrante e nell'altra uscente.

Si ha che:

Nell'avvolgimento ondulado i conduttori attivi vengono suddivisi in due rami in parallelo, costituenti due vie interne.

Nell'avvolgimento ondulado, qualunque siano il numero di poli, il numero di vie interne  $n_{vi}$  sono solamente due

$$n_{vi} = 2 \quad (14.1.3)$$

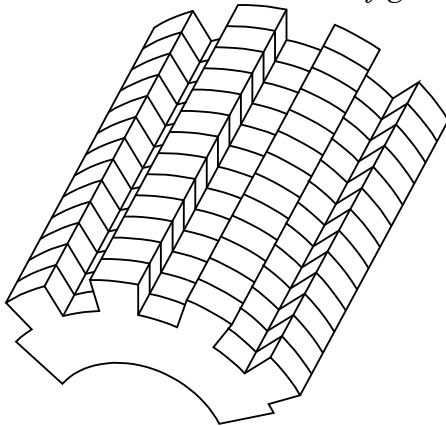
Se  $N$  è il numero totale di conduttori attivi quello dei conduttori esistenti in un ramo e che costituisce una via interna è:

$$\frac{N}{2}$$

#### 14.1.4 Rotore

Per semplicità di schematizzazione i conduttori sul rotore sono stati rappresentati nelle figure alla periferia del rotore. In pratica questa disposizione non è adottata, in quanto presenta diversi inconvenienti. I conduttori durante la rotazione sono soggetti a forze centrifughe e, se fossero posti sulla periferia, sarebbe difficile assicurare la loro stabilità sul rotore. Inoltre ponendo i conduttori all'esterno del rotore occorre prevedere un elevato traferro.

fig.14.18



Il rotore è costituito da un pacco lamellare di lamiere isolate tra loro e modellate in modo da costituire un cilindro scanalato. Entro le scanalature (*cave*) vengono posti i conduttori dell'indotto, nei quali, durante la rotazione, si inducono le *f.e.m.* indotte.

La suddivisione del rotore in un pacco di lamiere sagomate si effettua per limitare le correnti parassite.

Il nucleo di ferro viene soggetto ad un campo magnetico variabile, quindi si inducono in esso delle correnti indotte che assorbono energia trasformandola in

calore.

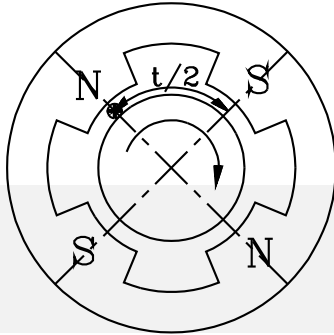
Nei segmenti lamellari di piccolo spessore in cui è suddiviso il nucleo le forze elettromotrici indotte trovano una forte resistenza che determina la circolazione di piccole correnti indotte, limitando così l'assorbimento e dispersione di energia.

Il materiale con il quale vengono costruiti i nuclei deve essere a ciclo d'isteresi molto ristretto per limitare nella magnetizzazione e smagnetizzazione perdite di energia.

#### 14.1.5 FUNZIONAMENTO A VUOTO

Si consideri una dinamo multipolare. Siano  $p$  il numero di coppie polari. Si indichino con  $n_{vi}$  il numero di vie interne dell'avvolgimento. Se questo è ondulado vi sono solamente due vie interne:  $n_{vi} = 2$ , qualunque siano il numero di poli; se, invece, l'avvolgimento è embricato il numero di vie interne è pari al numero di poli:  $n_{vi} = 2p$ .

fig.14.19



Si determinerà qui prima la *f.e.m.*, che mediamente viene indotta in un conduttore attivo, posto sul rotore, quando questo ruota di un intero giro. Conosciuta questa si potrà determinare la *f.e.m.* media ottenuta in uscita dalla dinamo

Ai morsetti di uscita di una dinamo si preleva una *f.e.m.* media che è data dalla somma di quelle mediamente indotte nei conduttori che costituiscono una serie di una via interna (un solo ramo del parallelo).

Si consideri un conduttore che ruoti entro il campo magnetico generato da  $2p$  poli. Esso, attraversando alternativamente poli opposti *NORD - SUD*, è soggetto a *f.e.m.* indotte alternate sinusoidali.

Si indichi con  $\Phi$  il flusso emanato da un polo, e sia  $t$  il tempo impiegato dal conduttore per effettuare due passi polari: in questo tempo la *f.e.m.* indotta effettuerà una intera alternanza, in quanto taglierà completamente due flussi  $\Phi$  opposti.

Il tempo impiegato da conduttore per tagliare il flusso  $\Phi$  emanato da un polo corrisponde al tempo per ruotare di un passo polare, pari a  $\frac{t}{2}$ .

La forza elettromotrice media che si induce nel conduttore passando sotto un polo è quindi:

$$e_m = \frac{\Phi}{\frac{t}{2}} \quad e_m = \frac{2 \cdot \Phi}{t} \quad (14.1.5)$$

Si indichi con  $T$  il tempo, in secondi, impiegato dal rotore (e quindi dal conduttore) per effettuare un intero giro. Il tempo  $t$  che impiegherà il conduttore per ruotare sotto una coppia polare  $p$  è data da:

$$t = \frac{T}{p} \quad (14.1.6)$$

Sostituendo nella precedente espressione si ha:

$$e_m = 2p \cdot \frac{\Phi}{T} \quad (14.1.7)$$

Si indichi con  $n_0$  il numero di giri al secondo che effettua il rotore (il conduttore). Risulta:

$$n_0 = \frac{1}{T} \quad \text{da cui} \quad T = \frac{1}{n_0} \quad \text{sostituendo si ha:}$$

$$e_m = 2p \cdot n_0 \cdot \Phi \quad (14.1.8)$$

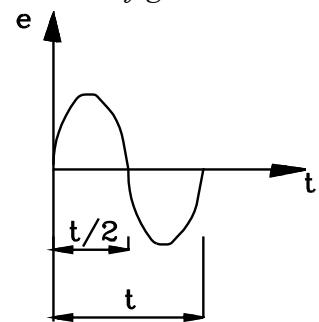
Nelle macchine elettriche il numero di giri viene normalmente riferito al minuto. Indicando con  $n$  il numero di giri al minuto si ha:

$$n_0 = \frac{n}{60} \quad \text{sostituendo si ha:}$$

$$e_m = 2p \cdot \frac{n}{60} \cdot \Phi \quad (14.1.9)$$

Dove  $e_m$  è la forza elettromotrice media indotta in un conduttore.

fig.14.20



Da quanto detto precedentemente la forza elettromotrice media totale  $E_0$  è data dalla somma di tutte quelle indotte nei conduttori che compongono una via interna (*un solo ramo del parallelo*).

Si indichino con  $n_{vi}$  il numero di vie interne (*numero dei rami del parallelo*) e con  $N$  il numero totale dei conduttori posti su rotore; di questi, quelli che compongono una via interna sono:

$$\frac{N}{n_{vi}}$$

La forza elettromotrice media totale prelevata ai morsetti a vuoto risulta:

$$E_0 = e_m \cdot \frac{N}{n_{vi}} \quad \text{sostituendo si ha:}$$

$$E_0 = \frac{2p \cdot n}{60} \cdot \phi \cdot \frac{N}{n_{vi}} \quad (14.1.10)$$

L'espressione è generale ed è valida sia per l'avvolgimento embricato che ondulato.

#### **Avvolgimento embricato**

Il numero di vie interne è pari al numero di poli:  $n_{vi}=2p$ .

La forza elettromotrice media prelevata a vuoto ai morsetti della dinamo sarà:

$$E_0 = \frac{2p \cdot n}{60} \cdot \phi \cdot \frac{N}{2p} \quad \text{da cui}$$

$$E_0 = \frac{N}{60} \cdot \phi \cdot n \quad (14.1.11)$$

#### **Avvolgimento ondulato**

Qualunque siano il numero di poli vi sono sempre due vie interne:  $n_{vi}=2$ .

La forza elettromotrice media prelevata a vuoto ai morsetti della dinamo sarà:

$$E_0 = \frac{2p \cdot n}{60} \cdot \phi \cdot \frac{N}{2} \quad \text{da cui}$$

$$E_0 = \frac{p \cdot N}{60} \cdot \phi \cdot n \quad (14.1.12)$$

### **14.1.6 Reazione di indotto**

La *f.e.m.* determinata si riferisce al funzionamento della dinamo a vuoto, quando cioè i morsetti della dinamo non sono allacciati ad un carico esterno.

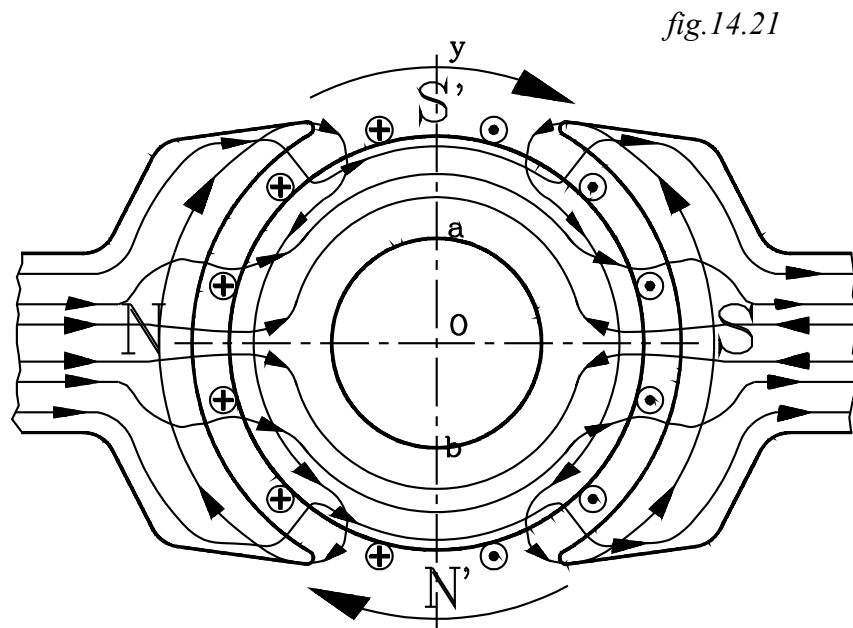
Se si collega la dinamo ad un carico esterno, la *f.e.m.*  $E$  generata produce una corrente  $I$  che circola sia nel carico esterno che nei conduttori dell'indotto. Questi offrono una resistenza al passaggio della corrente, determinando una caduta di potenziale interna  $V_i$  che si sottrae alla *f.e.m.*  $E$  generata.

A causa della caduta di potenziale per resistenze interne la tensione prelevata ai morsetti risulta minore della *f.e.m.* generata

Vi è un altro fenomeno che è causa di un ulteriore abbassamento della tensione prelevata ai morsetti nel funzionamento sotto carico.

Si consideri lo schema di figura *fig.14.21*. Per semplicità i conduttori attivi dell'indotto sono rappresentati all'esterno del rotore. Non sono indicati i loro collegamenti non essenziali alla spiegazione del fenomeno che interessa.

Data la rotazione del rotore, applicando la regola della mano destra, si rileva che i conduttori sotto il *NORD* sono attraversati da correnti entranti nel piano del foglio, mentre quelli sotto il *SUD* sono percorsi da correnti uscenti. Ma una corrente crea attorno a sé un campo magnetico, il cui senso è dato dalla regola della vite.



Osservando la figura, si riscontra che le correnti che percorrono i conduttori sotto il *NORD* generano un campo magnetico in senso orario, mentre quelle che fluiscono nei conduttori sotto il *SUD* formano un campo magnetico in senso antiorario.

Il flusso generato dalle correnti che percorrono l'indotto si sviluppa nel ferro in direzione trasversale (*normale*) a quello induttore. Per questo motivo il flusso d'indotto viene denominato *FLUSSO TRASVERSALE*.

Come si può constatare dalla figura, detto *flusso trasversale*, in corrispondenza del piano di inversione  $y-y$  risulta entrante nel rotore indotto nella parte superiore e uscente da esso nella parte inferiore.

Dove il flusso entra nel nucleo ivi si crea una polarità *SUD S'*

Dove il flusso esce dal nucleo ivi si genera una polarità *NORD N'*.

#### 14.1.6.1 Effetti del campo trasverso

*Coppia*

Il nucleo dell'indotto si presenta come un magnete avente due polarità poste alla mezzzeria tra i due poli induttori. Nei multipolari sul nucleo del rotore si generano polarità in ogni mezzzeria di poli adiacenti.

Occorre ora osservare che, considerato il senso di rotazione del rotore, Il polo trasversale  $S'$  si presenta davanti al  $N$  induttore e il polo trasversale  $N'$  davanti al  $S$  induttore. Questi poli opposti tendono ad attrarsi e *a far ruotare il rotore in senso opposto a quello posseduto*.

La reazione tra il campo induttore e quello indotto trasverso determina una coppia resistente che si oppone alla rotazione del rotore.

Il generarsi di tale coppia resistente è d'altra parte ovvia: dovendo la macchina generare una potenza elettrica, dovrà essere applicata sul rotore una coppia meccanica  $C_m$  che moltiplicata per la velocità angolare dà la potenza elettrica generata:

$$P_g = \omega \cdot C_m = E \cdot I \quad (14.1.13)$$

#### Torsione del campo

Si denominano *corni* le estremità delle espansioni polari e in particolare: *corno di uscita* l'estremità della espansione polare dalla quale si vedono uscire i conduttori dell'indotto nella sua rotazione, *corno di ingresso* quello nel quale detti conduttori si vedono entrare.

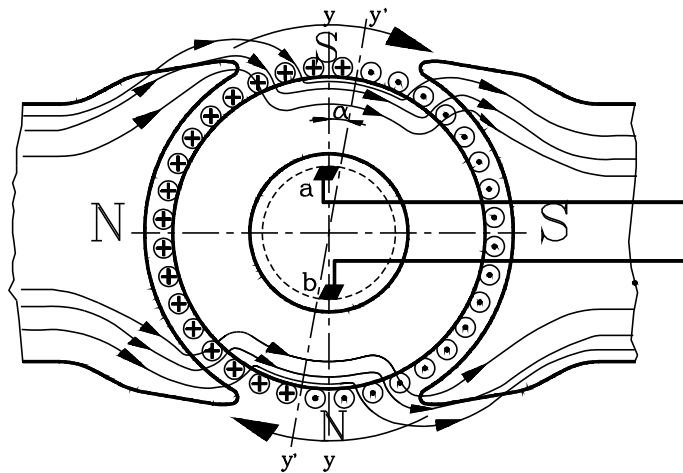
Osservando l'andamento dei due flussi: indotto e induttore, si può constatare che nei *corni di uscita* detti flussi sono concordi; nei *corni di ingresso*, invece, i due flussi sono discordi.

Il flusso trasverso di reazione di indotto determina un rinforzo del flusso nei corni di uscita e una diminuzione in quelli di ingresso

Come si può constatare dalla figura *fig.14.22*:

Il flusso risultante subisce una torsione, con una rotazione del piano di inversione  $y',y'$  di un angolo  $\alpha$  nello stesso senso di rotazione del rotore.

*fig.14.22*



Nel funzionamento sotto carico la tensione che si può prelevare alle spazzole  $a,b$ , lasciate nella posizione  $y,y$  risulta inferiore a quella che si ha a vuoto. Infatti come si può notare l'inversione dei versi delle correnti si hanno nel piano  $y'y'$ ; per cui la serie dei conduttori, che costituiscono un ramo del parallelo posto tra le due spazzole, contiene alcune *f.e.m* di segno opposto alle altre.

Così, nella figura, l'ultimo conduttore in basso alla sinistra del piano  $yy'$  (delle spazzole  $a, b$ ) è sede di  $f.e.m$  uscente, essendo alla destra del reale piano di inversione  $y'y'$ . Tale conduttore, essendo alla sinistra delle spazzole, viene messo in serie con tutti gli altri conduttori che rispetto a queste si trovano dalla stesa parte e che sono, invece, sede di  $f.e.m$  entranti.

La  $f.e.m$  totale sarà la differenza tra le maggioritarie entranti e le poche uscenti.

Un'altra causa dell'abbassamento della tensione sotto carico è dovuta ad una diminuzione del flusso per reazione di indotto.

Infatti nei corni di uscita, come si è constatato, si ha un rinforzo del campo mentre in quelli di entrata si manifesta una diminuzione. Se i due effetti fossero uguali, il flusso totale rimarrebbe invariato. Ciò non avviene. I nuclei induttori sono polarizzati vicino alla saturazione; per cui mentre un aumento della *forza magneto motrice* incrementa limitatamente il flusso, una diminuzione ne provoca un più consistente decremento.

Il flusso totale quindi diminuisce, provocando un abbassamento della  $f.e.m$  indotta sui conduttori dell'indotto.

In conclusione per effetto della reazione di indotto si genera una  $f.e.m$   $E$  minore di quella che si ha a vuoto  $E_0$ .

La differenza tra la  $f.e.m$   $E_0$  a vuoto e quella sotto carico  $E$  costituisce la caduta di tensione per reazione di indotto:

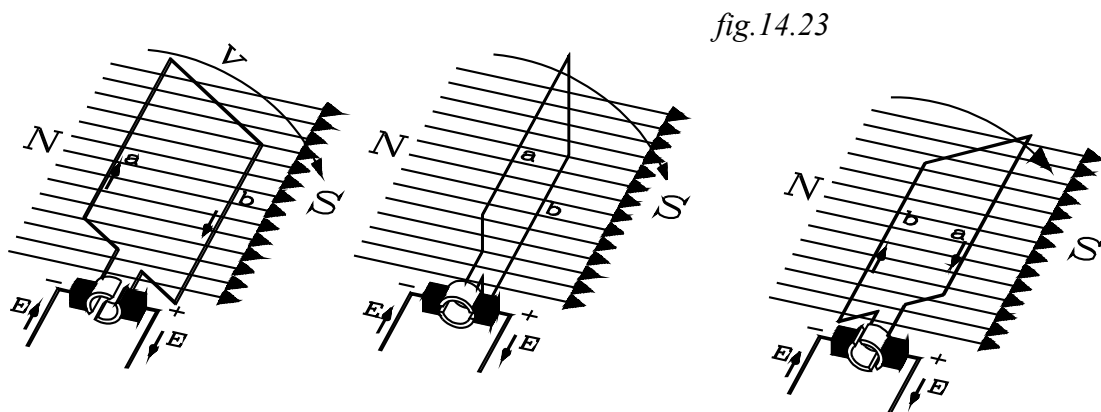
$$\Delta V = E_0 - E \quad (14.1.14)$$

Tale caduta  $\Delta V$  aumenta all'aumentare della corrente  $I$ .

#### 14.1.7 Fenomeno della commutazione

Per semplicità di trattazione consideriamo il rotore costituito da una sola spira.

Nella rotazione la  $f.e.m$  indotta entro la spira inverte il senso quando i conduttori  $a, b$  passano davanti a polarità opposte. Se le spazzole sono allacciate esternamente ad un carico, la spira è percorsa da una corrente che inverte il senso di circolazione in un giro.



Nella prima posizione a sinistra di *fig.14.23* la corrente circola nella spira dal conduttore  $a$  verso  $b$ , ed esce dalla spazzola di destra per rientrare in quella di sinistra.

La spira ruotando arriva alla posizione media di *fig.14.23*, corrispondente al piano di inversione, in cui le due spazzole sono a cavallo delle due lamelle cortocircuitandole. Nella spira la corrente e la  $f.e.m$  indotta è teoricamente nulla.

Sorpassando tale posizione la spira porta i due conduttori attivi  $a, b$  davanti a polarità opposte a quelle alle quali passavano prima di raggiungere il piano di inversione: Il conduttore "a" passa dalla polarità  $N$  a quella  $S$ ; il conduttore  $b$  effettua il passaggio inverso. Ne viene che, ora la corrente indotta va dal conduttore "b" verso "a", invertendo il senso di rotazione nella spira.

Però ora è la lamella collegata al conduttore "b" che è a contatto con la spazzola di sinistra, mentre la lamella collegata al conduttore "a" è a contatto con la spazzola di destra. Esternamente la corrente esce ancora dalla spazzola di destra per rientrare da quella di sinistra.

Teoricamente quando la spira passa nel piano di inversione e la spazzola si porta a contatto da una lamella alla successiva, la *f.e.m.* indotta nei conduttori dovrebbe essere nulla insieme alla corrente. Ciò non avviene per effetto del fenomeno di autoinduzione.

La spira ha una sua induttanza per cui quando la corrente che circola in essa deve invertire il senso di circolazione si induce nella stessa una *f.e.m. di autoinduzione* che si oppone all'inversione. Ne viene che la spazzola non abbandona la precedente lamella con tensione nulla, ma con una *d.d.p.* che provoca una scintilla tra di esse.

Occorre notare che la distorsione del flusso per reazione di indotto ruota il campo nel senso della rotazione di un angolo  $\alpha$  ritardando l'inversione, questo ritardo crea *f.e.m.* che si sommano al fenomeno dell'autoinduzione e aumentano lo scintillio.

Vi sono vari sistemi per limitare lo scintillio dovuto alla commutazione e alla distorsione del flusso per reazione di indotto.

- Si limita l'induttanza della sezione diminuendo il suo numero di spire. Ciò si ottiene adottando sbarre piuttosto che matasse.
- Si adottano spazzole di carbone. In queste, se la densità di corrente risulta eccessiva allo spigolo, questo viene asportato. Si forma un brevissimo arco sufficiente a creare una opportuna resistenza capace di bilanciare le *f.e.m.* indotte nella commutazione.
- Si pongono dei poli ausiliari nei piani di inversione, aventi polarità tali da indurre, nella rotazione del rotore, *f.e.m.* opposte a quelle di autoinduzione che si manifestano nella commutazione. Nell'autoinduzione la corrente nei conduttori tende a mantenersi nello stesso senso che aveva nei poli da cui essi escono. Occorre quindi porre, nei piani di inversione, davanti ai poli induttore nel senso di rotazione, delle polarità di segno opposto. Considerato il senso di rotazione, davanti al polo  $N$  si pone uno ausiliario  $S'$  e viceversa. L'avvolgimento posto nei poli ausiliari è percorso dalla stessa corrente che va sul carico.

#### 14.1.8 Potenza elettrica erogata da una dinamo - rendimento

La *d.d.p.*  $V$  che si preleva ai morsetti della dinamo allacciati ad un carico esterno risulta inferiore alla *f.e.m.*  $E$  generata (e questa è inferiore a quella  $E_0$  a vuoto). Infatti, sotto carico, circolano nei conduttori dell'indotto, nei poli ausiliari e in altri circuiti interni alla dinamo che fanno capo ai morsetti, delle correnti che determinano cadute ohmiche sulle resistenze.

La potenza erogata dalla dinamo è:

$$P = V \cdot I \quad (14.1.15)$$

Mentre la potenza generata sotto carico è determinata dalla *f.e.m.*  $E$  e dalla corrente che circola nell'indotto  $I_i$ .



$$P_g = E \cdot I_i \quad (14.1.16)$$

Il rendimento del generatore è dato dal rapporto tra la potenza erogata e quella generata:

$$\eta_g = \frac{P}{P_g} = \frac{V \cdot I}{E \cdot I_i} \quad (14.1.17)$$

Dove  $I$  è la corrente erogata all'esterno, mentre  $I_i$  è la corrente di indotto.

### 14.1.9 Tipi di eccitazione della dinamo

Il flusso di eccitazione può essere ottenuto con magneti permanenti o con particolari avvolgimenti, composti da bobine, percorse da corrente continua, che si investono attorno a nuclei polari.

La corrente che percorre le bobine viene detta corrente di eccitazione e il circuito che la fornisce viene denominato *circuito di eccitazione*. Questo può essere alimentato in vari modi e da esso dipende il particolare funzionamento della macchina.

Si distinguono diversi tipi di eccitazione:

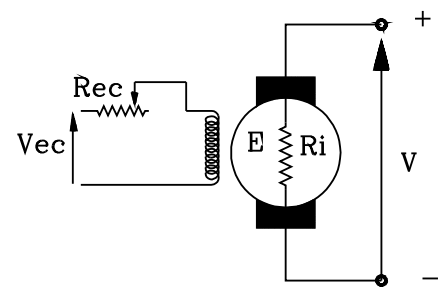
- *Macchine con eccitazione indipendente*
- *Macchine con eccitazione in derivazione*
- *Macchine con eccitazione in serie*
- *Macchine con eccitazione composta*

#### 14.1.9.1 Eccitazione indipendente

Lo schema della dinamo è quello rappresentato in figura. Il circuito di eccitazione è rappresentato dalla bobina in serie con la resistenza variabile, costituente il reostato di eccitazione. L'indotto è rappresentato dalla circonferenza sulla quale poggiano le spazzole. Internamente alla circonferenza viene rappresentata la resistenza dei conduttori dell'indotto.

La corrente di eccitazione viene fornita da una sorgente ausiliaria indipendente del circuito di indotto.

fig.14.24



##### 14.1.9.1.1 Caratteristica a vuoto

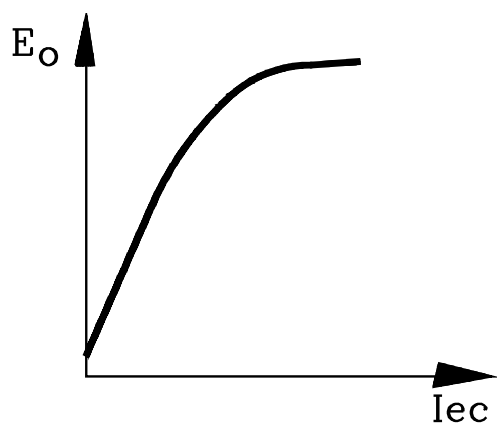
Nella macchina funzionante a vuoto, con i morsetti non collegati su un carico esterno, si induce una *f.e.m* data da:

$$E_0 = \frac{2p \cdot n}{60} \cdot \phi \cdot \frac{N}{n_{vi}} \quad (14.1.18)$$

Che si può porre nella forma:

$$E_0 = k \cdot n \cdot \phi \quad (14.1.19)$$

fig.14.25



La f.e.m. a vuoto è proporzionale al flusso induttore  $\Phi$  e questo dipende dalla corrente di eccitazione  $I_{ec}$ .

In effetti la corrente di eccitazione  $I_{ec}$  fa variare proporzionalmente ad essa la forza magnetomotrice del circuito magnetico, la quale, a sua volta, determina una variazione del flusso  $\Phi$  secondo la curva di magnetizzazione.

Ne viene che, con un numero di giri  $n$  costante, la f.e.m.  $E_0$  generata a vuoto varia con la corrente di eccitazione secondo una curva analoga a quella di

magnetizzazione.

Con corrente di eccitazione nulla vi può essere una f.e.m.  $E_0$  non nulla per effetto dell'induzione residua.

La caratteristica a vuoto si riferisce ad un numero di giri  $n$  prefissato. Per determinare una f.e.m. riferentesi ad un altro numero  $n_1$  di giri basta effettuare la proporzione:

$$\frac{E_{01}}{E_0} = \frac{n_1}{n} \quad (14.1.20)$$

#### 14.1.9.1.1 Caratteristica esterna e totale

La f.e.m.  $E_0$  che si produce a vuoto subisce un abbassamento sotto carico essenzialmente per due cause:

1° Per reazione di indotto.

La torsione del flusso induttore e l'abbassamento di esso determina una diminuzione della f.e.m.  $E$  generata. La differenza  $\Delta V_{ri} = E_0 - E$  determina la caduta di potenziale per reazione di indotto.

2° Per resistenze ohmiche interne

Si ha una caduta di potenziale per effetto delle resistenze offerte dai conduttori dell'avvolgimento indotto, dagli avvolgimenti ausiliari, dal contatto spazzole collettore e dalle spazzole stesse.

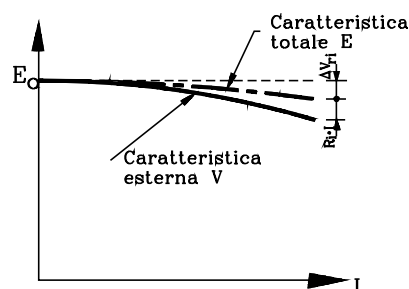
Si indica con  $R_i$  la resistenza equivalente misurata ai morsetti. La resistenza  $R_i$  determina una caduta di potenziale:

$$\Delta V = R_i \cdot I \quad (14.1.21)$$

Viene denominata *caratteristica totale* la curva che rappresenta la f.e.m.  $E$  sotto carico in funzione della corrente erogata. Essa è data dalla differenza tra la f.e.m.  $E_0$  generata a vuoto e la caduta di tensione per reazione di indotto  $\Delta V_{ri}$ .

$$E = E_0 - \Delta V_{ri} \quad (14.1.22)$$

fig.14.26



Si definisce *caratteristica esterna* la curva che rappresenta la tensione  $V$  prelevata ai morsetti sotto carico in funzione della corrente erogata. Essa è inferiore della f.e.m.  $E$  generata e si ottiene togliendo a questa la caduta di potenziale ohmica  $\Delta V = R_i \cdot I$ :

$$V = E - R_i \cdot I$$

$$V = E_0 - \Delta V_{ri} - R_i \cdot I \quad (14.1.23)$$

La forza elettromotrice  $E_0$  si ricava dalla caratteristica a vuoto. La caratteristica totale si ottiene togliendo ad  $E_0$  la caduta di tensione per reazione di indotto  $\Delta V_{ri}$ , la quale aumenta all'aumentare della corrente erogata.

La caratteristica totale di una dinamo ad eccitazione indipendente è una curva leggermente discendente all'aumentare della corrente erogata.

La caratteristica esterna si ottiene dalla totale togliendo la caduta di potenziale ohmica proporzionale alla corrente erogata.

La caratteristica esterna di una dinamo ad eccitazione indipendente è una curva leggermente discendente all'aumentare della corrente erogata. La dinamo quindi si comporta come un generatore reale di tensione.

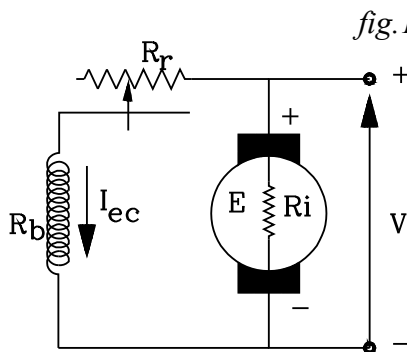
In pratica a laboratorio è misurabile la tensione  $V$  sotto carico al variare della corrente erogata e quindi è tracciabile la caratteristica esterna.

Misurata la resistenza equivalente  $R_i$  si determina la caratteristica totale sommando alla tensione  $V$  la caduta di potenziale  $\Delta V = R_i \cdot I$ .

$$E = V + R_i \cdot I \quad (14.1.24)$$

#### 14.1.9.2 Dinamo con eccitazione in parallelo

Le bobine di eccitazione e il reostato di campo, in serie tra loro, vengono posti in derivazione con le spazzole della dinamo.



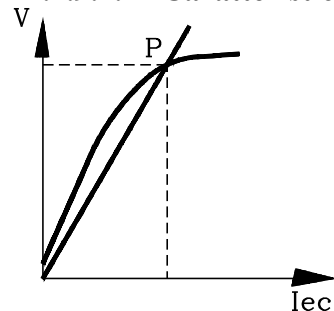
La corrente di eccitazione  $I_{ec}$  viene determinata dalla tensione  $V$  prelevata alle spazzole della dinamo e dipende dalla resistenza totale, somma di quella delle bobine  $R_b$  e del reostato di campo  $R_r$ :

$$R_T = R_b + R_r$$

$$I_{ec} = \frac{V}{R_b + R_r} \quad (14.1.25) \quad I_{ec} = \frac{V}{R_T} \quad (14.1.26)$$

La sorgente che alimenta il circuito di eccitazione è la dinamo stessa. Quando si avvia, la dinamo sfrutta il flusso residuo che rimane nei nuclei dopo la diseccitazione. Con la rotazione aumenta la tensione e aumenta, contemporaneamente, la corrente di eccitazione e il flusso di induzione.

##### 14.1.9.2.1 Caratteristica a vuoto



*fig.14.28*

La caratteristica a vuoto è analoga a quella esaminata nella dinamo con eccitazione separata.

Per determinare il punto  $P$  di funzionamento a vuoto, occorre tenere conto sia della caratteristica della dinamo, che fornisce le tensioni alle spazzole al variare della corrente di eccitazione  $V = f(I_{ec})$ , sia della equazione alla maglia del circuito di eccitazione  $V = R_T \cdot I_{ec}$ . Il punto  $P$  di funzionamento sarà dato

dalla soluzione del sistema:

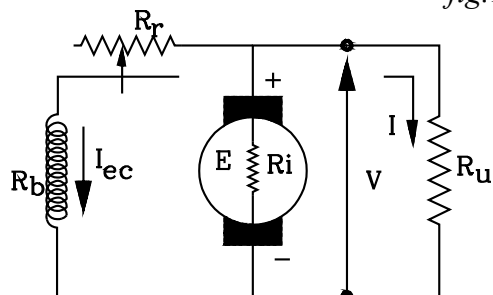
$$\begin{cases} V = f(I_{ec}) \\ V = R_T \cdot I_{ec} \end{cases} \quad (14.1.27)$$

Esso è l'intersezione tra la caratteristica della dinamo e la retta di equazione  $V = R_T \cdot I_{ec}$ .

#### 14.1.9.2.2 Caratteristica esterna

Chiusi i morsetti della dinamo su di un carico esterno  $R_u$  viene erogata su questo la corrente di utilizzazione  $I$ .

fig.14.29



Essendo i due circuiti: di eccitazione e di utilizzazione, in parallelo alle spazzole, durante il funzionamento sotto carico, circola nell'indotto una corrente  $I_i$ , somma di quella assorbita dal circuito di eccitazione e dal carico esterno.

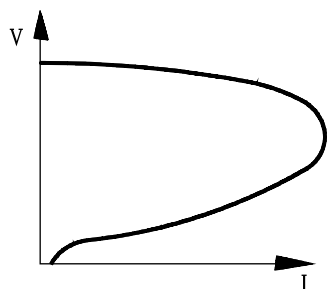
$$I_i = I_{ec} + I \quad (14.1.28)$$

A vuoto, funzionando con un certo numero di giri  $n$ , si preleva alle spazzole la tensione  $E$ , corrispondente al punto di funzionamento  $P$ .

Si chiuda il circuito su una resistenza esterna  $R_u$  variabile da infinito fino a zero. Al diminuire di questa, partendo dal circuito aperto ( $R_u = \infty$ ), aumenta la corrente erogata  $I$  e si ha una diminuzione di tensione  $V$  alle spazzole. Ciò avviene: per l'effetto della reazione di indotto e delle perdite ohmiche sulla resistenza interna  $R_i$ , ma soprattutto perché, l'abbassamento stesso della tensione  $V$  provoca la diminuzione della corrente di eccitazione  $I_{ec}$  e quindi del flusso di eccitazione che determina la tensione alle spazzole.

Col diminuire della resistenza esterna, inizialmente aumenta la corrente erogata, mentre diminuisce la tensione esterna  $V$  e la corrente di eccitazione da questa generata.

fig.14.30



Si arriva ad una resistenza esterna *critica*  $R_{cr}$  al disotto della quale l'abbassamento di tensione alle spazzole è tale che la corrente di eccitazione generata dalla  $V$  risulta insufficiente a fornire il flusso necessario per il funzionamento della macchina: si abbassa la corrente di eccitazione, il flusso da questa generato, la tensione alle spazzole, la corrente erogata, e la macchina si diseccita.

La caratteristica di funzionamento stabile è il primo tratto moderatamente discendente, prima della resistenza critica.

La macchina si comporta come un generatore reale di tensione.

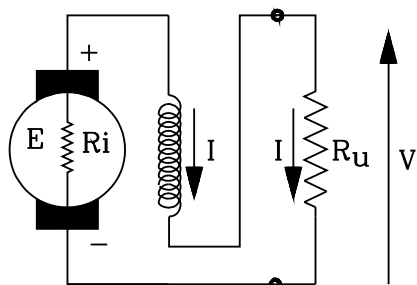
#### 14.1.9.3 Dinamo con eccitazione in serie

Il circuito di eccitazione viene posto in serie al carico, per cui la corrente di eccitazione coincide con quella erogata sul circuito esterno.

##### 14.1.9.2.1 Caratteristica a vuoto - totale ed esterna

fig.14.31

La caratteristica a vuoto si riferisce alla *f.e.m.*  $E_0$  ottenuta alimentando il circuito di eccitazione con una sorgente



separata. Infatti non collegando i morsetti su un carico esterno non può essere erogata alcuna corrente nel caso di eccitazione in serie, risultando il circuito aperto.

L'andamento della caratteristica a vuoto è analoga a quella della dinamo con eccitazione separata; solamente che la corrente di eccitazione, in questo caso, coincide con quella erogata sul carico *fig. 14.32*.

Se alla *f.e.m*  $E_0$  si toglie la caduta di potenziale per reazione di indotto si ottiene la caratteristica totale  $E$ :

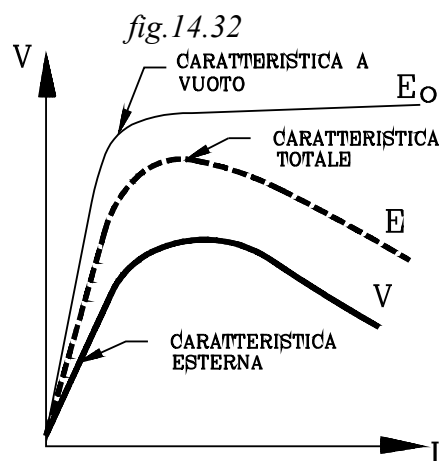
$$E = E_0 - \Delta V_{ri} \quad (14.1.29)$$

Togliendo poi alle ordinate della caratteristica totale  $E$ , per ogni valore della corrente erogata  $I$ , la caduta ohmica sulle resistenze totali in serie, sia interne  $R_i$ , che sulla bobine di eccitazione  $R_B$  si ottiene la caratteristica esterna. Questa fornisce la tensione  $V$  prelevata ai morsetti della macchina al variare del carico e, quindi, della corrente erogata.

$$V = E - (R_i + R_B) \cdot I \quad (14.1.30)$$

In pratica si può rilevare sperimentalmente la caratteristica esterna misurando la tensione ai morsetti e la corrente erogata. La caratteristica totale si ottiene dalla esterna sommando ad ogni ordinata di questa le cadute ohmiche totali.

$$E = V + (R_i + R_B) \cdot I \quad (14.1.31)$$



Occorre notare che la caratteristica a vuoto all'aumentare della corrente  $I$  raggiunge una saturazione in cui la *f.e.m*  $E_0$  rimane pressoché costante, mentre la caduta di potenziale per effetto della reazione di indotte e quella per le cadute ohmiche interne continuano ad aumentare. Da ciò ne viene che sia la caratteristica totale che quella esterna, dopo aver raggiunto un valore massimo, diminuiscono all'aumentare della corrente erogata.

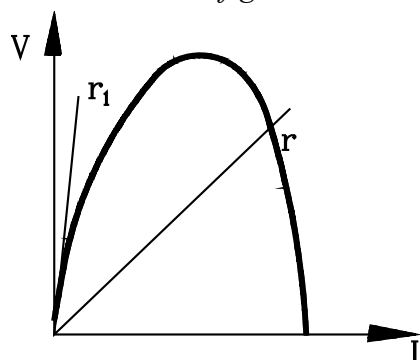
L'aumento della corrente erogata avviene diminuendo la resistenza esterna  $R_u$ . Si arriva ad un valore massimo della corrente erogata  $I$  quando si annulla la resistenza esterna ponendo i morsetti in corto circuito.

Nelle condizioni di corto circuito la tensione ai morsetti nulla:  $V=0$ , ma si genera una *f.e.m*  $E$  che produce la corrente massima  $I_{max}$  erogata sulle resistenze interne  $(R_i + R_B)$  dell'indotto e delle bobine di eccitazione.

Per  $V=0$  risulta:

$$E = (R_i + R_B) \cdot I_{max} \quad (14.1.32)$$

*fig. 14.33*



Tale *f.e.m*  $E$  è data da quella a vuoto  $E_0$  meno la caduta per reazione di indotto che risulta massima essendo tale la corrente erogata.

Il punto di funzionamento della dinamo sotto carico deve essere tale che stia sulla caratteristica esterna e che

soddisfi alla equazione:  $V=R_u \cdot I$ . Esso si ottiene dall'incontro della caratteristica esterna con la retta  $r$  di detta equazione  $V=R_u \cdot I$ .

Si noti che per resistenze molto elevate, corrispondenti a rette  $r_1$  fortemente inclinate, il punto di incontro avviene con correnti pressoché nulle: la dinamo si diseccita.

Il tratto di funzionamento stabile è il secondo, rapidamente discendente, dopo il punto di massimo, . Si può notare che al variare della tensione ai morsetti la corrente varia di poco. Si può concludere che:

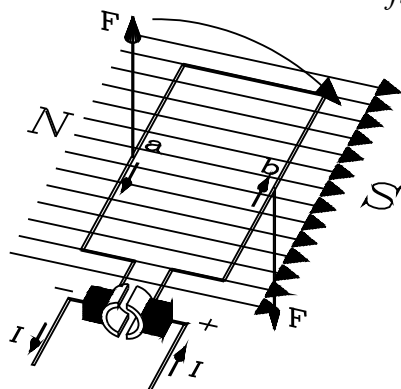
La dinamo con eccitazione in serie si comporta come un generatore reale di corrente, adatto per alimentare carichi in serie. Al variare del carico e quindi della tensione la corrente varia limitatamente.

## 14.2 MOTORI IN CORRENTE CONTINUA

### 14.2.1 Principi di funzionamento

Consideriamo una spira, percorsa da corrente continua  $I$ , immersa in un campo magnetico e con i lati  $a, b$  perpendicolari alle linee di flusso.

fig.14.34



Le estremità di due rami della spira, sono saldate a due mezzi anelli, separati da uno strato isolante, costituenti le lamelle del *collettore*.

Sul collettore, in parti diametralmente opposte ad esso, appoggiano due contatti striscianti: *le spazzole*.

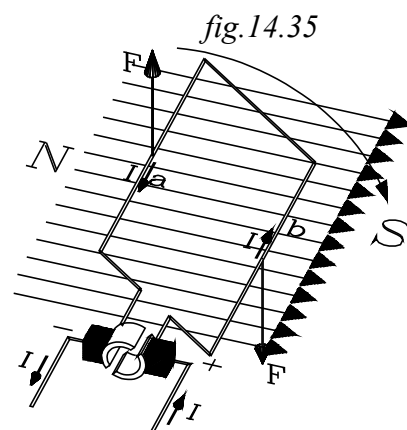
Si consideri la posizione di fig. nella quale il piano della spira è parallelo alle linee di flusso, il lato "a" si affaccia al *NORD* del campo magnetico, mentre il lato "b" si affaccia al *SUD*.

Il conduttore "a" viene percorso dalla corrente  $I$  diretta verso l'uscita ed è tagliato, in direzione perpendicolare, dall'induzione  $B$ , (nel senso di fig.14.34), da sinistra a destra.

Il conduttore "a" viene soggetto ad una forza  $F$ , perpendicolare ad esso, al vettore induzione  $B$  ed ha senso tale che la freccia di  $F$  vede la  $I$  ruotare in senso antiorario per ricongiungersi con  $B$ , spazzando l'angolo di  $90^\circ$ .

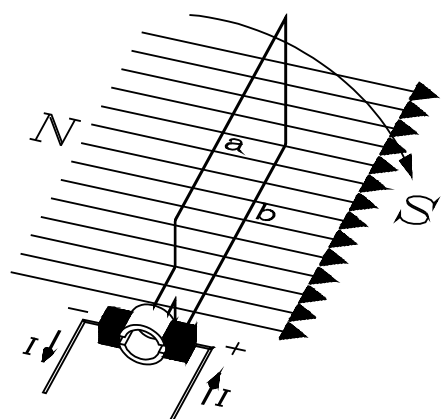
La forza è verso l'alto.

Applicando la stessa legge sul conduttore "b", notando che la corrente  $I$  ha senso opposto di quello posseduto nel conduttore "a", si rileva che: il conduttore "b" è soggetto ad una forza  $F$  della stessa direzione, stessa intensità, ma verso opposto a quella applicata in "a".



Sulla spira di figura, immersa nel campo magnetico e percorsa dalla corrente  $I$  agisce una coppia che la fa ruotare in senso orario.

fig.14.36



a) agisce una forza verso il basso.

La spira ruota, fino a portarsi a  $90^\circ$  con il suo piano in direzione perpendicolare alle linee di flusso. In tale posizione le lamelle del collettore risultano cortocircuitate dalle spazzole, la corrente sui conduttori è nulla ed è nulla la coppia.

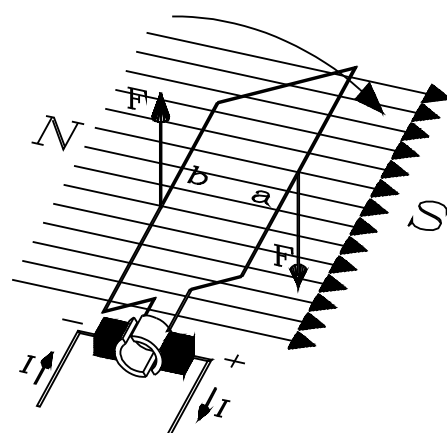
Per inerzia la spira continua a ruotare e il conduttore "a" si porta dalla zona *NORD* alla zona *SUD*, mentre il conduttore b si porta dal *SUD* al *NORD*. Nei due conduttori si invertono le correnti, ma, si avrà sempre che, nel conduttore di sinistra (*in questo caso b*) agisce una forza verso l'alto e nel conduttore di destra (*in questo caso*

fig.14.37

Superato il piano di inversione, sui due conduttori continua ad agire una coppia che fa ruotare la spira in senso orario.

La coppia ha un valore max quando il piano della spira è parallelo alle linee di flusso e nullo quando queste risultano perpendicolari a detto piano.

Nel piano di inversione ciascun contatto strisciante appoggia sulle due metà delle lamelle del collettore, per cui la *d.d.p.* ai capi della spira è nulla: essa non è attraversata da corrente.

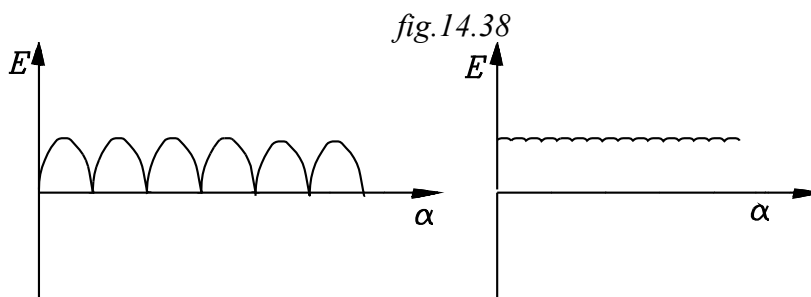


Si suppone che la resistenza di contatto tra lamella e spazzola sia inversamente proporzionale alla superficie del loro contatto.

Superato il piano di inversione, la lamella collegata al conduttore *a* aumenta la superficie di contatto con la spazzola di destra a *potenziale positivo*, mentre nella lamella collegata a "b" diminuisce la superficie di contatto con la spazzola di sinistra a *potenziale negativo*.

La spira viene soggetta ad una *d.d.p.*, che va aumentando fino al valore max, che si ha quando la spazzola di destra è a contatto solamente con la lamella collegata al conduttore "a" e la spazzola di sinistra è solamente a contatto con "b". Conseguentemente aumenta la corrente che scorre nella spira

La coppia che si genera è continua (*nello stesso senso*) e pulsante.



Gli avvolgimenti del rotore del motore in corrente continua sono gli stessi trattati nelle macchine generatrici.: possono essere di tipo ondulato o embricato. Comunque vi sono più spire, ciascuna delle quali è opportunamente collegato ad una lamella del collettore. La pulsazione in un giro è più frequente di quella considerate nella semplice spira e si avvicina ad un andamento costante, tanto più quanto maggiori sono le lamelle del collettore e quindi le spire distribuite

sulla circonferenza del rotore; inoltre costruendo l'induttore in modo da ottenere un campo radiale la coppia quasi costante.

### 14.2.2 Forza controlettromotrice.

Come nelle dinamo generatrice, il rotore ruota entro il campo magnetico costante e si induce negli avvolgimenti posti su di esso una *f.e.m*  $E$  che si oppone alla variazione di corrente che circola nei conduttori. Per questo motivo la *f.e.m*  $E$  viene denominata *forza contro elettromotrice* "*f.c.e.m*"

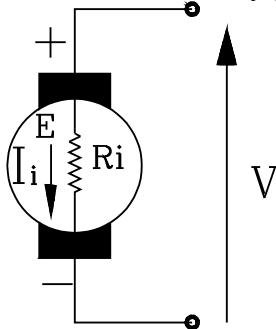
L'espressione di  $E$  è la stessa di quella indotta nella macchina generatrice

$$E = \frac{2p \cdot N}{60 \cdot n_{vi}} \cdot n \cdot \Phi \quad \text{ponendo } K = \frac{2p \cdot N}{60 \cdot n_{vi}}$$

$$E = K \cdot n \cdot \Phi \quad (14.2.1)$$

La *f.c.e.m*  $E$  è proporzionale al numero di giri (o alla velocità angolare  $\omega$ ) e al flusso induttore emanato da un polo

fig.14.39



Per far circolare la corrente  $I_i$  negli avvolgimenti del rotore occorre applicare alle spazzole una tensione  $V$  la quale equilibri sia la *f.c.e.m*  $E$  che la caduta ohmica sulle resistenze interne  $R_i$ .

Nello schema di figura non è rappresentato il circuito di eccitazione, ma solamente il circuito di indotto percorso dalla corrente  $I_i$ . Dall'equilibrio alla maglia si ha:

$$V = E + R_i \cdot I_i \quad (14.2.2)$$

Dove  $I_i$  è la corrente che circola nei conduttori dell'indotto, che risulterà diversa secondo il tipo di eccitazione.

Occorre notare che, mentre nelle dinamo usate come generatrici la corrente esce dal morsetto positivo, presentandosi così come "*corrente erogata*", in quelle usate come motori, la corrente entra nel morsetto positivo e si presenta come "*corrente assorbita*".

### 14.2.3 Potenza assorbita dall'indotto - potenza meccanica - coppia motrice

La potenza elettrica che viene assorbita dall'indotto è il prodotto:

$$P = V \cdot I_i \quad (14.2.3)$$

Ma non tutta questa potenza è trasformata in potenza meccanica, in quanto una parte di essa  $P_d$  si perde per effetto Joule sulla resistenza interna  $R_i$

$$P_d = R_i \cdot I_i^2 \quad (14.2.4)$$

La potenza che viene trasformata in potenza meccanica sarà quella elettrica  $P$  assorbita meno quella dispersa  $P_d$  sulle resistenze interne:

$$P - P_d = V \cdot I_i - R_i \cdot I_i^2 = (V - R_i \cdot I_i) \cdot I_i = E \cdot I_i$$



$$P_m = E \cdot I_i \quad (14.2.5)$$

La potenza elettrica d'indotto che si trasforma in potenza meccanica è  $E \cdot I_i$ . Tale potenza determina una coppia motrice  $C_m$  sul rotore. Questa moltiplicata per la velocità angolare  $\omega$  fornisce l'altra espressione della potenza meccanica:

$$P_m = E \cdot I_i = \omega \cdot C_m$$

$$\text{ma } \begin{cases} E = \frac{2p \cdot N}{60 \cdot n_{vi}} \cdot n \cdot \Phi \\ \omega = \frac{2\pi}{60} \cdot n \end{cases} \quad \text{sostituendo si ha:}$$

$$\frac{2p \cdot N}{60 \cdot n_{vi}} \cdot n \cdot \Phi \cdot I_i = \frac{2\pi}{60} \cdot n \cdot C_m$$

$$C_m = \frac{N \cdot p}{\pi \cdot n_{vi}} \cdot \Phi \cdot I_i \quad \text{Ponendo } \frac{N \cdot p}{\pi \cdot n_{vi}} = K_c$$

$$C_m = K_C \cdot \Phi \cdot I_i \quad (14.2.6)$$

La coppia motrice  $C_m$  sull'indotto è direttamente proporzionale al flusso induttore emanato da un polo e alla corrente che circola nell'indotto.

#### 14.2.4 Numero di giri

Dalla espressione della forza contro elettromotrice  $E$  si ricava il numero di giri al minuto con cui ruota l'indotto.

$$E = K \cdot n \cdot \Phi \quad \text{da cui} \quad n = \frac{E}{K \cdot \Phi}$$

Dall'equilibrio della maglia si ricava  $E$ :

$$E = V - R_i \cdot I_i \quad \text{per cui risulta}$$

$$n = \frac{V - R_i \cdot I_i}{K \cdot \Phi} \quad (14.2.7)$$

Riassumendo. Nello studio dei motori in corrente continua occorre considerare le quattro equazioni:

$$(14.2.8) \quad \begin{cases} E = K \cdot n \cdot \Phi \\ E = V - R_i \cdot I_i \\ n = \frac{V - R_i \cdot I_i}{K \cdot \Phi} \\ C_m = K_c \cdot \Phi \cdot I_i \end{cases}$$

#### 14.2.6 Rendimento industriale del motore

Il motore assorbe dalla linea la potenza  $P$  data del prodotto della corrente assorbita  $I$  per la tensione di alimentazione  $V$ .

$$P = V \cdot I$$

Dove  $I$  è la corrente prelevata dalla linea che può essere diversa da quella  $I_i$  che scorre nei conduttori dell'indotto.

Nella trasformazione della potenza elettrica  $P$  assorbita dalla linea in potenza resa sull'albero del motore si manifestano delle perdite, dovute a varie cause:

*Perdite nel rame* Si hanno perdite per effetto Joule  $P_j$  nei conduttori dei circuiti interni nell'indotto e nei circuiti di eccitazione

*Perdite nel ferro* Il nucleo di ferro dell'indotto è soggetto a un campo magnetico alternato. Questo determina sia delle perdite per correnti parassite indotte nel ferro sia per isteresi magnetica. Si indica con  $P_{fe}$  le perdite totali nel ferro.

*Perdite meccaniche* Sono dovute agli attriti e alla resistenza dell'aria nella rotazione del rotore. Viene indicata con  $P_m$

La perdita totale di potenza è la somma:

$$P_d = P_j + P_{fe} + P_m \quad (14.2.9)$$

La potenza resa sull'albero del motore è la differenza tra quella assorbita dalla linea meno le perdite.

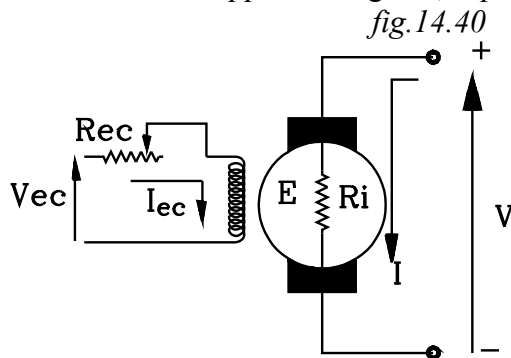
$$P_r = P - P_d \quad (14.2.10)$$

Il rendimento industriale è il rapporto tra la potenza resa all'albero motore e quella assorbita dalla linea di alimentazione.

$$\eta = \frac{P - P_d}{P} \quad (14.2.11)$$

### 14.2.7 Motori con eccitazione separata

Il circuito di eccitazione non è collegato con quello dell'indotto. La corrente di eccitazione  $I_{ec}$  è fornita da una apposita sorgente, separata da quella che alimenta gli avvolgimenti del rotore.



In tal caso la corrente che scorre nell'indotto  $I_i$  coincide con la corrente  $I$  assorbita dalla linea di alimentazione:  $I_i = I$ .

Il flusso  $\Phi$  di eccitazione è indipendente dalla corrente di alimentazione del rotore. Esso si può mantenere costante, mantenendo invariata la corrente di eccitazione  $I_{ec}$ , durante il funzionamento del motore.

$$\Phi = \text{cost} \quad (14.2.11)$$

Per il funzionamento ci si riferisca sempre alle quattro equazioni, nelle quali in questo caso risulta  $I_i = I$ :

$$(14.2.8) \quad \begin{cases} E = K \cdot n \cdot \Phi \\ E = V - R_i \cdot I \\ n = \frac{V - R_i \cdot I}{K \cdot \Phi} \\ C_m = K_c \cdot \Phi \cdot I \end{cases}$$

Essendo il flusso  $\Phi$  costante la coppia motrice è proporzionale alla corrente di indotto  $I$ :

$$C_m = K_c \cdot \Phi \cdot I$$

Quando al motore viene applicata una elevata coppia resistente, per l'equilibrio, il motore assorbirà dalla linea di alimentazione anche una elevata corrente, per generare la coppia motrice necessaria a bilanciare quella resistente.

Aumentando la coppia resistente sull'albero aumenta la corrente assorbita dalla linea di alimentazione.

All'aumentare della corrente di alimentazione, aumenta la caduta ohmica sulla resistenza interna e diminuisce la *f.c.e.m*  $E$

$$E = V - R_i \cdot I$$

Coll'aumentare della corrente inoltre diminuisce il numero di giri  $n$  ( $\Phi = \text{cost}$ )

$$n = \frac{V - R_i \cdot I}{K \cdot \Phi} \quad (14.2.12)$$

Ciò è spiegabile perché diminuendo la *f.c.e.m*  $E$  occorre anche un più piccolo numero di giri per generarla

Si conclude che:

All'aumentare della coppia  $C_m$  diminuisce il numero di giri e viceversa. La caratteristica meccanica che fornisce la coppia motrice in funzione del numero di giri è una curva discendente (*caratteristica discendente*).

L'espressione della coppia motrice in funzione del numero di giri si può ricavare dalla espressione di  $C_m$ , sostituendo la corrente  $I$  ricavata rispetto al numero di giri:

$$\begin{cases} C_m = K_c \cdot \Phi \cdot I \\ n = \frac{V - R_i \cdot I}{K \cdot \Phi} \end{cases} \quad \text{dalla seconda espressione si ricava} \quad I = \frac{V - Kn\Phi}{R_i}$$

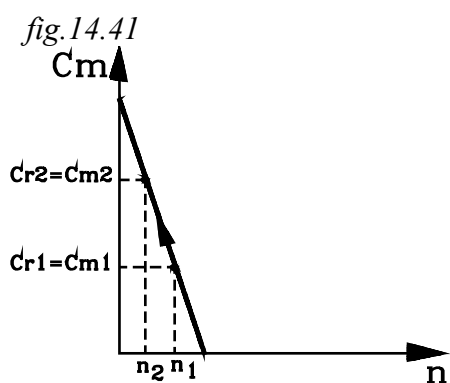
Sostituendo nella espressione di  $C_m$

$$C_m = \frac{K_c \cdot \phi}{R_i} \cdot V - \frac{K_c K \cdot \phi^2}{R_i} \cdot n \quad \text{indicando con} \quad \begin{cases} \frac{K_c \cdot \phi}{R_i} = h \\ \frac{K_c \cdot K \cdot \phi^2}{R_i} = f \end{cases} \quad \text{si ha:}$$

$$C_m = h \cdot V - f \cdot n \quad (14.2.13)$$

Il motore ha una caratteristica discendente; la coppia  **$C_m$**  diminuisce all'aumentare del numero di giri.

La caratteristica discendente permette, nel campo di applicazione, sempre un punto di funzionamento, con l'equilibrio tra la coppia motrice e la resistente.



Infatti, supponiamo che con un certo n° di giri  $n_1$ , la coppia resistente  $C_{r1}$  sia uguale alla coppia motrice  $C_{m1}$ :

$$C_{r1} = C_{m1}$$

Il motore ruota con un numero di giri  $n_1$  costante.

Ora si supponga che aumenti il carico, e la coppia resistente passi da  $C_{r1}$  a  $C_{r2} > C_{r1}$ , allora il numero di giri diminuisce, risultando la coppia resistente maggiore della

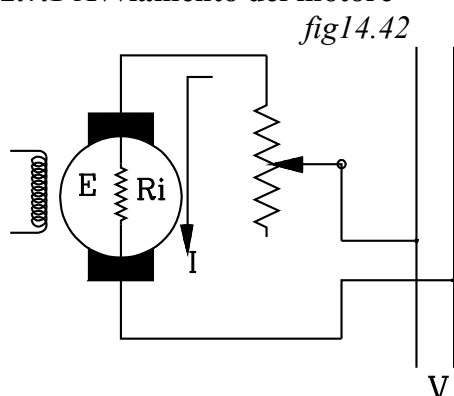
motrice.

Con la diminuzione del numero di giri, data l'andamento della caratteristica, la coppia motrice aumenta, fino a ch , al n° di giri  $n_2$ , essa raggiunge il valore  $C_{m2}$  che uguaglia di nuovo la nuova coppia resistente  $C_{r2}$  aumentata.

$$C_{r2} = C_{m2}$$

Il motore ruoter  con n° di giri  $n_2$  costante finch   $C_{r2} = C_{m2}$ . Quando la coppia resistente varia si avr  un nuovo punto di funzionamento.

### 14.2.7.1 Avviamento del motore



Quando il motore   fermo non si genera la *f.c.e.m*  $E: E=0$ ; per cui la tensione  $V$  di alimentazione della linea   equilibrata dalla caduta ohmica sulla resistenza interna:

$$V = R_i \cdot I \quad \text{da cui}$$

$$I = \frac{V}{R_i}$$

Con resistenze interne molto piccole si ha una elevata corrente che pu  danneggiare l'avvolgimento d'indotto. Occorre all'avviamento inserire in serie al circuito di indotto un reostato detto "*reostato di avviamento*".

All'avviamento del motore si inserisce una resistenza che abbassi il valore della corrente assorbita. Quando il motore ha raggiunto il numero di giri che genera la *f.c.e.m* che sommata alla caduta " $R_i \cdot I$ " può bilanciare la tensione di alimentazione senza assorbire elevate correnti, allora si può togliere del tutto la resistenza inserita.

All'avviamento occorre porre attenzione ad altre evenienze che possono danneggiare il motore.

Nell'avviamento a vuoto la coppia resistente è molto piccola e così lo sarà pure quella motrice  $C_m$  che la bilancia. In tal modo l'assorbimento di corrente risulta piccola e trascurabile la caduta " $R_i \cdot I$ ". Il numero di giri a vuoto è praticamente:

$$n_0 = \frac{V}{K \cdot \Phi} \quad (14.2.14)$$

Ora se la macchina si diseccita e  $\Phi \rightarrow 0$  il numero di giri a vuoto tende a valori così elevati da danneggiare la macchina.

Se invece la macchina si diseccita e  $\Phi \rightarrow 0$  sotto carico la coppia motrice  $C_m = K_c \cdot \Phi \cdot I$  tende a zero e il motore si ferma assorbendo una elevata corrente dalla linea

#### 14.2.8 Motore con eccitazione derivata

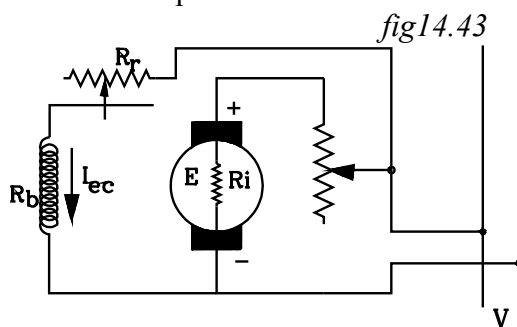
Il circuito di eccitazione è in derivazione con quello di indotto. La tensione di eccitazione  $V_{ec}$  è uguale a quella di alimentazione  $V$ : " $V_{ec} = V$ ".

La corrente di eccitazione è data da :

$$I_{ec} = \frac{V}{R_{ec}} \quad (14.2.15)$$

dove  $R_{ec}$  è la resistenza totale del circuito di eccitazione (compreso il reostato di campo)

Il comportamento del motore con eccitazione in derivazione è molto simile a quello con eccitazione separata.



Il flusso di induzione  $\Phi$  salvo l'effetto della reazione di indotto si può ritenere costante durante il funzionamento.

La corrente  $I$  assorbita dalla linea si divide in due rami in parallelo: il circuito di indotto assorbe la corrente  $I_i$ , quello di eccitazione la corrente  $I_{ec}$ .

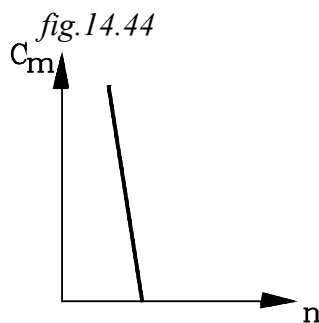
$$I = I_i + I_{ec} \quad (14.2.16)$$

Per spiegare il funzionamento ci si riferisca alle tre equazioni:

$$(14.2.17) \begin{cases} C_m = K \cdot \Phi \cdot I_i & (a) \\ E = V - R_i \cdot I_i & (b) \\ n = \frac{E}{K \cdot \Phi} = \frac{V - R_i \cdot I_i}{K \cdot \Phi} & (c) \end{cases}$$

Dove  $I_i$  è la corrente che scorre nell'indotto.

All'aumentare della coppia  $C_m$ , essendo il flusso  $\Phi$  pressoché costante, come si può constatare dalla (a), deve aumentare la corrente assorbita dall'indotto. Aumenterà così la caduta di potenziale " $R_i \cdot I_i$ " e diminuirà la f.c.e.m  $E$ : espressione (b). Al diminuire della  $E$  diminuisce il numero di giri  $n$  che la genera nella rotazione dei conduttori entro il campo magnetico.



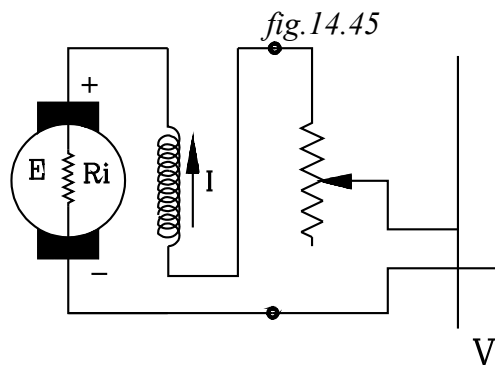
Nel motore ad eccitazione in derivazione la caratteristica meccanica della coppia in funzione del numero di giri è una retta molto inclinata rispetto all'asse delle ascisse. Esso è adatto a funzionare a velocità praticamente costante al variare del carico: *Macchine utensili tradizionali, pompe, ecc.*

#### 14.2.8.1 Avviamento del motore con eccitazione in derivazione

Si presenta lo stesso problema analizzato nel motore a eccitazione separata. All'avviamento, quando il rotore è fermo, la f.c.e.m  $E$  è nulla quindi la tensione di alimentazione viene applicata tutta sulla resistenza interna  $R_i$ , generando una elevata corrente di indotto che può danneggiare gli avvolgimenti. Per l'avviamento occorre inserire in serie all'indotto il *reostato di avviamento*, con la massima resistenza quando il rotore è fermo e si disinserisce man mano che aumenta il numero di giri del rotore che genera la f.c.e.m  $E$ .

Per scongiurare la mancanza del flusso di eccitazione durante il funzionamento del motore, che provocherebbe un elevato numero di giri, il circuito di eccitazione viene direttamente inserito sulla tensione di alimentazione. La regolazione del flusso viene ottenuto con un reostato di campo

#### Motori con eccitazione in serie



Il circuito di eccitazione è in serie a quello di indotto. I due circuiti sono percorsi dalla stessa corrente  $I$  assorbita dalla linea di alimentazione.

Il flusso di eccitazione è variabile con la corrente  $I$  assorbita.

Per bassi valori della corrente  $I$ , il flusso di induzione si può ritenere proporzionale ad essa. Ciò fino alla saturazione, oltre la quale, il flusso  $\Phi$  si mantiene pressoché costante.

Si ha quindi un comportamento diverso a seconda del basso o alto assorbimento di corrente.

Le tre equazioni interessanti il funzionamento si presentano nella forma:

$$(14.2.18) \begin{cases} C_m = K \cdot \Phi \cdot I & (a) \\ E = V - (R_i + R_{ec}) \cdot I & (b) \\ n = \frac{E}{K \cdot \Phi} = \frac{V - (R_i + R_{ec}) \cdot I}{K \cdot \Phi} & (c) \end{cases}$$

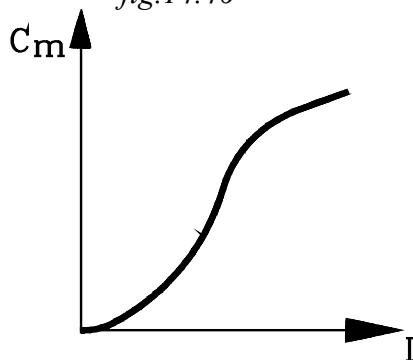
La caduta di potenziale avviene sulle resistenze di eccitazione e di indotto in serie tra loro:  $(R_i + R_{ec}) \cdot I$

Come si è detto il flusso  $\Phi$  si può ritenere proporzionale alla corrente  $I$ , quando questa è al disotto della saturazione:

$$\Phi = K_m \cdot I$$

La coppia  $C_m$  risulta inizialmente proporzionale al quadrato della corrente assorbita:

fig.14.46



$$C_m = K_m \cdot I^2$$

Essa ha andamento parabolico.

Raggiunta la saturazione l'andamento si scosta dalla parabola e tende ad un andamento rettilineo.

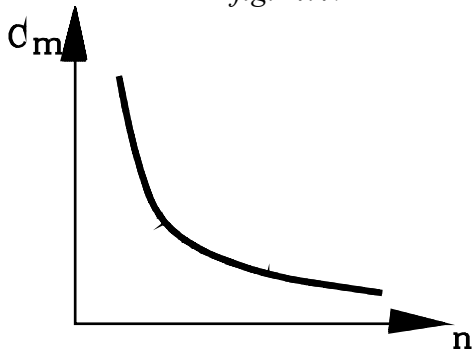
Si consideri ora l'andamento della coppia motrice  $C_m$  in relazione al numero di giri  $n$  del rotore.

Quando la coppia applicata al rotore è piccola lo risulta molto di più la corrente assorbita:

$$I = \sqrt{\frac{C_m}{K_m}}$$

Il circuito di eccitazione genererà un piccolissimo flusso  $\Phi$  e il numero di giri risulterà molto elevato. Trascurando la caduta  $(R_i + R_{ec}) \cdot I$ , esso è

fig.14.47



$$n \cong \frac{V}{K \cdot \Phi}$$

$$\text{Con } \Phi \rightarrow 0 \quad n \rightarrow \infty$$

Per piccoli valori della coppia il numero di giri può essere così elevato da danneggiare la macchina.

All'aumentare della coppia aumenta la corrente assorbita, aumenta il flusso e diminuisce il numero di giri.

Raggiunta la saturazione,  $\Phi$  rimane pressoché costante. In queste condizioni, aumentando la coppia sul rotore, aumenta proporzionalmente la corrente assorbita:  $C_m = K \Phi I$ . Nell'espressione del numero di giri  $n$ , il denominatore  $K \Phi$  rimane costante, mentre il numeratore diminuisce per effetto della caduta di potenziale:  $V - (R_i + R_{ec}) \cdot I$ .

$$n = \frac{V - (R_i + R_{ec}) \cdot I}{K \Phi}$$

Per coppie elevate il numero di giri risulta pressoché una retta molto inclinata rispetto all'asse delle ascisse contenete il numero di giri.

La caratteristica meccanica del motore in continua con eccitazione in serie è una caratteristica discendente, con un tratto pressoché rettilineo e molto pendente per grandi coppie. Si avvicina ad una iperbole equilatera per piccole coppie, con  $n \rightarrow \infty$  per  $C_m \rightarrow 0$

Il motore con eccitazione in serie ha una velocità molto variabile al variare del carico. Per piccole velocità si hanno elevate coppie motrici. Allo spunto la coppia risulta massima. Occorre evidentemente, come al solito, limitare la corrente assorbita allo spunto attraverso un reostato di avviamento.

La proprietà di potere disporre allo spunto di una elevata coppia motrice che può superare il carico esterno, rende il motore con eccitazione in serie, particolarmente adatto per le applicazioni negli apparecchi di sollevamento o nel campo della trazione elettrica.

## IN LABORATORIO

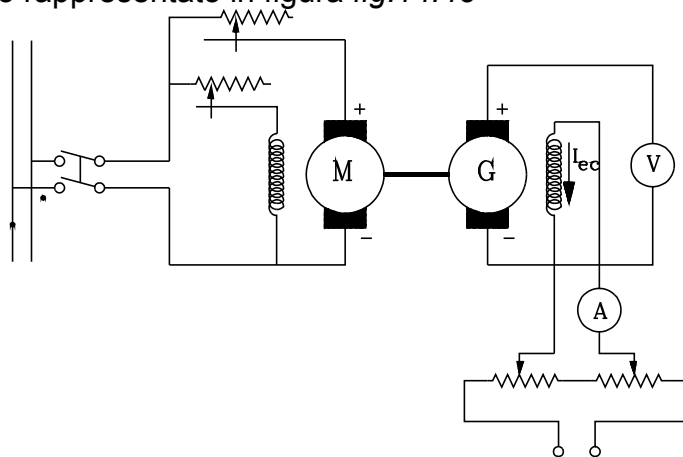
### 14.3.-1 Prova a vuoto di una dinamo

Come esempio dimostrativo, che non riveste eccessiva difficoltà, può essere effettuata a laboratorio una prova a vuoto di una dinamo.

Ovviamente la prova richiede la opportuna attrezzatura che, realisticamente, non sempre è disponibile nei laboratori della "Sezione Meccanici". Tale disponibilità si può avere se nell'Istituto vi è anche la "Sezione Elettrotecnici".

In mancanza di appropriata attrezzatura le prove proposte si prendano come indicazione delle operazioni da effettuare per attuarle.

Si monti l'impianto rappresentato in figura *fig. 14.48*



Nello schema con *M* è indicato un motore, il cui albero, collegato coassialmente con quello della dinamo, le trasmette il moto rotatorio.

Il motore deve ruotare con velocità costante e con un numero di giri pari a quello nominale della dinamo. A tale scopo può essere impiegato un motore in continua con eccitazione in derivazione o separata, mantenendo costante il flusso di eccitazione  $\Phi$  durante la prova e variandolo per portare il numero di giri a quello nominale.

Il numero di giri è rilevato da un contagiri.



Nella prova a vuoto della dinamo il carico che viene applicato sull'albero del motore è molto piccolo, per cui come motore di trascinamento può essere impiegato anche un motore asincrono il cui numero di giri rimane praticamente costante durante la prova.

La caratteristica a vuoto della dinamo viene rilevata con l'eccitazione separata, alimentata da una sorgente a corrente continua e il cui valore della tensione deve essere variata per ottenere delle correnti di eccitazione variabili da zero ad un valore massimo pari a l 20% in più di quello nominale.

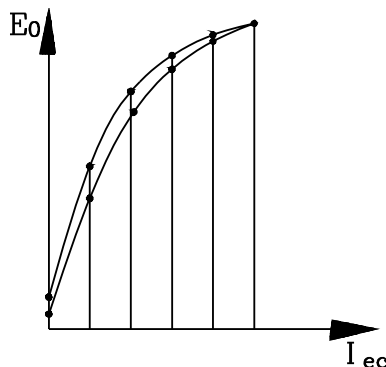
Ricordiamo che la caratteristica a vuoto è un grafico che rappresenta la *f.e.m.*  $E_0$  a vuoto ( con morsetti non collegati al carico) in funzione della corrente di eccitazione  $I_{ec}$  e con numero di giri costante pari a quella nominale " $n$ ".

Se si adopera per la prova un motore asincrono, non è possibile regolare il numero di giri in modo che si porti al valore nominale richiesto. Ciò però non rappresenta una limitazione, in quanto le *f.e.m.*  $E_0$  a vuoto sono proporzionali ai numeri di giri. Per cui, se il rilievo viene effettuato ad numero di giri  $n_1$  diverso da quello nominale  $n$ , si può determinare quella *f.e.m.* corrispondente a questo mediante una proporzione:

$$\frac{E_0}{E_1} = \frac{n}{n_1} \text{ da cui } E_0 = \frac{n}{n_1} \cdot E_1$$

#### Esecuzione della prova

- Si monta il circuito di figura. Il voltmetro in parallelo ai morsetti della dinamo misura la *f.e.m.* a vuoto, mentre l'ampmetro in serie al circuito di eccitazione della dinamo ne misura la relativa corrente di eccitazione.
- Avviato il motore, si porta il valore del numero di giri a quello nominale della dinamo.  
Con il circuito di eccitazione aperto si legge il valore segnato sul voltmetro. Questo può indicare un valore diverso da zero dovuto al flusso residuo.  
Si chiude il circuito di eccitazione con il reostato potenziometrico tutto inserito in modo da avere la minima corrente di eccitazione. In corrispondenza di questa si legge il valore indicato dal voltmetro.
- Si disinserisce man mano la resistenza aumentando la corrente di eccitazione e si rileva corrispondentemente il valore della tensione sul voltmetro
- Si effettuano più misure sempre in salita dei valori di  $I_{ec}$  fino a portare la tensione di uscita ad un valore massimo che superi il 20% del valore nominale.
- Effettuate più prove nella salita della corrente  $I_{ec}$  si effettuino le letture durante la discesa, aumentando di nuovo la resistenza potenziometrica posta nel circuito di eccitazione.
- Nella discesa, in corrispondenza degli stessi valori della corrente di eccitazione si ottengono valori diversi del potenziale. Ciò per il fenomeno di isteresi.



SALITA		DISCESA		CARATTERISTICA A VUOTO	
$I_{ec}$	$E_{0s}$	$I_{ec}$	$E_{0d}$	$E_{0d}$	$E_0 = \frac{E_{0s} + E_{0d}}{2}$

Alla fine si pongono i valori ottenuti su di una tabella e si traccia in base a questi il diagramma che rappresenta la *f.e.m*  $E$  in funzione della corrente di eccitazione.

Si ottengono due curve una in salita l'altra in discesa.

La caratteristica a vuoto è data dalla curva ottenuta dai valori medi delle tensioni.

### IN LABORATORIO

#### 14.3.-1 Prova diretta di un motore in corrente continua con eccitazione separata

Con questa prova si può determinare la curva caratteristica meccanica del motore, che rappresenta la coppia in funzione del numero di giri. Si può determinare inoltre il rendimento in funzione della potenza resa sull'albero.

Per rilevare la coppia motrice del motore occorre l'utilizzo di un freno che applica sull'albero una coppia resistente.

Possano essere utilizzati vari freni. Ci riferiamo come esempio alla dinamo- freno.

Questa ha uno statore oscillante.

Nelle azioni elettrodinamiche che si manifestano nella dinamo si genera una coppia che per azione e reazione è applicata sia al rotore che allo statore. Nella dinamo - freno la coppia applicata allo statore è equilibrata da un sistema basculante con un braccio "b" ed un peso Q.

La coppia è data dal prodotto:

$$C = b \cdot Q \cdot 9,81 \quad \text{Nm} \quad (14.3.1.1)$$

Dalla coppia si può ricavare la potenza resa sull'albero:

$$P_r = C \cdot \omega \quad \text{dove} \quad \omega = \frac{2\pi n}{60}$$

Sostituendo nella (14.3.1.1) si ottiene:

$$P_r = b \cdot Q \cdot 9,81 \cdot \frac{2\pi n}{60}$$

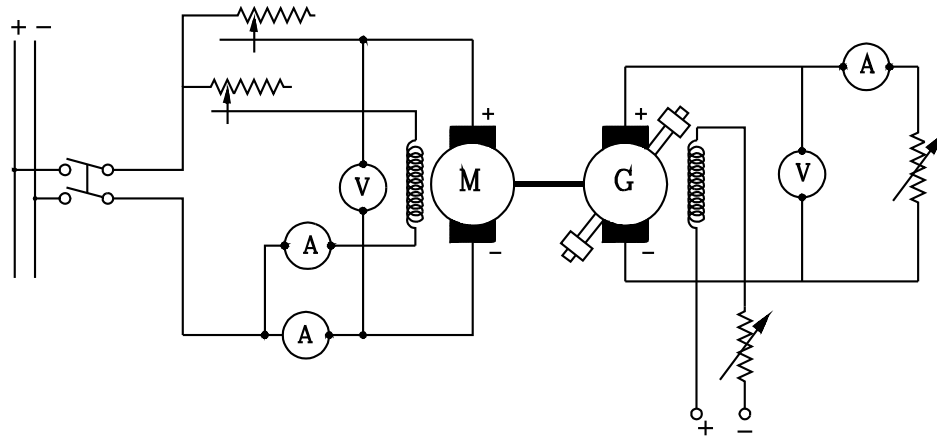
$$P_r = 1,027 \cdot b \cdot Q \cdot n \quad (14.3.1.2)$$

Con  $P_r$  misurata in w.

Esecuzione della prova

Si monti l'impianto rappresentato in figura.

fig.14.50



Si avvia il motore con il reostato di avviamento inserito e si regola l'eccitazione e l'alimentazione in modo che il voltmetro in parallelo ai morsetti del motore segni la tensione nominale e il contagiri il numero di giri nominale.

Si pone il peso  $Q$  sul braccio massimo dipendente dalla potenza nominale  $P_n$  e ricavabile dalla (14.3.1.2).

$$b_{max} = \frac{P_n}{1,027 \cdot Q \cdot n}$$

A questo punto si agisce sul carico e sul reostato posto sul circuito di eccitazione della dinamo freno fino a ottenere l'equilibrio del braccio.

Si pone poi il peso su di un braccio inferiore e si stabilisce di nuovo l'equilibrio.

In ogni prova viene letto oltre che il braccio  $b$  anche la tensione  $V$  del voltmetro in parallelo ai morsetti del motore e la corrente  $I$  letta sull'ampmetro in serie al circuito di alimentazione.

Le letture effettuate si riportano su due tabelle.

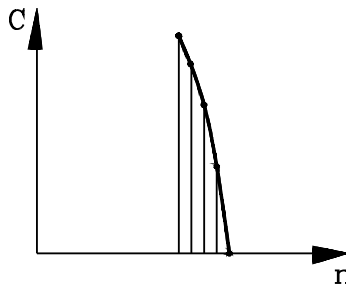


fig.14.5

$n$	$b$	$Q$	$C$

In una prima tabella si riporta in corrispondenza del numero di giri la relativa coppia rilevata.

Dai valori ottenuti si ricava il grafico della caratteristica meccanica.

Dalla coppia si può rilevare la potenza resa sull'albero del motore, data dalla (14.3.1.2)

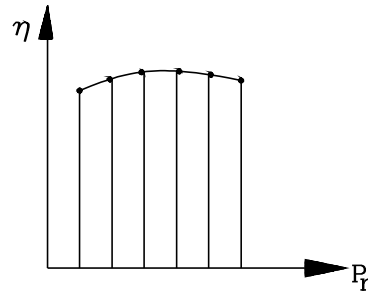
$$P_r = 1,027 \cdot b \cdot Q \cdot n$$

Il rilievo della tensione ai morsetti del motore e della corrente assorbita, permette di determinare la potenza assorbita dal motore:

$$P_a = V \cdot I$$

Il rapporto tra la potenza resa e quella assorbita dalla linea dà il rendimento del motore:

$$\eta = \frac{P_r}{P_a}$$



14.52

fig.

$n$	$C$	$P_r$	$V$	$I$	$P_a$	$\eta$

Si effettua una tabella dei valori rilevati e con questi si può effettuare il grafico che dà il rendimento del motore in funzione della potenza resa sull'albero.

## 15 TRASFORMATORI

### 15.1 Generalità

La corrente alternata offre, rispetto alla continua, la convenienza di poter effettuare la trasformazione della potenza erogata o assorbita, in modo che essa si presenti con *un'alta tensione e bassa corrente* o viceversa.

La potenza elettrica apparente è data dal prodotto:

$$P = V \cdot I \quad (15.1.1)$$

Si può quindi ottenere la stessa potenza, innalzando la tensione e abbassando proporzionalmente la corrente o viceversa.

La trasformazione della tensione (*e inversamente della corrente*) può avvenire su delle macchine statiche (*senza organi in movimento*), denominate *trasformatori*, di semplice costruzione e di alto rendimento.

La necessità di dover trasformare la tensione si presenta nel trasporto e distribuzione dell'energia elettrica a elevate distanze dal luogo di generazione a quello di utenza.

Negli apparecchi di utilizzazione (*illuminazione domestica, motori, elettrodomestici ecc.*) la corrente assorbita deve essere a bassa tensione, ciò per motivi di sicurezza e di costruzione.

Nell'utenza la corrente deve essere distribuita con bassa tensione.

Dalla centrale di generazione al luogo di consumo l'energia elettrica viene trasportata con linee, costituite da conduttori, la cui sezione deve essere, per ragioni di costo e di costruzione, la minima possibile.

I conduttori delle linee presentano una certa resistenza distribuita linearmente e quindi, nel trasportare la corrente, disperdono energia. Questa è proporzionale alla resistenza totale e al quadrato della corrente che scorre nel conduttore:

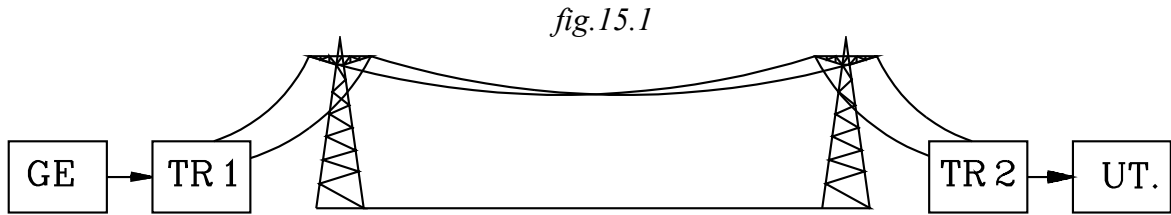
$$P_d = R \cdot I^2 \quad (15.1.2)$$

Per minimizzare la potenza dispersa nel trasporto di energia elettrica occorre rendere più piccola possibile la corrente  $I$  che scorre nei conduttori della linea di trasmissione.

Da quanto detto ne viene che:

Per poter trasportare una elevata potenza sulla linea, occorre elevare di molto la tensione  $V$ , all'uscita della centrale per poter abbassare la corrente  $I$  a valori che rendano accettabile la dispersione di potenza in linea e in modo che il prodotto  $V \cdot I$  dia il valore della potenza apparente nominale  $P$ .

Le macchine generatrici "*Alternatori*" che producono la corrente alternata la forniscono ad una tensione non elevata: compatibile con le loro esigenze costruttive.



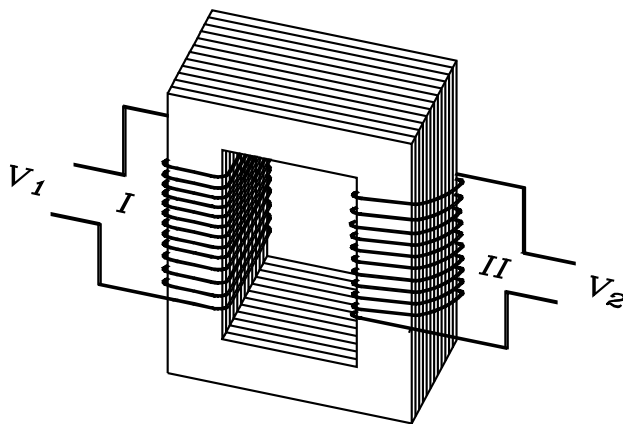
Occorre, quindi, che la corrente che esce dal generatore *GE* venga inviata in un trasformatore *TR1* che ne elevi la tensione agli alti valori necessari per la trasmissione sulla linea. Nel luogo di consumo occorrerà effettuare la trasformazione inversa: dalla alta tensione di trasporto alla bassa di utilizzazione. Nell'utenza la linea invia la corrente su un trasformatore *TR2* che effettua l'abbassamento di tensione. La corrente viene poi distribuita all'utenza *UT.*

## 15.2 Costituzione di un trasformatore monofase

Il trasformatore monofase è costituito da un nucleo di ferro, formato da un pacco lamellare di lamierini sagomati e isolati uno rispetto all'altro, sul quale vengono investiti due avvolgimenti, dei quali: quello di ingresso viene denominato *primario*, quello di uscita *secondario*.

### 15.2.1 Principio di funzionamento di un trasformatore ideale monofase

*fig.15.2*



La tensione alternata  $V_1$ , prelevata dalla linea di alimentazione e applicata al primario, genera in questo una corrente che crea nel nucleo un flusso  $\Phi$ , il quale si concatena sia con il primario che con il secondario.

Per semplicità di trattazione si considera, ora, un trasformatore ideale nel quale non vi siano perdite nel rame e nel ferro: si ipotizzano conduttori perfetti senza resistenza e si trascura la dissipazione di potenza che si verifica nel

nucleo di ferro, per isteresi e correnti parassite.

#### 15.2.1.1 Funzionamento a vuoto

Si inizia a studiare il comportamento a vuoto del trasformatore: quando cioè il circuito secondario è aperto e non allacciato ad un carico

Con queste ipotesi il primario assorbe una corrente  $I_\mu$  di magnetizzazione che serve per generare il flusso  $\Phi$ . Questo è una grandezza alternata che risulta in fase con al corrente  $I_\mu$  che l'ha generato.

Il flusso  $\Phi$ , essendo una grandezza sinusoidale, concatenandosi con il primario genera in questo una f.e.m  $e_1$  indotta:

$$e_1 = - \frac{d\Phi}{dt} \cdot N_1 \quad (15.2.1)$$

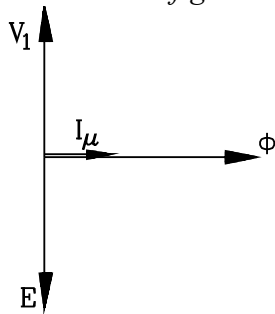
Nel campo complesso risulta:

$$\dot{E}_1 = - j\omega \dot{\Phi} N_1 \quad (15.2.2)$$

Dove  $\dot{E}_1$  rappresenta la forza elettromotrice indotta nel primario. Essa risulta sfasata di  $90^\circ$  in ritardo rispetto al flusso  $\dot{\Phi}$ .

### 15.2.1.1.1 Equilibrio del primario

fig.15.3



Avendo fatto l'ipotesi che non vi siano perdite nel rame, la tensione  $\dot{V}_1$  applicata al primario viene equilibrata solamente dalla forza elettromotrice indotta  $\dot{E}_1$ :

$$\dot{V}_1 + \dot{E}_1 = 0 \quad \text{da cui} \quad \dot{V}_1 = -\dot{E}_1$$

$$\dot{V}_1 = j\omega \dot{\Phi} N_1 \quad (15.2.3)$$

In figura viene riportato il diagramma vettoriale che descrive il funzionamento a vuoto del trasformatore ideale:

Dal primario viene assorbita la corrente  $\vec{I}_\mu$  che, in fase con essa, crea il flusso  $\vec{\Phi}$ . Questo genera, a sua volta, la forza elettromotrice  $\vec{E}_1$  in ritardo di  $90^\circ$  rispetto ad esso. Per l'equilibrio del primario la tensione di alimentazione  $\vec{V}_1$  è un vettore uguale e contrario alla forza elettromotrice indotta  $\vec{E}_1$ .

Si indichi con  $\Phi_M$  il valore massimo del flusso sinusoidale generato. Il valore massimo della *f.e.m.* indotta sarà:

$$E_{1M} = \omega \Phi_M \cdot N_1 \quad E_{1M} = 2\pi f \cdot \Phi_M \cdot N_1$$

Il valore efficace della forza elettromotrice indotta sarà:

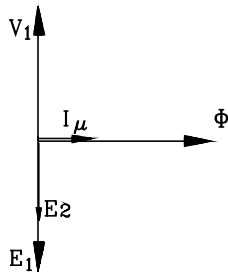
$$E_1 = \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} \cdot \Phi_M \cdot N_1$$

$$E_1 = 4,44 \cdot \Phi_M \cdot N_1 \quad (15.2.4)$$

### 15.2.1.1.2 Equilibrio del secondario

Nel funzionamento a vuoto il circuito secondario è aperto e, quindi, non vi scorre alcuna corrente.

fig.15.4



Il flusso sinusoidale  $\dot{\Phi}$  generato dal primario va a concatenarsi con il secondario e induce in esso una forza elettromotrice indotta, data da una espressione simile a quella formulata per il primario; solamente che in questo caso il flusso si concatena con il numero di spire  $N_2$  invece che  $N_1$ .

$$\dot{E}_2 = -j\dot{\Phi} N_2 \quad (15.2.5)$$

La forza elettromotrice  $\dot{E}_2$  indotta nel secondario risulta sfasata di  $90^\circ$  in ritardo rispetto al flusso  $\dot{\Phi}$ . Ne viene che il vettore  $\vec{E}_2$  che rappresenta la *f.e.m.* indotta nel secondario è a  $90^\circ$  in ritardo rispetto al flusso  $\vec{\Phi}$  e risulta quindi in fase con il vettore  $\vec{E}_1$  che rappresenta la forza elettromotrice indotta nel primario

Ripetendo lo stesso procedimento adottato per determinare l'espressione del valore efficace della forza elettromotrice indotta nel primario, quella del secondario sarà:

$$E_2 = 4,44 \cdot f \cdot \Phi_M \cdot N_2 \quad (15.2.6)$$

La tensione  $V_2$  che si preleva all'uscita del secondario è uguale alla forza  $E_2$  in esso indotta.

$$V_2 = E_2 = 4,44 \cdot f \cdot \Phi_M \cdot N_2 \quad (15.2.7)$$

### 15.2.1.1.3 Rapporto di trasformazione k

Nel trasformatore ideale senza perdite risulta a vuoto:

$$\begin{cases} V_1 = E_1 = 4,44 f \cdot \Phi_M \cdot N_1 \\ V_2 = E_2 = 4,44 f \cdot \Phi_M \cdot N_2 \end{cases} \quad \text{dividendo membro a membro si ha:}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = k \quad (15.2.8)$$

Dove k viene denominato rapporto di trasformazione

Le tensioni del primario e del secondario sono, direttamente proporzionali al rispettivo numero di spire.

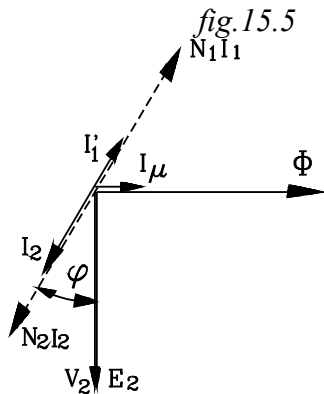
In pratica, per abbassare la tensione con un trasformatore, si pongono in esso più spire  $N_1$  al primario e meno  $N_2$  al secondario. La tensione si abbassa secondo il rapporto:

$$V_2 = \frac{N_2}{N_1} \cdot V_1 = \frac{1}{k} \cdot V_1$$

Risulta  $V_2 < V_1$

Viceversa occorre fare se si vuole innalzare la tensione: si pongono, meno spire al primario e più al secondario. Risulta in tal caso:  $V_2 > V_1$

### 15.2.1.1.4 Funzionamento del trasformatore ideale sotto carico



Si chiuda il circuito secondario su di un carico induttivo  $\dot{Z}_2 = R_2 + jX_2$ . Circolerà in esso una corrente  $\dot{I}_2$  dovuta alla *f.e.m.*  $\dot{E}_2$ , che, in assenza di perdite nel rame, si applicherà tutta sull'impedenza di carico  $\dot{Z}_2$ . In questo caso ideale, la tensione sul carico  $\dot{V}_2$  è uguale alla *f.e.m.*  $\dot{E}_2$

$$\dot{V}_2 = \dot{E}_2$$

$$\dot{V}_2 = (R_2 + jX_2) \cdot \dot{I}_2 \quad \dot{I}_2 = \frac{\dot{V}_2}{R_2 + jX_2}$$

La corrente  $\dot{I}_2$  è sfasata dell'angolo  $\varphi$  in ritardo rispetto alla tensione  $\dot{V}_2$ :

$$\varphi = - \arctg \frac{X_2}{R_2}$$



La corrente  $\dot{I}_2$  che circola nell'avvolgimento secondario genera una *forza magneto motrice*  $N_2 \cdot I_2$  in fase con  $\dot{I}_2$ . In tal modo, quando dalla condizione di funzionamento a vuoto si passa a quella del secondario chiuso sul carico, alla *f.m.m.*  $N_1 \cdot I_\mu$ , che si aveva a vuoto per la sola corrente di magnetizzazione  $I_\mu$ , si somma la *f.m.m.*  $N_2 \cdot I_2$ , prodotta dalla corrente  $\dot{I}_2$ .

Per effetto della *f.m.m.*  $N_2 \cdot I_2$  il flusso  $\Phi$  tende a variare. Questo non può avvenire a regime. Infatti, se si verificasse una variazione del flusso dalla condizione a vuoto a quella sotto carico, varierebbe anche la *f.e.m.*  $E_1 = 4,44 f N_1 \cdot \dot{\Phi}_M$  indotta sul primario; mentre, questa, per l'equilibrio, dovrà essere sempre uguale alla tensione di alimentazione  $V_1$  che è costante.

$$V_1 = E_1 = 4,44 f \cdot \dot{\Phi}_M \cdot N_1 \quad (15.2.9)$$

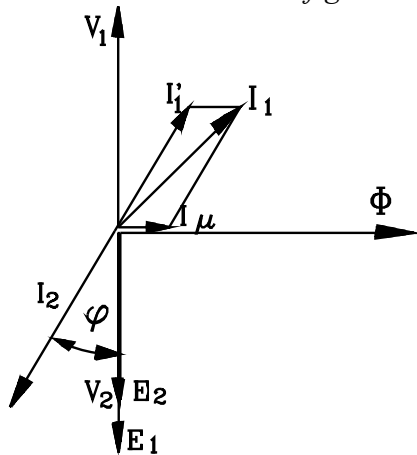
Affinché, quando si chiude il circuito secondario su di un carico, il flusso possa rimanere costante, occorre che il circuito primario assorba dalla rete una ulteriore corrente  $I'_1$  (oltre quella di magnetizzazione  $I_\mu$ ) tale che la *forza magneto motrice*  $N_1 \cdot I'_1$  da essa generata equilibri quella data dalla corrente assorbita nel secondario  $N_2 \cdot I_2$ .

$$N_1 \cdot I_1 + N_2 \cdot I_2 = 0$$

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I'_1} = k \quad (15.2.10)$$

Dopo una fase transitoria, a regime, la *f.m.m.*  $N_1 \cdot I'_1$ , detta di reazione, assorbita dal primario, equilibra la *f.m.m.*  $N_2 \cdot I_2$  prodotta nel secondario. Sotto carico, quindi, la *f.m.m.* risultante è uguale a quella che si ha a vuoto  $N_1 \cdot I_\mu$ , che serve per generare il flusso  $\Phi$

fig15.6



La corrente assorbita dal primario è data dalla somma vettoriale (o dei numeri complessi) della corrente di magnetizzazione  $\bar{I}_\mu$  e della corrente di reazione  $\bar{I}'_1$

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_\mu + \bar{I}'_1$$

Per l'equilibrio del primario risulterà ancora:

$$\bar{V}_1 = -\bar{E}_1$$

Riassumendo nel trasformatore ideale si ha:

$$\begin{cases} V_1 = E_1 = 4,44 \cdot N_1 \cdot \dot{\Phi}_1 \\ V_2 = E_2 = 4,44 \cdot N_2 \cdot \dot{\Phi}_2 \end{cases}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I'_1} \quad (15.2.11)$$

### 15.2.2 Trasformatore reale

In pratica durante il funzionamento del trasformatore si presentano delle perdite di potenza. Queste sono dovute:

- a- Alla resistenza ohmica dei conduttori che costituiscono gli avvolgimenti primario e secondario, proporzionali al quadrato della corrente assorbita :  $P_{rame} = R \cdot I^2$
- b- Alle perdite nel ferro dovute al fenomeno di isteresi magnetica. Si dimostra che esse sono date dalle seguenti espressioni:

$$P_{ist} = 365 \cdot f \cdot B_M^{1,6} \quad \text{w/m}^3 \quad \text{lamiere normali}$$

$$P_{ist} = 200 \cdot f \cdot B_M^{1,6} \quad \text{w/m}^3 \quad \text{lamiere al silicio}$$

Le perdite per isteresi sono proporzionali alla frequenza e circa al quadrato della induzione (*quadrato della tensione*).

- c- Alle perdite nel ferro dovute alle correnti parassite indotte in esso dalla variazione del flusso. Si dimostra che esse sono date dalle seguenti espressioni:

$$P_{cp} = 14 \cdot f^2 \cdot \delta^2 \cdot B_M^2 \quad \text{w/m}^3 \quad \text{lamiere normali}$$

$$P_{cp} = 5 \cdot f^2 \cdot \delta^2 \cdot B_M^2 \quad \text{w/m}^3 \quad \text{lamiere al silicio}$$

Dove  $\delta$  è lo spessore dei lamierini in mm.

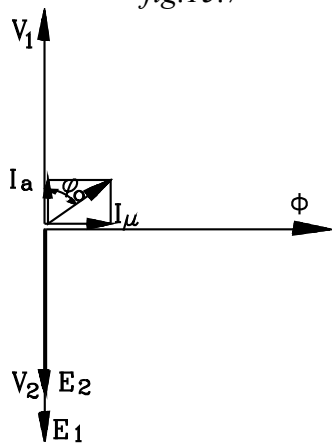
Le perdite per correnti parassite sono proporzionali al quadrato della frequenza e della induzione (*quadrato della tensione*)

### 15.2.2.1 Funzionamento a vuoto di un trasformatore reale

Nel funzionamento a vuoto il primario assorbe una piccola corrente  $I_0$ . Se si inserisce un misuratore di potenza attiva (*wattmetro*) si nota che, a vuoto, il trasformatore assorbe anche una piccola potenza attiva  $P_0$ . Questa viene tutta dissipata in calore, essendo nulla la potenza utilizzata: il circuito secondario è aperto e  $I_2 = 0$

I conduttori del primario hanno una bassa resistenza; per cui, a vuoto, quando la corrente assorbita  $I_0$  è piccola, risulta trascurabile la potenza dissipata sul rame.

fig.15.7



La potenza assorbita  $P_0$  e dissipata a vuoto dal trasformatore coincide, in pratica, con le perdite nel ferro: per isteresi e correnti parassite:

$$P_0 = P_{fe} = P_{ist} + P_{cp} \quad (15.2.12)$$

Occorre ricordare che il trasformatore assorbe dalla rete la corrente di magnetizzazione  $I_\mu$ , per generare il flusso  $\Phi$ , ed essa risulta a  $90^\circ$  in ritardo rispetto alla tensione di alimentazione  $V_1$  (vedi diagrammi vettoriali precedenti). La corrente  $I_\mu$  non assorbe potenza attiva: come si dice è swattata ( $I_\mu \cdot V_1 \cdot \cos 90^\circ = 0$ ).

La potenza  $P_0$  dissipata a vuoto non può che essere una componente  $I_a$  della corrente totale  $I_0$  in fase con la tensione  $V_1$  e dovuta in pratica alle perdite nel ferro.

Nel funzionamento a vuoto del trasformatore reale, il primario assorbe dalla linea: la corrente  $I_\mu$  (sfasata di  $90^\circ$  in ritardo rispetto a  $V_1$ ), necessaria per generare il flusso  $\Phi$ , e la corrente  $I_a$  (in fase con  $V_1$ ), dovuta alle perdite nel ferro.

Viene riportato il diagramma vettoriale del trasformatore reale funzionante a vuoto. viene trascurata la perdita nel rame del primario, per cui si ritiene in prima approssimazione che:

$$V_1 \cong -E_1 \quad (15.2.13)$$

La corrente di magnetizzazione  $\vec{I}_\mu$  genera il flusso  $\vec{\phi}$  in fase con essa.

Le due f.e.m  $E_1$   $E_2$  del primario e secondario risultano a  $90^\circ$  in ritardo rispetto a  $\vec{\phi}$

Per l'equilibrio del primario la tensione di alimentazione  $\vec{V}_1$  è circa uguale e contraria alla f.e.m  $E_1$ .

Si riporta quindi la componente della corrente  $I_a$  in fase con la tensione  $\vec{V}_1$ , dovuta alla dissipazione di potenza nel ferro.

Si compongono le due correnti  $\vec{I}_\mu$   $\vec{I}_a$  e si ottiene la corrente totale  $I_0$  assorbita a vuoto dal trasformatore.

$$\vec{I}_0 = \vec{I}_a + \vec{I}_\mu \quad \text{da cui}$$

$$I_0 = \sqrt{I_a^2 + I_\mu^2} \quad (15.2.14) \quad \text{tag} \phi_0 = \frac{I_\mu}{I_a} \quad (15.2.15)$$

La potenza a vuoto, coincidente in pratica con le perdite nel ferro, è data da:

$$P_0 \cong P_{fe} = I_0 \cdot V_1 \cdot \cos \phi_0 \quad (15.2.16)$$

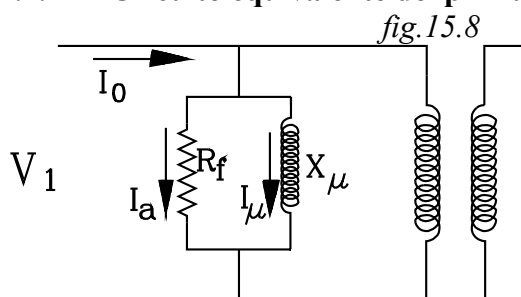
Nella prova a vuoto del trasformatore vengono misurate la corrente  $\vec{I}_0$  e la potenza  $P_0$  assorbite. Da queste si può ricavare  $\cos \phi_0$

$$\cos \phi_0 = \frac{P_0}{V_1 \cdot I_0} \quad (15.2.17)$$

Si possono determinare le due componenti della corrente:

$$I_a = I_0 \cdot \cos \phi_0 \quad (15.2.18) \quad I_\mu = I_0 \cdot \sin \phi_0 \quad (15.2.19)$$

### 15.2.2.2 Circuito equivalente del primario



La corrente  $\vec{I}_0$  è somma di due componenti, di cui: la  $I_a$  risulta in fase e l'altra  $\vec{I}_\mu$  in ritardo di  $90^\circ$  rispetto alla tensione di alimentazione  $\vec{V}_1$ . Ciò corrisponde ad avere un parallelo alla tensione di alimentazione  $\vec{V}_1$ , tra una resistenza equivalente  $R_f$ , su cui scorrendo la componente  $I_a$  assorbe la potenza attiva pari a quella

dissipata, e una reattanza induttiva equivalente  $X_f$ , sulla quale scorre la componente magnetizzante  $\vec{I}_\mu$ .

Il circuito equivalente è quello rappresentato in figura fig.15.8, con la resistenza  $R_f$  e la reattanza  $X_f$  poste in parallelo all'alimentazione.

La corrente  $I_a$  che scorre sulla resistenza  $R_f$  tiene conto della potenza  $P_0$  dissipata a vuoto dal trasformatore:

$$P_0 \doteq P_{fe} = R_f \cdot I_a^2 \quad (15.2.20) \quad \text{da cui} \quad R_f = \frac{P_0}{I_a^2} \quad (15.2.21)$$

Sarà anche

$$R_f = \frac{V_1}{I_a} \quad (15.2.22) \quad \text{con} \quad V_1 \doteq -E_1$$

La corrente che scorre sulla reattanza è quella di magnetizzazione. Risulta:

$$X_f = \frac{V_1}{I_\mu} \quad (15.2.23)$$

Concludendo:

Con la prova a vuoto del trasformatore si misura una potenza assorbita, che in pratica si può far coincidere con le perdite nel ferro  $P_{fe}$ . Misurando la corrente assorbita  $I_0$  si possono determinare le sue due componenti  $\bar{I}_\mu$ ,  $\bar{I}_a$  e il circuito equivalente, composto della resistenza  $R_f$  e della reattanza  $X_f$  in parallelo alla alimentazione.

### Esempio

Un trasformatore monofase viene alimentato alla tensione nominale di  $V_1 = 380 \text{ V}$  alla frequenza di  $f = 50 \text{ Hz}$ .

In una prova a vuoto alimentato sul primario alla tensione e frequenza nominale assorbe una potenza di  $P_0 = 152 \text{ W}$  e una corrente  $I_0 = 2 \text{ A}$ .

Determinare gli elementi del circuito equivalente del primario relativi alle perdite nel ferro e alla corrente di magnetizzazione e le componenti della corrente che scorrono su di essi.

Dalla potenza assorbita  $P_0$  si ricava  $\cos \varphi_0$

$$\cos \varphi_0 = \frac{P_0}{V_1 \cdot I_0} \quad \cos \varphi_0 = \frac{152}{380 \cdot 2} = 0,2 \quad \varphi_0 = 76,46^\circ$$

Le componenti della corrente risultano

$$I_a = I_0 \cdot \cos \varphi_0 = 2 \cdot \cos 76,46^\circ = 0,4 \text{ A}$$

$$I_\mu = I_0 \cdot \sin \varphi_0 = 2 \cdot \sin 76,46^\circ = 1,959 \text{ A}$$

Si ottiene:

$$R_f = \frac{V_1}{I_a} = \frac{380}{0,4} = 950 \Omega$$

$$X_f = \frac{V_1}{I_\mu} = \frac{380}{1,959} = 194 \Omega$$

### 15.2.2.3 Trasformatore sotto carico

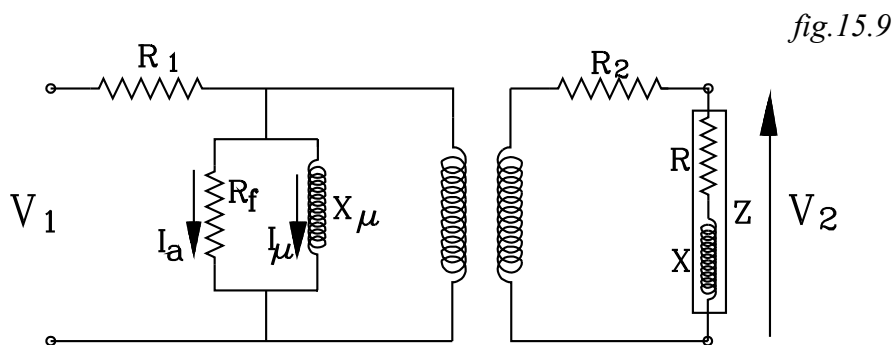
Chiuso il circuito secondario su di un carico esterno  $\dot{Z} = R + jX$  (normalmente è induttivo), la tensione  $\dot{V}_2$ , disponibile ai capi dell'avvolgimento secondario, fornisce in uscita la corrente  $\dot{I}_2$  che scorre sulla impedenza  $\dot{Z}$ .

La corrente  $\dot{I}_2$  che scorre sul carico esterno determina su questo una potenza attiva e reattiva assorbita. Dette potenze dovranno essere fornite dal circuito primario, il quale a sua volta le preleva dalla linea di alimentazione. Ne deriva che alla corrente  $\dot{I}_2$  erogata dal secondario deve corrispondere una corrente  $\dot{I}_1$  che circola nel primario in modo che sia rispettato il bilancio delle potenze.

### 15.2.2.3.1 Resistenza del primario e del secondario

Sotto carico le correnti  $\dot{I}_1$ ,  $\dot{I}_2$  hanno valori apprezzabili, quindi non risulta più trascurabile la caduta di potenziale che si ha sulla resistenza  $R_1$  offerta dal filo conduttore dell'avvolgimento primario. Inoltre sotto carico sul secondario circola la corrente  $\dot{I}_2$  che determina una caduta di potenziale sulla resistenza  $R_2$  offerta dal filo conduttore dell'avvolgimento secondario.

Nel circuito equivalente del trasformatore occorre aggiungere la resistenza  $R_1$  sul primario e  $R_2$  sul secondario



### 15.2.2.3.2 Reattanza di dispersione

Considerando il trasformatore funzionante sotto carico, sugli avvolgimenti primario e secondario circolano, rispettivamente, le correnti  $\dot{I}_1$  e  $\dot{I}_2$ . Queste producono la *f.m.m.*  $N_1 \cdot I_1 + N_2 \cdot I_2$  che genera il flusso  $\Phi$  incanalato entro il nucleo, determinante il trasferimento di potenza dal primario al secondario.

Oltre al flusso utile  $\Phi$  occorre considerare che ciascuna corrente scorrendo nel proprio avvolgimento genera un flusso che si richiude su sé stesso attraverso l'aria, costituendo un *flusso disperso* che non si accoppia all'altro avvolgimento.

I *flussi dispersi* del primario e del secondario sono proporzionali alle rispettive correnti

Flusso di dispersione sul primario:

$$\Phi_{d1} = L_1 \cdot I_1$$

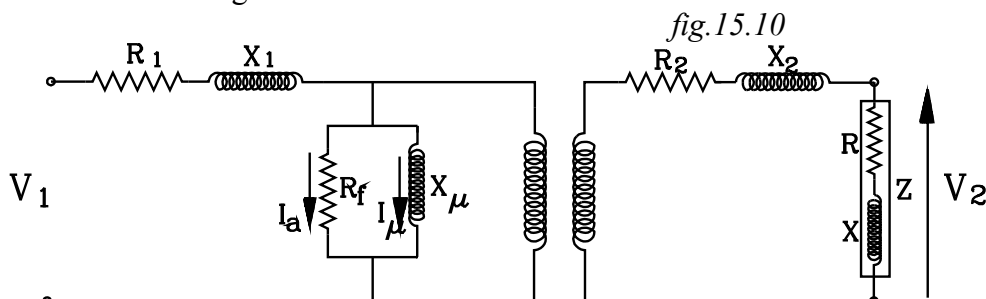
Flusso di dispersione sul secondario:

$$\Phi_{d2} = L_2 \cdot I_2$$

Detti flussi dispersi determinano nei propri avvolgimenti delle *f.e.m.* di autoinduzione e quindi si comportano come se in serie agli avvolgimenti vi fossero delle reattanze, e precisamente:

$$X_1 = \omega L_1 \quad \text{In serie all'avvolgimento primario}$$

$$X_2 = \omega L_2 \quad \text{In serie all'avvolgimento secondario}$$



Il circuito equivalente del trasformatore risulta quello rappresentato in figura, dove:

$R_1$  É la resistenza dell'avvolgimento primario e che determina in esso la perdita di potenza per effetto Joule.

$X_1$  É la reattanza di dispersione del primario. Essa tiene conto del flusso disperso in aria dall'avvolgimento primario.

$R_f$  É una resistenza equivalente che assorbe una potenza pari a quella dissipata nel ferro per isteresi e correnti parassite

$X_\mu$  É la reattanza equivalente la quale assorbe una corrente pari a quella di magnetizzazione  $I_\mu$

$R_2$  É la resistenza dell'avvolgimento secondario e che determina in esso la perdita di potenza per effetto Joule.

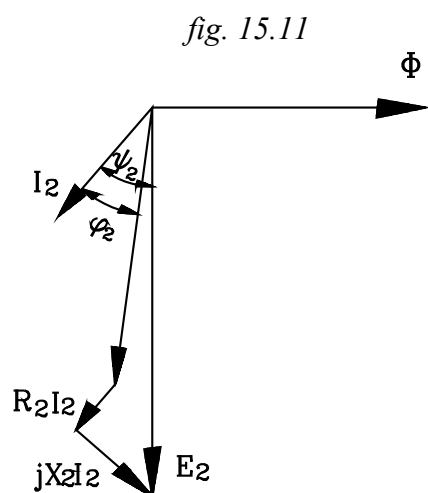
$X_2$  É la reattanza di dispersione del secondario. Essa tiene conto del flusso disperso in aria dall'avvolgimento secondario.

$Z$  É l'impedenza equivalente del carico

### 15.2.3 Diagramma vettoriale del trasformatore sotto carico

La fase  $\phi_2$  della corrente  $\dot{I}_2$ , erogata dal secondario, rispetto alla tensione  $\dot{V}_2$  dipende dalla impedenza del carico  $\dot{Z}$ .

$$\operatorname{tg} \phi_2 = \frac{X}{R} \quad (15.2.25)$$



Si inizi a costruire il diagramma vettoriale partendo dall'equilibrio della maglia formata dal circuito secondario.

Nell'avvolgimento secondario si induce la *f.e.m.*  $\dot{E}_2$  che viene equilibrata dalla tensione ai capi del carico  $\dot{V}_2$  e dalle cadute sulla resistenza  $R_2$  e sulla reattanza  $X_2$ .

$$\dot{E}_2 = \dot{V}_2 + R_2 \cdot \dot{I}_2 + jX_2 \cdot \dot{I}_2 \quad (15.2.24)$$

Risulta anche:

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{E}_2}{(R_2 + R) + j(X_2 + X)} \quad (15.2.25)$$

La corrente  $\dot{I}_2$  viene rappresentata da un vettore sfasato in ritardo di  $\psi_2$  rispetto alla *f.e.m.*  $\dot{E}_2$  (il carico si è supposto induttivo).

$$\operatorname{tg} \psi_2 = - \frac{X_2 + X}{R_2 + R} \quad (15.2.26)$$

- Posto in fase zero il flusso  $\vec{\phi}$ , si traccia la *f.e.m.*  $\vec{E}_2$  in ritardo di  $90^\circ$  rispetto a quella.

$$E_2 = 4,44 f \cdot N_2 \cdot \phi \quad (15.2.27)$$

- Si può così disegnare il vettore rappresentante la corrente  $\vec{I}_1$  sfasato in ritardo di  $\psi_1$  rispetto a  $\vec{E}_2$ .
- Occorre ora tracciare il vettore  $\vec{V}_2$  della tensione applicata ai capi del carico.

Dalla (15.2.24) si ricava  $\dot{V}_2$

$$\dot{V}_2 = \dot{E}_2 - R_2 \cdot \dot{I}_2 - jX_2 \cdot \dot{I}_2 \quad (15.2.28)$$

- Dalla espressione si rileva che, per determinare il vettore  $\vec{V}_2$ , si parte dal vettore  $\vec{E}_2$  e, a ritroso, si sottrae la caduta " $jX_2 \cdot \dot{I}_2$ ", rappresentata da un vettore a  $90^\circ$  in anticipo rispetto a  $\vec{I}_1$ ; di seguito si sottrae la caduta " $R_2 \cdot \dot{I}_2$ ", rappresentata da un vettore in fase con  $\vec{I}_1$ .
- Si ottiene così il vettore  $\vec{V}_2$  il quale è in anticipo di  $\phi_1$  rispetto alla corrente  $\vec{I}_1$ .

Si procede ora alla rappresentazione vettoriale delle grandezze elettriche del primario

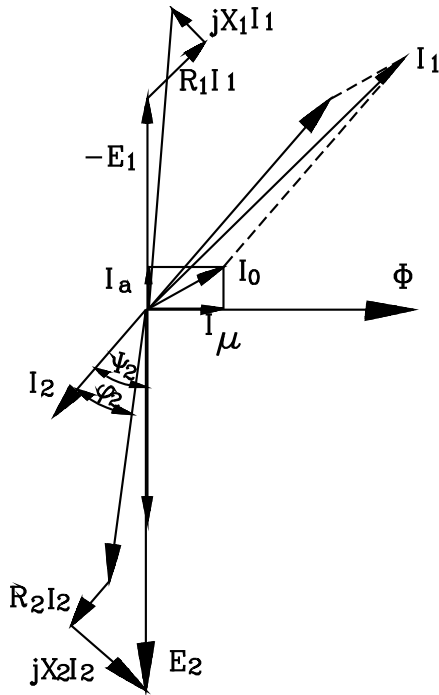
- Il flusso  $\vec{\phi}$  genera nel primario la *f.e.m.*  $\dot{E}_1$  in ritardo di  $90^\circ$  rispetto al primo

$$E_1 = 4,44 f \cdot N_1 \cdot \phi$$

Il rapporto tra le *f.e.m.* del primario e secondario è sempre uguale al rapporto inverso del numero di spire

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{N_2}{N_1} = k \quad (15.2.29)$$

Si discosta invece dal valore  $k$  il rapporto  $\frac{V_1}{V_2}$  tra la tensione ai morsetti del primario e del secondario.



Dal circuito primario viene sempre richiesta la corrente  $I_0$ , la cui componente  $I_\mu$  genera il flusso  $\Phi$  in fase con essa, mentre l'altra componente  $I_a$ , a  $90^\circ$  in anticipo rispetto a  $I_\mu$ , esprime la potenza assorbita per le perdite nel ferro.

Ora, come è già stato spiegato nel trasformatore ideale, la corrente  $I_2$  provoca una *f.m.m.*  $N_2 \cdot I_2$  che tenderebbe a variare il flusso  $\Phi$ , ma questo non può avvenire, essendo la tensione di alimentazione del primario costante. Ciò vuol dire che la corrente  $I_2$  fa sì che il primario assorba dalla linea di alimentazione una corrente di reazione  $I'_1$ , tale che la *f.m.m.*  $N_1 \cdot I'_1$  equilibri quella  $N_2 \cdot I_2$  che si ha nel secondario, in modo che il flusso resti invariato.

$$N_1 \cdot I'_1 + N_2 \cdot I_2 = 0$$

da cui:

$$-\frac{I_2}{I'_1} = \frac{N_1}{N_2} = k \quad (15.2.30)$$

Il primario assorbe dalla rete la corrente di reazione  $I'_1$  data da:

$$I'_1 = -\frac{N_2}{N_1} \cdot I_2$$

L'espressione del rapporto di trasformazione del trasformatore si può esprimere in valore assoluto:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{I_2}{I'_1} = \frac{N_1}{N_2} = k \quad (15.2.31)$$

Per tracciare il diagramma vettoriale

- Si riporta la corrente  $\vec{I}_\mu$  in fase con il flusso  $\Phi$ , la corrente  $\vec{I}_a$  perpendicolare a questa. La somma vettoriale  $\vec{I}_a + \vec{I}_\mu$  dà la corrente  $I_0$ .
- Nella stessa direzione ma in senso opposto alla corrente  $\vec{I}_2$  si riporta quella di reazione del primario  $I'_1$ .
- La somma vettoriale tra la corrente  $I_0$  e quella di reazione  $I'_1$  determina la corrente  $\vec{I}_1$  assorbita dal primario sotto carico.

$$\vec{I}_1 = \vec{I}_0 + \vec{I}'_1 \quad (15.2.32)$$

- Si consideri ora l'equilibrio della maglia del circuito primario:

$$\dot{V}_1 + \dot{E}_1 = R_1 \cdot \dot{I}_1 + jX_1 \cdot \dot{I}_1 \quad \text{da cui:} \quad \dot{V}_1 = -\dot{E}_1 + R_1 \cdot \dot{I}_1 + jX_1 \cdot \dot{I}_1$$

- Nel diagramma vettoriale si riporta il vettore  $-\vec{E}_1 = -k\vec{E}_2$
- Si sommano ad  $\vec{E}_1$  la caduta di potenziale " $R_1 \cdot I_1$ " rappresentato da un vettore in fase con  $\vec{I}_1$  e " $jX_1 \cdot I_1$ " rappresentato da un vettore a  $90^\circ$  in anticipo rispetto ad  $\vec{I}_1$ .



- Si ottiene così il vettore rappresentativo della tensione di alimentazione  $\vec{V}_1$ .

#### 15.2.4 Circuito equivalente semplificato riportato al primario

La corrente  $I_2$  che scorre sul secondario determina sulle resistenze  $R_2$ ,  $R$  l'assorbimento di potenze attive e sulle reattanze  $X_2$ ,  $X$  quelle reattive.

Ora si possono determinare le equivalenti resistenze e reattanze poste sul circuito primario, tali che, percorse dalla corrente di reazione  $I'_1$  (provocata da  $I_2$ ), assorbono la stesse potenze di quelle assorbite dagli elementi resistivi e induttivi posti effettivamente sul secondario.

Così, se  $R_2$  è la resistenza del rame che costituisce il circuito secondario, la potenza dispersa in essa è:

$$P_2 = R_2 \cdot I_2^2 \quad (15.2.33)$$

Vi sarà una resistenza equivalente  $R'_1$  che posta sul primario e percorsa dalla corrente  $I'_1$  assorbe la stessa potenza  $P_2$  di quella assorbita da  $R_2$  posta sul secondario e attraversata da  $I_2$ . Essa è:

$$P_2 = R_2 \cdot I_2^2 = R'_1 \cdot I_1'^2 \quad \text{da cui:}$$

$$R'_1 = R_2 \cdot \frac{I_2^2}{I_1'^2}$$

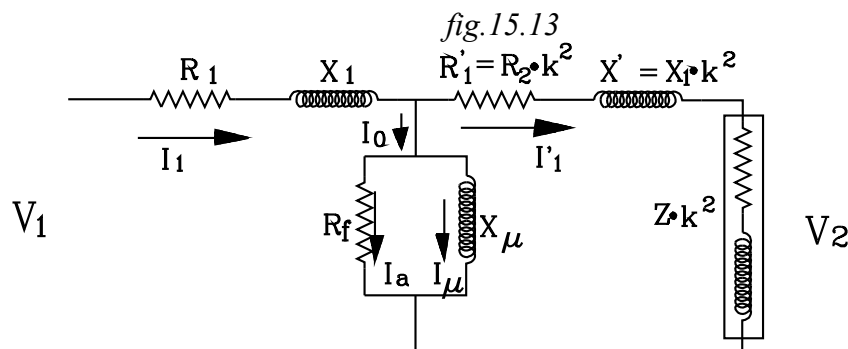
$$\text{ma} \quad - \frac{I_2}{I_1'} = \frac{N_1}{N_2} = k \quad \text{sostituendo si ha:}$$

$$R'_1 = R_2 \cdot k^2 \quad (15.2.34)$$

Si può quindi riportare la resistenza  $R_2$  dal circuito secondario al primario moltiplicandola per  $k^2$ .

Lo stesso ragionamento si può fare per gli altri elementi che sono sul secondario: essi si possono riportare sul primario moltiplicandoli per  $k^2$ .

Il circuito equivalente riportato al primario risulta quello rappresentato in figura.



La corrente  $I_1$  determina la potenza attiva e reattiva dissipate sul primario, rispettivamente, su  $R_1$  e  $X_1$ ; essa si divide nel nodo A in due parti: la componente  $I_0$  determina sul parallelo le perdite nel ferro e la generazione del flusso  $\Phi$ , la componente  $I'_1$  (corrente di reazione), scorrendo negli elementi equivalenti del secondario, determina la potenza attiva e reattiva dissipate sul secondario, rispettivamente, su  $R_2$  e  $X_2$ .

La potenza attiva utilizzata sul carico risulta:

$$P_u = R \cdot I_2^2 \quad \text{con} \quad I_2 = k \cdot I_1'$$

$$P_u = R \cdot k^2 \cdot I_1'^2 \quad (15.2.35)$$

Quindi è ottenuta dalla corrente di reazione  $I_1'$  che scorre sulla resistenza equivalente  $Rk^2$ .

Lo stesso può dirsi per la potenza reattiva assorbita dal carico. Risultata:

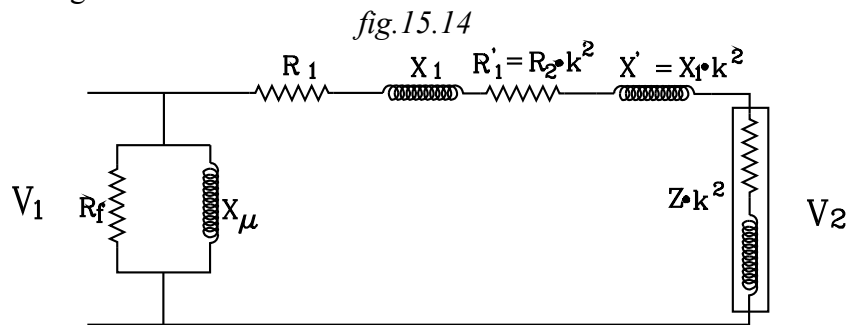
$$Q = Xk^2 \cdot I_1'^2 \quad (15.2.36)$$

Il circuito equivalente di figura si può semplificare se si considera che il valore della corrente  $I_0$  è piccolo rispetto alla corrente di reazione  $I_1'$ , per cui nella somma vettoriale:

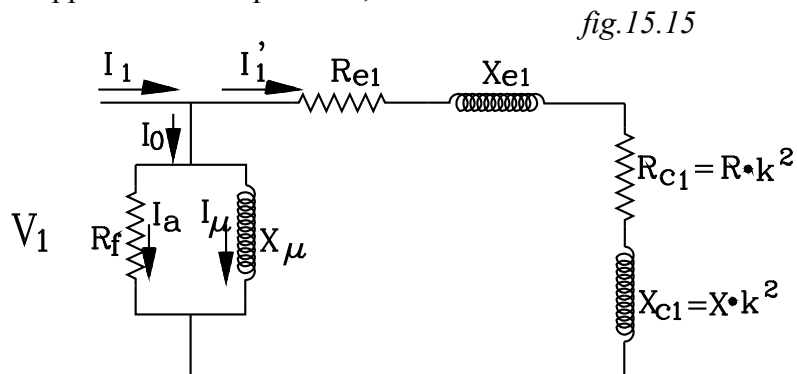
$$\vec{I}_0 + \vec{I}_1' = \vec{I}_1$$

Si può fare coincidere il modulo di  $\vec{I}_1$  con quello di  $\vec{I}_1'$ :  $|\vec{I}_1| = |\vec{I}_1'|$

In tal caso il parallelo lo si può porre all'ingresso della maglia equivalente del primario: come rappresentato nella figura:



Si possono così sommare gli elementi della stessa natura posti in serie, ottenendo la resistenza  $R_{e1}$  e la reattanza  $X_{e1}$  equivalenti del primario. Tutti gli elementi del trasformatore si riducono in un'unica maglia rappresentata dal primario, alimentata dalla tensione di linea  $V$ .



$$R_{e1} = R_1 + R_2 \cdot k^2 \quad (15.2.37)$$

$$X_{e1} = X_1 + X_2 \cdot k^2 \quad (15.2.38)$$

Le potenze dissipate nel rame sia sul primario che sul secondario sono date dalla potenza assorbita dalla resistenza equivalente  $R_{e1}$

$$P_{cu} = R_{el} \cdot I_l^2 \quad (15.2.39)$$

Le potenze reattive dovute al flusso disperso nel primario e nel secondario sono date dalla potenza assorbita dalla reattanza equivalente  $X_{el}$ .

$$Q_d = X_{el} \cdot I_l^2 \quad (15.2.40)$$

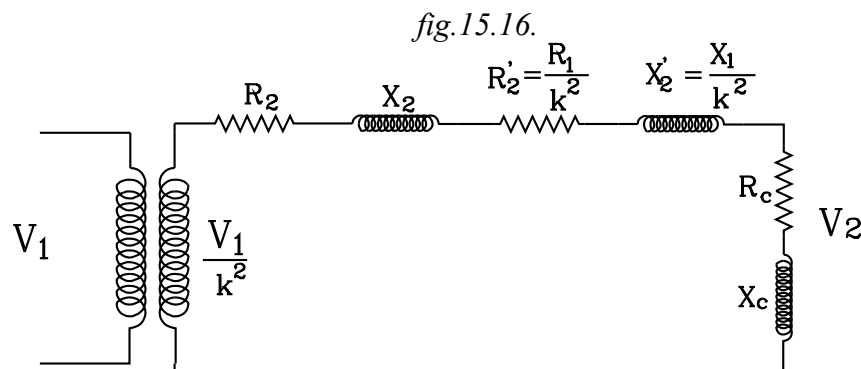
### 15.2.5 Circuito equivalente semplificato riportato al secondario

Si possono fare gli stessi ragionamenti effettuati per ricavare la maglia equivalente primaria. Si può determinare la resistenza equivalente  $R'_2$  posta sul secondario, che assorbe la stessa potenza di quella offerta dal circuito primario. Si dimostra che essa è data da:

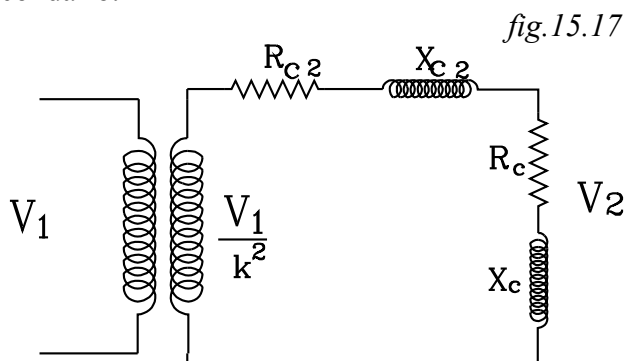
$$R'_2 = \frac{R_l}{k^2} \quad (15.2.41)$$

Così si può determinare la reattanza posta sul secondario  $X'_2$  che assorbe la stessa potenza reattiva di quella offerta da  $X_{l1}$ , dovuta al flusso disperso sul primario. Essa è:

$$X'_2 = \frac{X_{l1}}{k^2} \quad (15.2.42)$$



Sommando gli elementi in serie si ottiene il circuito equivalente semplificato riportato al secondario.



$$R_{e2} = R_2 + \frac{R_l}{k^2} \quad (15.2.43)$$

$$X_{e2} = X_2 + \frac{X_{l1}}{k^2} \quad (15.2.44)$$

### 15.2.6 Prova in corto circuito

Con i circuiti equivalenti il funzionamento del trasformatore viene rappresentato da una sola maglia riferita al primario o al secondario.

La potenza attiva assorbita dal trasformatore si compone: di una parte dissipata nel rame degli avvolgimenti primario e secondario, di un'altra dispersa nel ferro e la restante viene utilizzata sul carico.

Si alimenti il trasformatore in un lato e si ponga l'altro in corto circuito. In tal caso il carico sul lato posto in corto è rappresentato solamente dalla resistenza del rame dell'avvolgimento e dalla reattanza di dispersione.

Sul lato alimentato si aumenti gradatamente la tensione fino a che si raggiunga il valore  $V_{CC}$ , che faccia circolare la corrente nominale  $I_n$ .

La tensione  $V_{CC}$ , che in corto circuito fa circolare la corrente nominale  $I_n$ , è una piccola percentuale della tensione nominale  $V_n$  del trasformatore a pieno carico

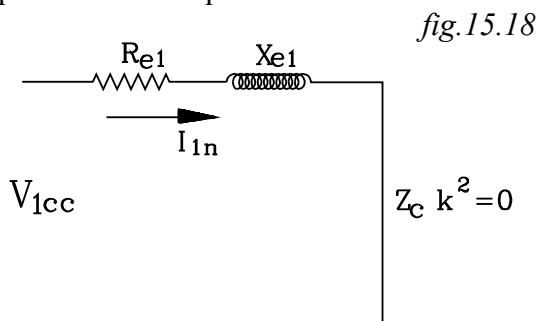
Il trasformatore viene progettato per fornire una potenza nominale apparente  $S_n$ , data dal prodotto della tensione nominale per la corrente nominale:

$$S_n = V_n \cdot I_n \quad \text{da cui} \quad I_n = \frac{S_n}{V_n} \quad (15.12.45)$$

Quando il trasformatore si trova nelle condizioni suddette, con l'uscita in corto circuito e la corrente che scorre sul lato alimentato pari a quella nominale, allora si misura la potenza attiva assorbita.

Questa potenza, praticamente, corrisponde alla potenza totale dissipata nel rame costituente gli avvolgimenti primario e secondario. Infatti è nulla la potenza assorbita dal carico (*cortocircuito*) ed è trascurabile la potenza dissipata nel ferro: la corrente  $I_\mu$  è molto piccola essendo piccola la tensione di alimentazione  $V_{CC}$ .

Conviene riferirsi al circuito equivalente semplificato, primario o secondario. Si consideri quello riferito al primario.



La potenza attiva dissipata nel rame corrisponde a quella assorbita dalla resistenza equivalente  $R_{e1}$ .

$$P_{CC} = R_{e1} \cdot I_n^2 \quad (15.2.46)$$

Dove  $I_n$  è la corrente nominale.

Si può determinare così la resistenza equivalente  $R_{e1}$

$$R_{e1} = \frac{P_{CC}}{I_n^2} \quad (15.2.47)$$

Misurando la tensione  $V_{CC}$  che ha fornito la corrente nominale  $I_n$  si ricava l'impedenza equivalente  $Z_{e1}$

$$Z_{e1} = \frac{V_{cc}}{I_n} \quad (15.2.48)$$

Dalla impedenza equivalente si ricava la reattanza equivalente  $X_{e1}$

$$X_{e1} = \sqrt{Z_{e1}^2 - R_{e1}^2} \quad (15.2.49)$$

Con lo stesso procedimento si può ricavare la resistenza e la reattanza equivalente riferite al circuito secondario.

*In conclusione*

Con la prova a vuoto si determina la potenza  $P_0$  dissipata nel ferro. Misurando contemporaneamente la corrente assorbita  $I_0$  si possono determinare: le correnti  $I_a, I_\mu$ , la resistenza  $R_f$ , la reattanza  $X_\mu$

Con la prova in corto circuito, ponendo in un lato del trasformatore la tensione  $V_{cc}$  che assorba la corrente nominale  $I_n$ , si determina la potenza dissipata  $P_{cc}$  nel rame dei due avvolgimenti in quelle condizioni. Dalle misure effettuate si possono determinare: la resistenza e la reattanza del circuito equivalente semplificato.

*Esercizio 1*

*Un trasformatore monofase ha i seguenti dati di targa:*

- 1- Potenza nominale  $S_n = 4,2kw$
- 2- Tensione nominale primaria  $V_{1n} = 1500V$
- 3- Tensione nominale secondaria  $V_{2n} = 220V$

*La prova a vuoto, eseguita alimentando il trasformatore sul lato a bassa tensione con il suo valore nominale  $V_{2n}$ , ha fornito i seguenti valori:*

- a) Potenza assorbita  $P_0 = 55w$
- b) Corrente assorbita  $I_0 = 1,5A$

*La prova in corto circuito alimentando il lato alta tensione ha dato i seguenti risultati:*

- a) Potenza assorbita  $P_{cc} = 103w$
- b) Tensione applicata  $V_{1cc} = 104V$

*Determinare gli elementi del circuito equivalente semplificato riferito al primario,*

*Prova a vuoto*

*Nella prova a vuoto la potenza attiva è praticamente quella assorbita dal ferro, risultando trascurabile quella dissipata nel rame.*

*La prova viene effettuata sul lato a bassa tensione per motivi di convenienza. Si avrebbe lo stesso risultato se si alimentasse il lato ad alta tensione con la tensione nominale  $V_{1n}$  e venisse assorbita una corrente equivalente  $I_{1_0}$  ottenuta da  $I_0$  del secondario diviso il rapporto di trasformazione  $k$ .*

$$\frac{I_0}{I_{1_0}} = k$$

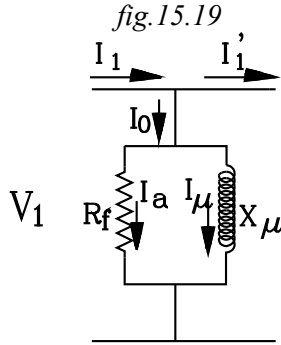
*Da cui la equivalente corrente assorbita a vuoto dal primario è:*

$$I_{1_0} = \frac{I_0}{k}$$

Il rapporto di trasformazione risulta:

$$k = \frac{V_{1n}}{V_{2n}} \quad k = \frac{1500}{220} = 6,82 \quad \text{Risulta quindi:}$$

$$I_{1_0} = \frac{I_0}{k} = \frac{1,5}{6,82} = 0,22 A$$



La potenza  $P_0$  coincide con quella persa nel ferro  $P_0 = P_{fe} = 55w$

La potenza  $P_0$  può essere espressa rispetto a  $V_{1n}$  e  $I_{1_0}$  :

$$P_0 = V_{1n} \cdot I_{1_0} \cdot \cos\varphi_0 \quad \text{da cui}$$

$$\cos\varphi_0 = \frac{P_0}{V_{1n} \cdot I_{1_0}} = \frac{55}{1500 \cdot 0,22}$$

$$\cos\varphi_0 = 0,167 \quad \varphi_0 = 80,4^\circ$$

Si possono determinare le componenti  $I_a, I_\mu$  della corrente  $I_{1_0}$  :

$$I_a = I_{1_0} \cdot \cos\varphi_0 = 0,0367 A$$

$$I_\mu = I_{1_0} \cdot \sin\varphi_0 = 0,217 A$$

Si determinano così gli elementi  $R_f, X_\mu$

$$R_f = \frac{V_{1n}}{I_a} = \frac{1500}{0,0367} \quad R_f = 40872\Omega$$

$$X_\mu = \frac{V_{1n}}{I_\mu} = \frac{1500}{0,217} \quad X_\mu = 6912\Omega$$

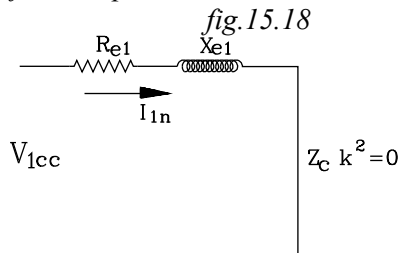
Prova in corto circuito

Si pone in corto circuito un lato del trasformatore e si alimenta l'altro, in modo che venga assorbita nella parte alimentata una corrente pari a quella nominale.

Conviene alimentare il lato ad alta tensione perché quella occorrente per far circolare la corrente nominale è un piccola frazione della tensione nominale.

La potenza attiva assorbita nella prova in corto circuito è praticamente quella dispersa nel rame, in quanto, essendo piccola la tensione di alimentazione, risulta trascurabile la potenza assorbita dal ferro.

Dalla prova in corto circuito si possono ricavare gli elementi del circuito equivalente semplificato riferito al primario.



La prova viene effettuata con una tensione  $V_{1cc}$  che fa circolare la corrente nominale  $I_{1n}$  . Questa si ricava dalla potenza nominale.

$$S_n = V_{1n} \cdot I_{1n} \quad \text{da cui} \quad I_{1n} = \frac{S_n}{V_{1n}} = \frac{4200}{1500}$$

$$I_{1n} = 2,8 A$$

La potenza  $P_{cc}$  è assorbita dalla resistenza  $R_{e1}$  che rappresenta la dissipazione totale sugli avvolgimenti del primario e secondario:

$$P_{cc} = R_{e1} \cdot I_{1n}^2 \quad \text{da cui} \quad R_{e1} = \frac{P_{cc}}{I_{1n}^2} = \frac{103}{2,8^2} \quad R_{e1} = 13,14\Omega$$

L'impedenza totale equivalente  $Z_{e1}$  dei due elementi  $R_{e1}, X_{e1}$  nelle condizioni di corto circuito risulta:

$$Z_{e1} = \frac{V_{cc}}{I_{1n}} = \frac{104}{2,8} \quad Z_{e1} = 37\Omega$$

Dalla  $Z_{e1}$  si ricava la  $X_{e1}$ .

$$X_{e1} = \sqrt{Z_{e1}^2 - R_{e1}^2} = \sqrt{37^2 - 13,14^2} \quad X_{e1} = 34,6\Omega$$

### 15.2.7 Rendimento del trasformatore

Nel processo di trasformazione della tensione dal primario al secondario il trasformatore disperde una parte dell'energia sia nelle resistenze degli avvolgimenti che nel ferro. La potenza di ingresso  $P_i$ , prelevata dal primario, non viene trasmessa tutta all'uscita del secondario; in questa si preleva una potenza utile  $P_u$ , inferiore alla  $P_i$ .

Si definisce rendimento  $\eta$  del trasformatore il rapporto tra la potenza utile  $P_u$  disponibile all'uscita del secondario e la potenza di ingresso  $P_i$  prelevata in ingresso dal primario.

$$\eta = \frac{P_u}{P_i} \quad (15.2.50)$$

Per il bilancio energetico, si ha che: la potenza all'ingresso del trasformatore è uguale a quella trasferita all'uscita  $P_u$  più quelle perse nel rame  $P_{cu}$  e nel ferro  $P_{fe}$

$$P_i = P_u + P_{cu} + P_{fe} \quad (15.2.51)$$

$$\eta = \frac{P_u}{P_u + P_{cu} + P_{fe}} \quad (15.2.52)$$

*Esercizio*

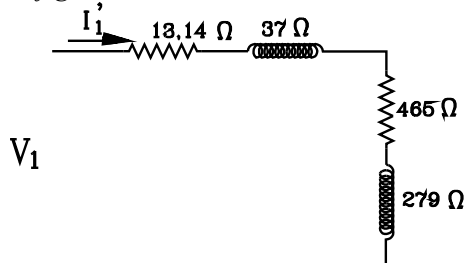
*Il trasformatore monofase dell'esercizio precedente viene allacciato al carico ohmico induttivo*

*$Z = 10 + j6$ . Il primario viene alimentato alla tensione nominale.*

*Determinare:*

- 1- *La tensione sul carico*
- 2- *La corrente e la potenza assorbita dal carico*
- 2- *Il rendimento del trasformatore nelle supposte condizioni di carico*

fig.15.20



*Si consideri il circuito equivalente riferito al primario allacciato al carico equivalente  $k^2 \cdot Z$  riportato al primario.*

*La resistenza di carico equivalente riportata la primario è:*

$$R_{ic} = k^2 \cdot R_c \quad R_{1c} = 6,82^2 \cdot 10 = 465\Omega$$

*La reattanza di carico equivalente riportata la primario è:*

$$X_{ic} = k^2 \cdot X_c \quad X_{1c} = 6,82^2 \cdot 6 = 279\Omega$$

La resistenza totale della maglia è:

$$R_{tot} = R_{e1} + R_{c1} \quad R_{tot} = 13,14 + 465 = 478,14\Omega$$

La reattanza totale della maglia è:

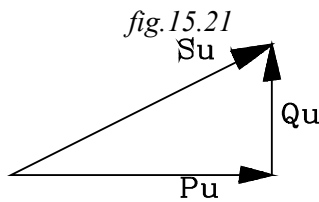
$$X_{tot} = X_{e1} + X_{c1} \quad X_{tot} = 37 + 279 = 316\Omega$$

L'impedenza totale della maglia è:

$$Z_{tot} = \sqrt{R_{tot}^2 + X_{tot}^2} = \sqrt{478,14^2 + 316^2} = 573\Omega$$

Si può determinare la corrente  $I'_1$

$$I'_1 = \frac{V_{1n}}{Z_{tot}} = \frac{1500}{573} \quad I'_1 = 2,62A$$



Potenza attiva sul carico:

$$P_u = R_{c1} \cdot I_1'^2 \quad P_u = 465 \cdot 2,62^2 = 3192 \text{ w} = 3,192 \text{ kw}$$

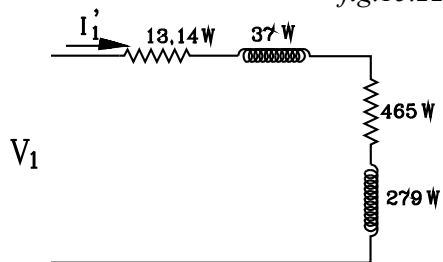
Potenza reattiva sul carico:

$$Q_u = X_{c1} \cdot I_1'^2 \quad Q_u = 279 \cdot 2,62^2 = 1915 \text{ VAR} = 1,915 \text{ kVAR}$$

Potenza apparente sul carico:

$$S_u = \sqrt{P_u^2 + Q_u^2} = \sqrt{3,192^2 + 1,915^2} = 3,72 \text{ kVA}$$

fig.15.22



Potenza dissipata nel rame  $P_{cu}$ :

È data dalla potenza dissipata sulla resistenza equivalente  $R_{e1}$

$$P_{cu} = R_{e1} \cdot I_1'^2 \quad P_{cu} = 13,14 \cdot 2,62^2 = 90 \text{ w}$$

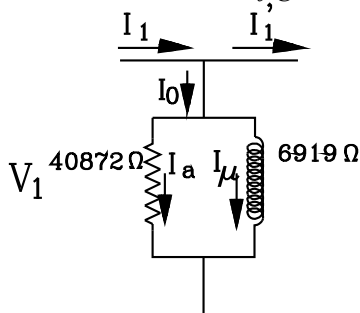
Potenza reattiva  $Q_{e1}$  sulla reattanza  $X_{e1}$ :

$$Q_{e1} = X_{e1} \cdot I_1'^2 \quad Q_{e1} = 37 \cdot 2,62^2 = 253 \text{ VAR}$$

Potenza assorbita dal ferro:

Si ricava approssimativamente dalla resistenza  $R_f$  posta in parallelo all'ingresso della maglia alimentata dalla tensione  $V_{1n}$ :

fig.15.23



$$P_{fe} = \frac{V_{1n}^2}{R_f} \quad P_{fe} = \frac{1500^2}{40872} = 55 \text{ w}$$

Potenza reattiva assorbita dalla reattanza  $X_{\mu}$ :

È la potenza reattiva dovuta alla corrente di magnetizzazione  $I_{\mu}$



$$Q_{\mu} = \frac{V_{1n}^2}{X_{\mu}} \quad Q_{\mu} = \frac{1500^2}{6919} = 325 \text{VAR}$$

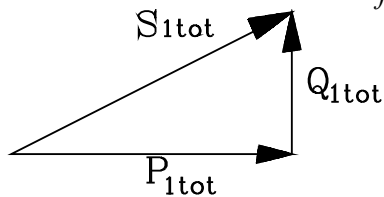
Potenza attiva totale assorbita dal primario:

$$P_{1tot} = P_u + P_{cu} + P_{fe} \quad P_{1tot} = 3192 + 90 + 55 = 3337 \text{w}$$

Potenza reattiva totale assorbita dal primario:

$$Q_{1tot} = Q_u + Q_{e1} + Q_{\mu} \quad Q_{1tot} = 1915 + 253 + 325 = 2493 \text{VAR}$$

fig.15.24



Dal triangolo delle potenze, riferito a quelle totali assorbite dal trasformatore, si ricava la potenza apparente totale e da questa la corrente totale  $I_1$  assorbita dal primario

$$S_{1tot} = \sqrt{P_{1tot}^2 + Q_{1tot}^2}$$

$$S_{1tot} = \sqrt{3337^2 + 2493^2} = 4165 \text{VA}$$

La potenza apparente totale risulta inferiore a quella nominale e molto prossima ad essa. Risulta quindi accettabile.

Si ricava così la corrente assorbita dal primario:

$$I_1 = \frac{S_{1tot}}{V_{1n}} \quad I_1 = \frac{4165}{1500} = 2,78 \text{A}$$

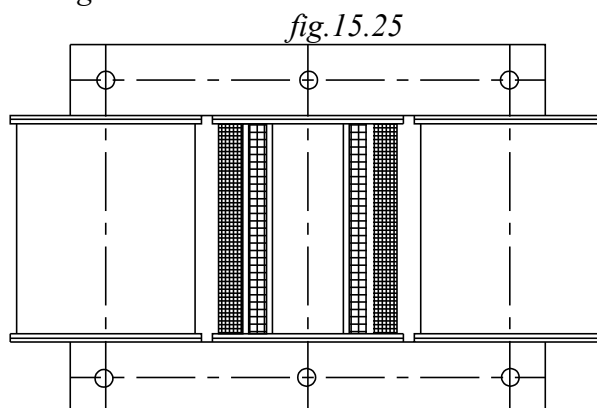
Rendimento del trasformatore nelle attuali condizioni di carico

$$\eta = \frac{P_u}{P_u + P_{cu} + P_{fe}} \quad \eta = \frac{P_u}{P_{1tot}}$$

$$\eta = \frac{3192}{3337} = 0,956$$

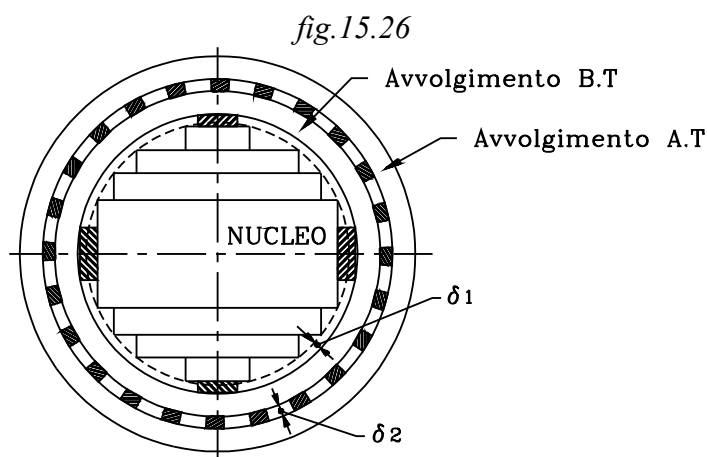
## 1.5.2 Trasformatori trifasi

Strutturalmente il trasformatore è costituito da tre colonne, costituenti i nuclei degli avvolgimenti, collegate da due *giochi*.



Su ogni nucleo è avvolto per primo l'avvolgimento *a bassa tensione "B.T"*, distanziato di  $\delta_1$  rispetto alla circonferenza esterna del nucleo.

All'esterno di detto avvolgimento, con distanziatori, viene costituito un canale di isolamento di spessore  $\delta_2$  e su questo viene posto l'avvolgimento *ad alta tensione "A.T"*.



Gli avvolgimenti primario e secondario sono posti uno sull'altro e, a seconda dei casi, si trova uno all'interno o all'esterno rispetto all'altro: si pone sempre l'avvolgimento *B.T* all'interno e quello *A.T* all'esterno.

### 15.2.1 Collegamenti

Le tre fasi del primario o del secondario possono essere collegate indipendentemente a stella o a triangolo. Si hanno quindi diversi casi di collegamento, che determinano un rapporto di trasformazione diverso rispetto a quello del numero di spire  $k = \frac{N_1}{N_2}$ .

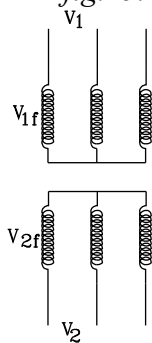
#### 15.2.1.1 Collegamento stella - stella

Il rapporto di trasformazione coincide con quello del numero di spire.

Indicando con  $V_{1f}, V_{2f}$  le tensioni di fase degli avvolgimenti primario e secondario, risulta:

$$\frac{V_{1f}}{V_{2f}} = \frac{N_1}{N_2} = k \quad (15.2.1)$$

fig.15.27



Le tensioni concatenate sono:  $V_1 = V_{1f} \cdot \sqrt{3}$        $V_2 = V_{2f} \cdot \sqrt{3}$

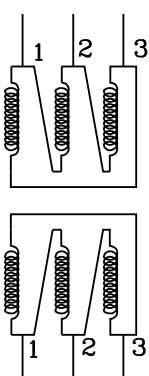
Il rapporto di trasformazione tra le tensioni concatenate risulta ancora  $k$ .

Il collegamento ha il pregio di avere gli avvolgimenti sul nucleo sottoposti ad una tensione pari a quella concatenata divisa per  $\sqrt{3}$ .

Il collegamento ha il difetto di uno squilibrio delle *f.e.m.* del primario quando si squilibra il carico sul secondario. Affinché ciò non avvenga occorre che vi sia il filo neutro sia sul secondario che sul primario. In tal caso il trasformatore si comporta come tre trasformatori monofasici indipendenti.

### Collegamento triangolo - triangolo

fig.15.28



In questo caso le tensioni di fase del primario sono uguali a quelle concatenate e si trasformano in tensioni di fase del secondario anch'esse pari a quelle concatenate. Il rapporto di trasformazione risulta uguale a  $k$

$$\frac{V_{1f}}{V_{2f}} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} = k \quad (15,2,3)$$

Dove con  $V_{1f}$ ,  $V_{2f}$  si sono indicate, rispettivamente, la tensione di una fase generica del primario e del secondario; con  $V_1$ ,  $V_2$ , rispettivamente la tensione concatenata generica del primario e del secondario.

Il collegamento triangolo - triangolo si presta bene ad alimentare carichi anche fortemente squilibrati: le tensioni concatenate del primario si mantengono inalterate.

### Connessione triangolo - stella

In questo caso la tensione concatenata del primario coincide con quella di fase; mentre nel secondario la tensione concatenata è pari a quella di fase per  $\sqrt{3}$

fig.15.29

$$V_1 = V_{1f} \quad V_2 = V_{2f} \cdot \sqrt{3}$$

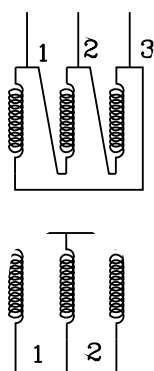
Il rapporto tra le tensioni concatenate misurabili al primario e al secondario risulta:

$$\frac{V_{1f}}{V_{2f}} = \frac{V_1}{V_{2f} \cdot \sqrt{3}} \quad \frac{V_{1f}}{V_{2f}} = \frac{V_{1f}}{V_{2f}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Il rapporto di trasformazione  $k$  tra il numero di spire risulta:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{V_{1f}}{V_{2f}} = k \quad \text{sostituendo si ha:}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = k \cdot \sqrt{3} \quad (15.2.4)$$



Molto interessante con secondario munito di filo neutro. Ogni colonna del trasformatore viene a funzionare come un trasformatore monofase indipendente; perciò è particolarmente impiegato come trasformatore riduttore che alimenta linee di distribuzione a 4 fili.

### Collegamento stella triangolo

In tal caso la tensione concatenata del primario è uguale a quella di fase per  $\sqrt{3}$ : mentre nel secondario la tensione concatenata coincide con quella di fase.

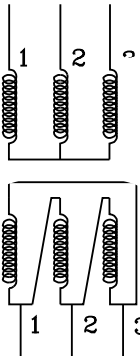


Fig. 15.30

$$V_1 = V_{1f} \cdot \sqrt{3} \quad V_2 = V_{2f}$$

Il rapporto tra le tensioni concatenate del primario e secondario risulta:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{V_{1f} \cdot \sqrt{3}}{V_{2f}} = \frac{V_{1f}}{V_{2f}} \cdot \sqrt{3}$$

Il rapporto  $k$  tra il numero di spire:

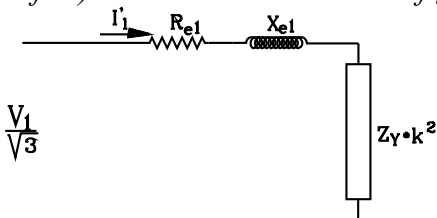
$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{V_{1f}}{V_{2f}} = k \quad \text{sostituendo} \quad \frac{V_1}{V_2} = k \cdot \sqrt{3} \quad (15.2.5)$$

Dato il collegamento a triangolo del secondario, qualunque sia il carico in esso, le tensioni indotte ammetteranno sempre una risultante nulla (*triangolo chiuso*) e quindi le tensioni secondarie si mantengono sempre uguali e simmetriche.

**Soluzione di problemi inerenti i trasformatori trifasi**

Nella soluzione dei problemi inerenti i trasformatori trifasi, qualunque sia il tipo di collegamento, conviene riferirsi ad un circuito equivalente *stella - stella*, in modo che il circuito si possa riferire ad una sola fase equivalente. Si possono adottare gli stessi procedimenti del trasformatore monofase e i risultati ottenuti sulle potenze vanno poi moltiplicati per 3 (*le tre fasi*).

fig.15.31



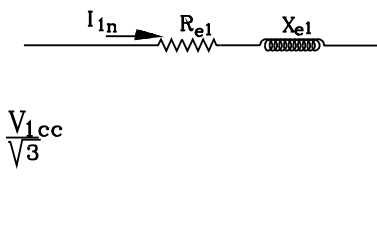
Così, per il circuito equivalente di ingresso, qualunque sia il collegamento, conoscendo la potenza nominale apparente  $S_n$  si può ricavare la corrente nominale:

$$S_n = \sqrt{3} \cdot I_{In} \cdot V_{In} \quad \text{da cui}$$

$$I_{In} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot V_{In}} \quad (15.2.6)$$

La linea equivalente del primario è quella riferita ad una sola fase, alimentata da una tensione pari a quella concatenata diviso  $\sqrt{3}$ .

fig.15.32



La resistenza equivalente  $R_{e1}$  e la reattanza equivalente  $X_{e1}$  si ottengono ancora con la prova in corto circuito. La tensione di ingresso sarà quella misurata nel corto, che assorbe la corrente nominale  $I_{In}$ .

La potenza misurata  $P_{cc}$  è pari a tre volte quella assorbita dalla resistenza  $R_{e1}$  (*tre fasi*).

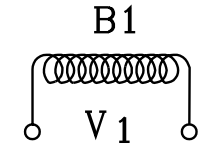
$$P_{cc} = 3 \cdot R_{e1} \cdot I_{In}^2$$

da cui si ricava  $R_{e1}$  e così via...

## 16 MOTORI ASINCRONI

### 16.1 Campo Magnetico Rotante

fig.16.1



$$V_1 = V_0 \sin(\omega t)$$

Dove  $h_1(t)$  è l'intensità del campo.

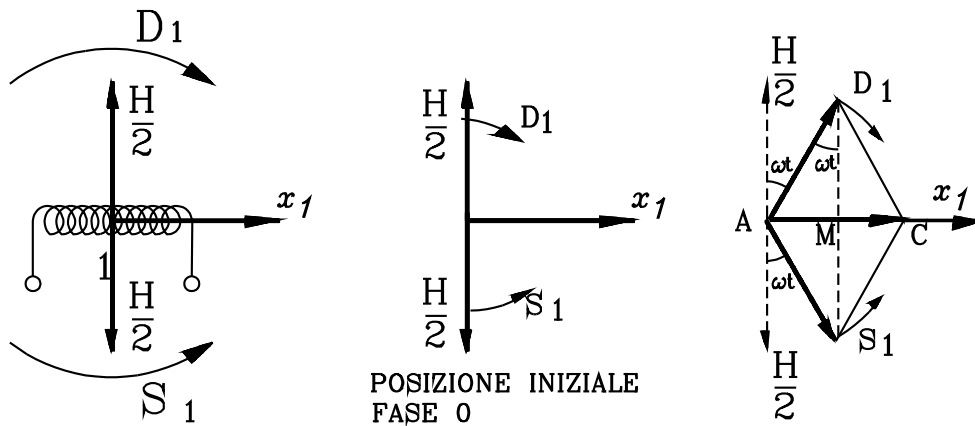
Si alimenti una bobina con una corrente sinusoidale:

$$i_1(t) = I_0 \cdot \sin(\omega t)$$

Sull'asse della bobina si otterrà un campo magnetico sinusoidale:

$$h_1(t) = H \cdot \sin(\omega t)$$

fig.16.2



Tale grandezza sinusoidale si può ottenere con due vettori ruotanti.

Sia  $x_1$  l'asse della bobina. Si considerino due vettori opposti, di modulo  $H/2$  che nell'istante iniziale si trovino sull'asse ortogonale ad  $x_1$ .

Si facciano rotare i due vettori in senso opposto, uno con rotazione destra  $D_1$  e l'altro con rotazione sinistra  $S_1$ , in modo che si muovano verso la direzione positiva di  $x_1$ .

Dopo un tempo  $t$  i due vettori avranno ruotato di  $\omega t$ .

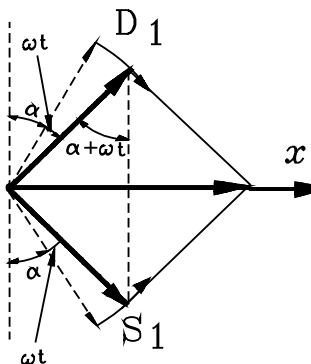
Effettuando la composizione dei due vettori si ha la risultante  $AC$ . Si ottiene:

$$AM = \frac{H}{2} \cdot \sin(\omega t)$$

$$AC = 2 \cdot AM \quad AC = H \cdot \sin(\omega t)$$

Il campo sinusoidale, sull'asse  $x_1$  della bobina, si può considerare come se fosse ottenuto dalla risultante dei due vettori rotanti, uno in senso orario e l'altro antiorario, di modulo  $H/2$ , e che, nell'istante iniziale, si trovino in direzione ortogonale a detto asse  $x_1$  e ruotino verso il loro primo incontro sul semiasse positivo di  $x_1$ .

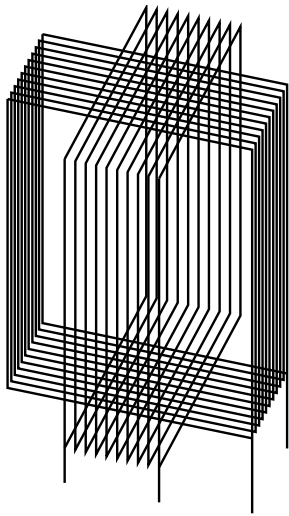
fig.16.3



Se la sinusoide ha un angolo di fase iniziale  $\alpha$ , i due vettori rotanti, nella posizione iniziale, sono avanzati di tale angolo:

$$h(t) = H \cdot \sin(\omega t + \alpha)$$

fig.16.4



Accanto alla prima bobina considerata si ponga un'altra, avente l'asse a 90° meccanici rispetto alla precedente.

Si alimenti la seconda bobina con una corrente avente lo stesso valore max ma sfasata in anticipo di 90° elettrici

$$i_2(t) = I_0 \cdot \text{sen}(\omega t + 90)$$

Si otterrà un campo sfasato a 90° elettrici rispetto al precedente:

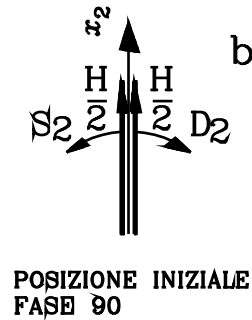
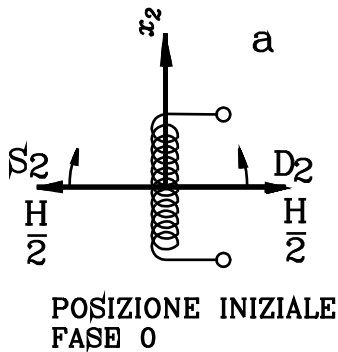
$$h_2(t) = H \cdot \text{sen}(\omega t + 90)$$

Si consideri, così, il campo magnetico sull'asse  $x_2$  di quest'ultima bobina: esso si può pensare come se fosse generato dai due vettori rotanti  $D_2$  e  $S_2$ .

Se la fase iniziale fosse zero, allora i due vettori  $D_2$  e  $S_2$  si troverebbero, nelle condizioni iniziali, in quadratura con l'asse  $x_2$ , come riportato in fig.16.5 a.

La fase del campo sinusoidale è, invece, di 90° in anticipo, per cui i due vettori, nelle condizioni iniziali, si trovano avanzate di 90° rispetto alla posizione di riferimento, come riportato in fig.16.5. b.

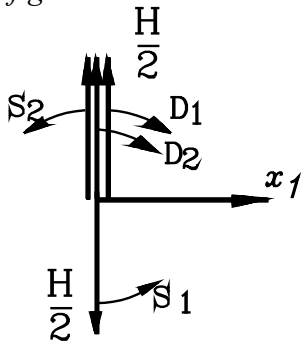
fig.16.5



Partendo, nell'istante iniziale, dalla posizione di fig.16.5 b, i due vettori  $D_2, S_2$ , al passare del tempo ruoteranno:  $D_2$  nel senso destro,  $S_2$  nel senso sinistro e la loro composizione darà il campo sinusoidale  $h_2(t)$ .

Si Effettui la sovrapposizione degli effetti: il campo generato dalle due bobine in quadratura sarà dato dalla somma dei singoli campi da esse generati.

fig.16.6



Si riportino su una stessa origine i vettori ruotanti rappresentanti i due campi magnetici, generati sui due assi ortogonali.

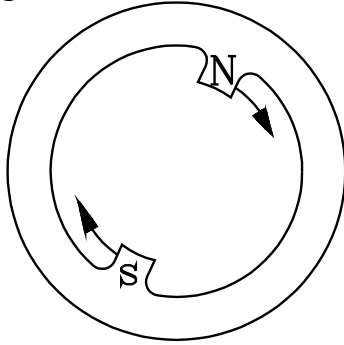
Partendo dall'istante iniziale, i vettori, dalla posizione rappresentata nella fig16.6, ruoteranno con velocità angolare  $\omega$  nel senso rappresentato nella figura stessa.

Come si può notare i due vettori  $S_1, S_2$ , uguali in modulo, ma in opposizione di fase danno una risultante nulla.

Rimane l'effetto dei due vettori destri  $D_1$  e  $D_2$ , uguali in modulo e in fase che ruotano in sincronismo con velocità angolare  $\omega$ .

Le due correnti, sfasate di 90° elettrici, sulle due bobine, poste a 90° meccanici, generano un campo magnetico rotante con velocità angolare  $\omega$ .

fig.16.7



La somma dei due vettori  $D_1 + D_2$  dà l'effetto di, una coppia polare  $N - S$  che, nell'istante iniziale si trova a  $90^\circ$  rispetto alla bobina  $B_1$  e che, al passare del tempo ruota con velocità angolare  $\omega$  in senso orario.

(il senso di rotazione dipende dal senso delle correnti inviate alle due bobine e dalla posizione reciproca nello spazio; fermo restando che le correnti siano sfasate di  $\pm 90^\circ$  elettrici una rispetto all'altra e le bobine siano ortogonali)

Il senso di rotazione del campo magnetico rotante va dall'asse della bobina in anticipo verso quella in ritardo

Alla stessa maniera si dimostra che: inviando su tre bobine, con gli assi posti nello spazio a  $120^\circ$  uno rispetto all'altro, tre correnti sinusoidali, della stessa ampiezza, ma sfasate elettricamente di  $120^\circ$ , si genera un campo magnetico rotante che va dall'asse della bobina in anticipo verso quelli in ritardo.

## 16.2 Costituzione e principi di funzionamento di un motore asincrono

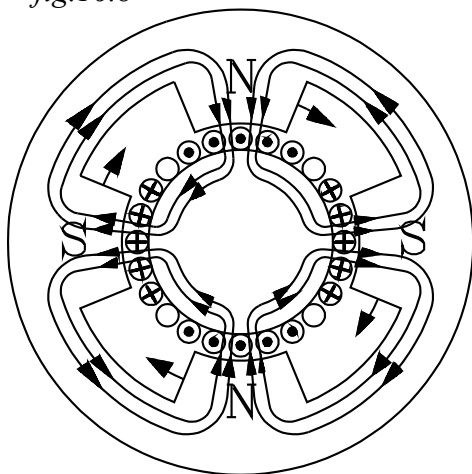
Il motore è costituito da uno statore contenente avvolgimenti distribuiti nello spazio in modo tale che, percorsi da correnti alternate opportunamente sfasate una rispetto all'altra generano un campo magnetico rotante.

Questo può essere generato da due avvolgimenti posti a  $90^\circ$  nello spazio e percorsi da due correnti alternate, della stessa ampiezza, ma sfasate di  $90^\circ$  l'una rispetto all'altra; oppure da tre avvolgimenti posti a  $120^\circ$  nello spazio e percorsi da tre correnti alternate, della stessa ampiezza, ma sfasate di  $120^\circ$  l'una rispetto all'altra.

Nei motori aventi una certa potenza l'avvolgimento dello statore è costruito in modo tale da generare un campo magnetico rotante multipolare.

Nella figura è rappresentato schematicamente un campo magnetico rotante a due coppie polari, generato dall'avvolgimento statorico.

fig.16.8



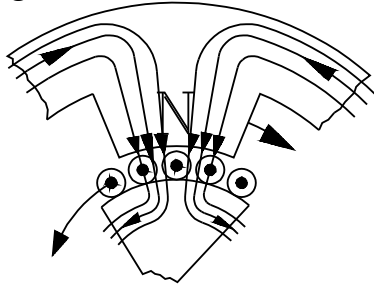
Sul rotore sono disposti i conduttori di indotto. Questi possono formare un avvolgimento simile a quello dello statore.

Una costruzione molto semplice è quella detta "a gabbia di scoiattolo". In questa i conduttori sono costituiti da un numero di sbarre di rame infilate in canali, praticati sul rotore e collegate tra loro da due anelli frontali.

Comunque sia costituito il rotore il campo magnetico rotante, nella sua rotazione, taglia i conduttori e induce in essi  $f.e.m$  indotte che generano negli stessi delle correnti.

Occorre osservare che se il campo magnetico ha un moto rispetto al conduttore è come se questo si movesse rispetto a quello in senso opposto.

fig.16.9



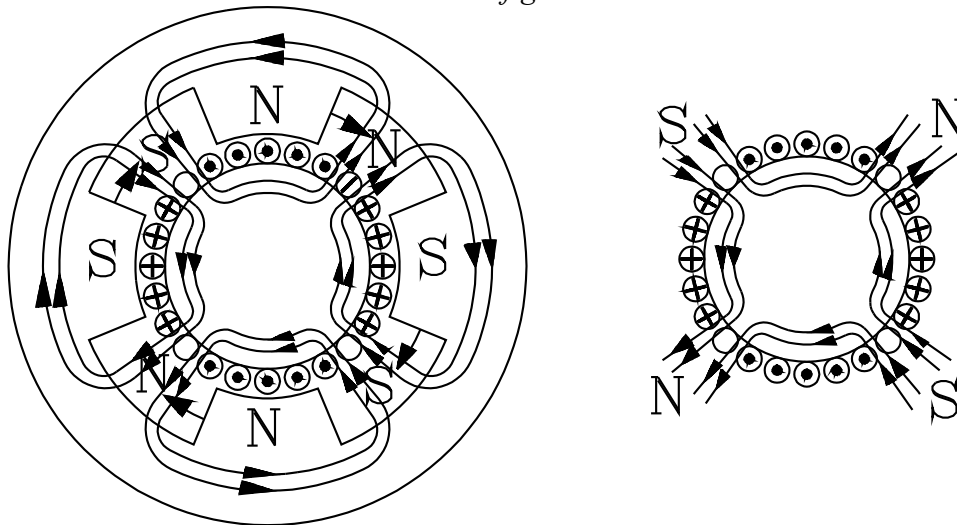
Così, considerando la polarità *NORD* che ruota in senso orario, tagliando i conduttori, è come se questi si muovessero in senso inverso rispetto a quella. Applicando la regola della mano destra, si nota che i conduttori sotto il *NORD* sono attraversati da correnti uscenti. I conduttori sotto il polo *SUD* saranno attraversati da correnti entranti, come è riportato nella precedente figura fig.16.8.

Ora le correnti che circolano nei conduttori del rotore generano attorno ad essi un flusso: le correnti uscenti in senso antiorario e quelle entranti in senso orario.

In tal modo, come si può constatare dalla figura seguente fig.16.10, il flusso indotto dalle correnti che circolano nei conduttori del rotore fanno sì che esso si presenti come una ruota polare, con polarità *N* ove il flusso esce e *S* ove entra.

Considerato il senso di rotazione, il flusso indotto del rotore forma delle polarità dello stesso nome davanti a quelle del flusso induttore: davanti al *NORD* del flusso induttore si forma un *NORD* del flusso indotto, davanti ad un *SUD* del flusso induttore si forma un *SUD* del flusso indotto.

fig.16.10



Nella rotazione del campo magnetico rotante le sue polarità respingono quelle dello stesso nome del rotore, che gli si presentano davanti.

Ne deriva che i poli del campo magnetico rotante trascinano nella loro rotazione quelli del rotore che si presenta come una ruota polare.

Il rotore si pone in rotazione nello stesso senso del campo magnetico rotante, ma con velocità angolare inferiore a questo.

Il numero di giri  $n_2$  del rotore risulta inferiore a quello  $n_1$  del campo magnetico rotante. Infatti, se il rotore ruotasse in sincronismo con il campo magnetico rotante induttore, questo non potrebbe tagliare i conduttori posti sul rotore stesso e non si indurrebbero in essi le correnti necessarie per formare le polarità che debbono essere spinte nella rotazione da quelle del flusso induttore.



Risulta intuitivo che tanto più è il carico posto sul rotore tanto più dovranno essere le correnti indotte sui conduttori del rotore, per generare la coppia motrice capace di equilibrare quella resistente. Per generare maggiori correnti indotte occorrerà che i conduttori vengano tagliati con maggiore velocità dal flusso induttore e quindi: *occorre che il rotore rallenti rispetto al campo magnetico rotante.*

All'aumentare della coppia resistente posta sul rotore diminuisce il numero di giri  $n_2$  del rotore, che si allontana da quello  $n_1$  di sincronismo del campo magnetico rotante.

Nel caso ideale in cui sul rotore la coppia resistente sia nulla, allora, per l'equilibrio, lo dovrà essere anche quella motrice. Ciò si può ottenere solamente nel caso che non vi siano correnti indotte nei conduttori del rotore; questo implica che il *rotore ruoti in sincronismo con il campo magnetico rotante.*

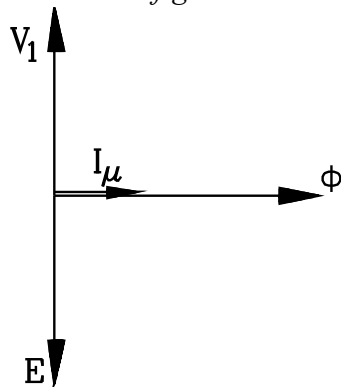
Nel caso ideale in cui sia nulla la coppia resistente sul rotore, questo ruota in sincronismo con il campo magnetico rotante:  $n_2 = n_1$

### 16.3 Motore ideale

Si consideri il motore ideale senza perdite: sia nello statore che nel rotore.

#### 16.3.1 Statore

*fig.16.11*



L'avvolgimento statorico assorbe dalla linea di alimentazione una corrente di magnetizzazione  $I_\mu$  in fase al flusso  $\Phi$  da essa generato.

Il flusso  $\Phi$  induce nell'avvolgimento statorico una *f.e.m.*  $\dot{E}_1$  a  $90^\circ$  in ritardo rispetto al flusso (*come nel primario di un trasformatore*).

Avendo trascurato le perdite per l'equilibrio la *f.e.m.*  $\dot{E}_1$  è uguale e contraria alla tensione di alimentazione  $\dot{V}_1$

$$\dot{V}_1 = - \dot{E}_1 \quad (16.3.1)$$

#### 16.3.2 Frequenza $f_1$ della *f.e.m.* $E_1$

Si indichi con  $n_1$  il numero di giri del campo magnetico rotante e con  $p$  il numero di coppie polari di esso.

In un giro del campo magnetico rotante la *f.e.m.*  $E_1$ , indotta in un conduttore dello statore, effettua tante alternanze quante sono le coppie polari  $p$  di detto campo. In  $n_1$  giri al minuto il numero di alternanze saranno:

$$p \cdot n_1$$

Le alternanze della *f.e.m.*  $E_1$  in un secondo: ossia la sua frequenza  $f_1$  sarà data da:

$$f_1 = p \cdot \frac{n_1}{60} \quad (16.3.2)$$

Si conosce in effetti la frequenza  $f_1$  della corrente alternata di alimentazione, da cui si ricava il numero di giri di sincronismo del campo magnetico rotante.

$$n_1 = \frac{60 \cdot f_1}{p} \quad (16.3.3)$$

Lo statore rispetto al campo magnetico rotante si presenta come il primario di un trasformatore, nel quale la corrente di magnetizzazione  $I_\mu$  genera il flusso  $\Phi$  che induce la f.e.m  $E_1$ . Questa risulta proporzionale al numero di spire  $N_1$  alla frequenza  $f_1$  e al flusso  $\Phi$

$$E_1 = K_1 \cdot f_1 N_1 \Phi \quad (16.3.4)$$

### 16.3.3 Scorrimento

Il rotore ruota con un numero di giri  $n_2$  inferiore a quello  $n_1$  del campo magnetico rotante: si ha quindi uno scorrimento relativo di questo rispetto a quello.

Il campo magnetico rotante ruota rispetto al rotore con un numero di giri relativo dato dalla differenza  $n_1 - n_2$  tagliando i conduttori, disposti sul rotore stesso, e inducendo in essi una f.e.m  $E_2$

Si definisce scorrimento relativo  $s$  il rapporto tra il numero di giri  $n_1 - n_2$  con il quale c.m.r ruota rispetto al rotore e il numero di giri  $n_1$  del c.m.r stesso.

$$s = \frac{n_1 - n_2}{n_1} \quad (16.3.5)$$

Da questa espressione si ricava il numero di giri del rotore:

$$n_2 = n_1(1 - s) \quad (16.3.6)$$

Si noti che quando il rotore è fermo allora  $n_2 = 0$  e risulta  $s = 1$ . In tal caso il c.m.r ruota rispetto al rotore con il numero di giri  $n_1$

Se il rotore ruota in sincronismo con il c.m.r e risulta  $n_1 = n_2$  allora lo scorrimento relativo è nullo:  $s = 0$ .

### 16.3.4 Forza elettromotrice indotta sul rotore

Nei conduttori dell'indotto, tagliati dal flusso che ruota rispetto ad essi con numero di giri relativo  $n_1 - n_2 = n_1 \cdot s$ , si induce una f.e.m  $E_2$  dipendente dallo scorrimento.

La f.e.m  $E_2$  ha la stessa espressione di quella  $E_1$  indotta nello statore, solamente che la sua frequenza  $f_2$  dipenderà dal numero di giri  $n_1 - n_2$  con il quale il c.m.r ruota rispetto al rotore.

$$f_2 = \frac{60 \cdot (n_1 - n_2)}{p} \quad \text{ma} \quad n_1 - n_2 = n_1 \cdot s \quad \text{sostituendo:}$$

$$f_2 = \frac{60 \cdot n_1 \cdot s}{p} \quad \text{ma} \quad \frac{60 \cdot n_1}{p} = f_1 \quad \text{ne deriva che:}$$

$$\boxed{f_2 = s \cdot f_1} \quad (16.3.7)$$

L'espressione della *f.e.m.*  $E_2$  può essere posta nella forma:

$$E_2(s) = K_2 \cdot f_2 \cdot N_2 \cdot \Phi$$

$$E_2(s) = K_2 \cdot s \cdot f_1 \cdot N_2 \cdot \Phi \quad (16.3.8)$$

La forza elettromotrice  $E_2(s)$  indotte sul rotore dipende dallo scorrimento  $s$   
I casi estremi si hanno per  $s=0$  e  $s=1$

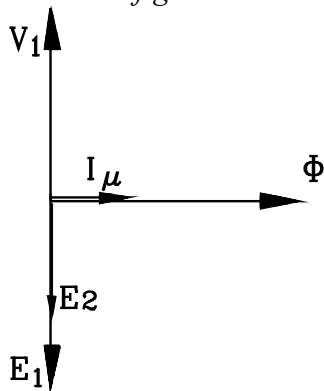
$s=0$  Lo scorrimento è nullo quando il rotore ruota in sincronismo con il *c.m.r.* Ciò si ottiene nel caso ideale che non vi sia coppia resistente applicata sul rotore. In tal caso, infatti, anche la coppia motrice deve essere nulla; e perché ciò avvenga, occorre che il rotore ruoti in sincronismo con il *c.m.r.*, in modo che non si inducano correnti nell'indotto.

$s=1$  Lo scorrimento è uguale ad 1 quando il rotore è fermo. Ciò si verifica all'avviamento o nel caso che il rotore venga bloccato.

Per  $n_1 = 0$  risulta:

$$s = \frac{n_1 - 0}{n_1} = 1$$

fig.16.12



Quando il rotore è bloccato il motore si comporta come un trasformatore con secondario in corto circuito. Questa condizione viene assunta come quella di riferimento.

Risulta per  $s=1$

$$E_2(1) = K_2 \cdot f_1 \Phi N_2$$

si può scrivere

$$E_2(s) = E_2(1) \cdot s \quad (16.3.9)$$

La *f.e.m.*  $E_2$  risulta a  $90^\circ$  in ritardo rispetto al flusso.

Il diagramma vettoriale del motore ideale è analogo a quello di un trasformatore.

#### 14.3.4.1 Rapporto di trasformazione

Con rotore bloccato il campo magnetico rotante induttore taglia i conduttori sia dello statore che del rotore con lo stesso numero di giri  $n_1$

La *f.e.m.* indotte nei conduttori dello statore e del rotore dipendono dalla frequenza  $f_1$ :

$$\text{Forza elettromotrice indotta nello statore } E_1 = K_1 \cdot f_1 N_1 \Phi$$

$$\text{Forza elettromotrice indotta nel rotore bloccato } E_2(1) = K_2 \cdot f_1 \Phi N_2$$

In condizioni di rotore bloccato il rapporto tra la forza elettromotrice indotta nello statore e quella indotta nel rotore è una costante  $m$  a cui si dà nome di rapporto di trasformazione.

$$\frac{E_1}{E_2(1)} = \frac{K_1 \cdot f_1 N_1 \Phi}{K_2 \cdot f_1 \Phi N_2} = \frac{K_1 \cdot N_1}{K_2 \cdot N_2} = m$$

Con una certa approssimazione si può ritenere la *f.e.m.*  $E_1$  uguale alla tensione  $V_1$  per cui risulta:

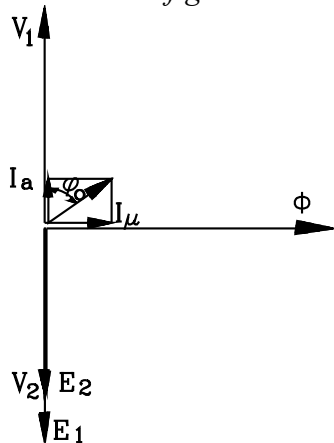
$$m = \frac{E_1}{E_2(I)} \cong \frac{V_1}{E_2(I)} \quad (16.3.10)$$

## 16.4 Circuito equivalente di un motore asincrono

Il circuito equivalente che rappresenta il funzionamento del motore asincrono ha molta analogie con il trasformatore

### 16.4.1 Comportamento a vuoto

fig.16.13



Nel motore reale, a vuoto, quando non si applica un momento resistente sull'albero si rileva un piccolo assorbimento di potenza attiva  $P_0$ . Questa è dovuta principalmente alle perdite nel ferro.

Come nei trasformatori, la corrente  $I_0$  assorbita in tali condizioni ha una componente  $I_\mu$  magnetizzante che crea il flusso  $\Phi$  nella sua stessa fase e a  $90^\circ$  rispetto alla tensione di alimentazione  $V_1$ . Un'altra componente  $I_a$  di  $I_0$  risulta in fase alla tensione di alimentazione  $V_1$  e determina l'assorbimento della potenza attiva  $P_0$ .

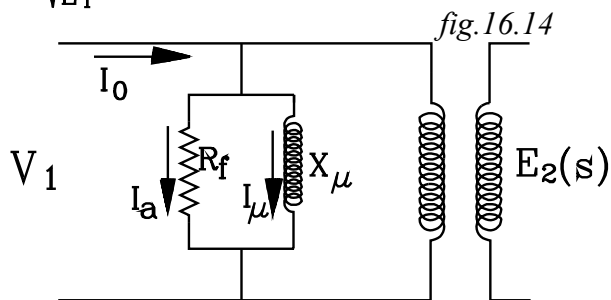


fig.16.14

Come nei trasformatori l'assorbimento di queste due correnti può essere schematizzata da un parallelo tra una resistenza equivalente  $R_f$  e una reattanza  $X_\mu$

La f.e.m  $E_1$  dipende dalla frequenza  $f_1$  mentre  $E_2$  dipende da  $f_2$  ed è espressa

rispetto allo scorrimento  $s$

### 16.5 Resistenze dello statore e del rotore

Gli avvolgimenti dello statore e del rotore presentano delle resistenze al passaggio della corrente. Esse vanno poste nei circuiti equivalenti come si è fatto per i trasformatori. In questo caso il primario rappresenta il circuito dello statore mentre il secondario quello del rotore.

### 16.6 Reattanze di dispersione

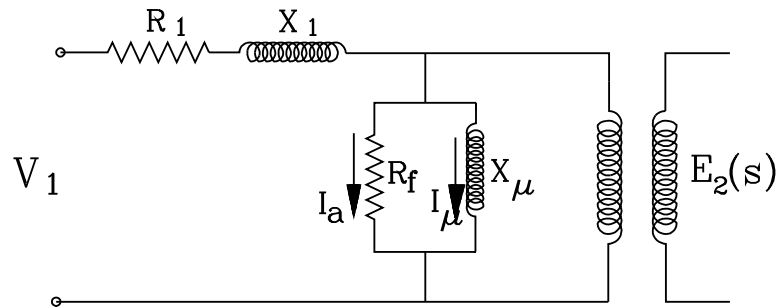
Una certa parte dei flussi generati sia dalle correnti dello statore che del rotore non si accoppiano tra loro e vanno dispersi.

Come per i trasformatori, questi flussi dispersi vengono rappresentati da reattanze equivalenti.

#### 16.6.1 Reattanza equivalente dello statore

Rappresenta quella parte del flusso alternato di frequenza  $f_1$  che non si accoppia con il rotore e si disperde nell'aria.

fig.16.15



Il flusso disperso è proporzionale alla corrente e alla frequenza, per cui si presenta come un flusso di una induttanza equivalente.

Ciò comporta di considerare nel circuito equivalente dello statore una reattanza in serie alla resistenza: *fig.16.15*.

$$X_1 = \omega_1 \cdot L_2 = 2\pi \cdot f_1 \cdot L_1 \quad (16.6.1)$$

### 16.7 Motore sotto carico - Circuito equivalente del rotore

Posto un carico sul rotore, questo rallenta rispetto al campo magnetico rotante statorico e i suoi conduttori vengono tagliati dalle linee di flusso con induzione di *f.e.m* che generano correnti rotoriche .

Il rotore può essere costituito da una semplice gabbia di scoiattolo o con avvolgimenti simili a quelli posti sullo statore. In ogni caso le correnti indotte generano un campo magnetico rotante attorno al rotore, detto *campo indotto*.

Tale campo essendo generato da correnti di frequenza :

$$f_2 = f_1 \cdot s \quad (16.7.1)$$

ruoterà rispetto al rotore con un numero di giri:

$$n = 60 \cdot \frac{f_1 \cdot s}{p} = n_1 \cdot s$$

Ma a sua volta il rotore ruota con numero di giri  $n_2$ ; per cui il campo *magnetico di indotto* ruoterà con la somma:

$$n_2 + n_1 \cdot s \quad \text{ma} \quad n_1 \cdot s = n_1 - n_2$$

Ne viene che il campo magnetico di indotto ruoterà con numero di giri pari a quello statorico. Infatti:

$$n_2 + n_1 \cdot s = n_2 + n_1 - n_2 = n_1$$

I campi magnetici rotanti *induttore* ed di *indotto* ruotano in sincronismo, mantenendo la stessa posizione relativa nello spazio.

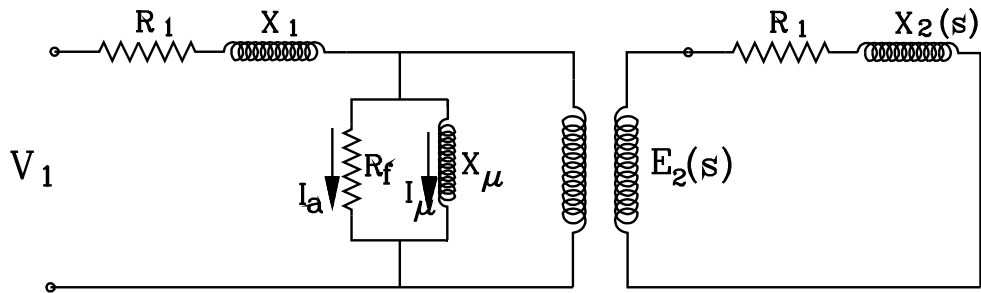
Consideriamo per facilità di trattazione un rotore avvolto e polarizziamo l'attenzione sul comportamento di una fase, di cui si vuole determinare il circuito equivalente.

Nei conduttori di una fase del rotore si induce una *f.e.m*  $E_2(s)$ , dipendente dallo scorrimento  $s$ , la quale fa circolare la corrente  $I_2$  che determina insieme alle correnti delle altre fasi il campo magnetico rotante indotto.

Questo campo si concatenerà con gli avvolgimenti statorici, comportandosi così come un trasformatore sotto carico.

Anche in questo caso non tutto il flusso generato dalle correnti rotoriche si concatenano con gli avvolgimenti statorici: vi sarà un flusso disperso in aria. Questo si può considerare come se fosse generato da una reattanza equivalente  $X_2(s)$ , detta *reattanza di dispersione rotorica* dipendente dallo scorrimento  $s$ .

*fig.16.16*



Il circuito equivalente del rotore si presenta come il secondario di un trasformatore, la cui *f.e.m.*  $E_2(s)$  indotta dipende dallo scorrimento  $s$ , e il cui carico è composto dalla resistenza rotorica  $R_2$  e dalla reattanza di dispersione  $X_2(s)$  dipendente dallo scorrimento  $s$ .

La reattanza  $X_2(s)$  è data dalla espressione:

$$X_2(s) = L_2 \cdot \omega_2$$

Dove  $\omega_2$  è data dalla frequenza  $f_2$  delle correnti rotoriche:

$$\omega_2 = 2 \cdot \pi \cdot f_2 \quad \text{con} \quad f_2 = f_1 \cdot s$$

$$\omega_2 = 2\pi f_1 \cdot s \quad \text{ma} \quad 2\pi \cdot f_1 = \omega_1; \quad \text{par cui:}$$

$$\omega_2 = \omega_1 \cdot s$$

Per cui la reattanza di dispersione risulta:

$$X_2 = \omega_1 \cdot L_2 \cdot s \quad (16.7.2)$$

Se si blocca il rotore lo scorrimento risulta uguale ad 1:  $s=1$ .

Si indichi con  $X_2(1)$  la reattanza che si ottiene con rotore bloccato con  $s=1$ , o, come si dice, *in condizioni di corto circuito*:

$$X_2(1) = \omega_1 \cdot L_2 \quad (16.7.3)$$

Allora la reattanza di dispersione rotorica, data dalla (16.7.2) dipendente da  $s$ , in condizioni normali di lavoro, si può esprimere nella forma:

$$X_2(s) = X_2(1) \cdot s \quad (16.7.4)$$

Come si è detto nel punto 16.3.4, la *f.e.m.*  $E_2(s)$  può essere espressa dalla (16.3.9):

$$E_2(s) = E_2(1) \cdot s \quad (16.7.5)$$

La corrente rotorica dipenderà dallo scorrimento  $s$ . Considerando il circuito equivalente di figura fig.16.16 si ha:

$$\dot{I}_2(s) = \frac{E_2(s)}{R_2 + jX_2(s)} \quad (16.7.6)$$

Sostituendo nella (16.7.6) le (16.7.4), (16.7.5):

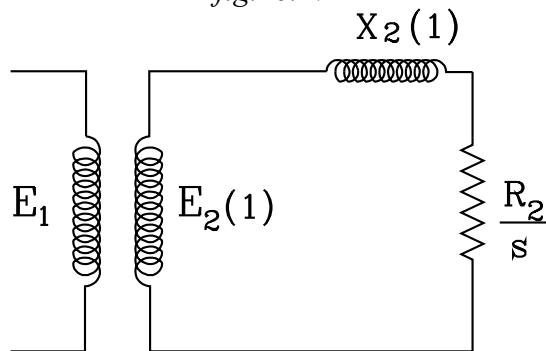
$$\dot{I}_2(s) = \frac{E_2(1) \cdot s}{R_2 + jX_2(1) \cdot s} \quad (16.7.7)$$

Si divida sia il numeratore che il denominatore della (16.7.7) per lo scorrimento  $s$ ; si ottiene la corrente di una fase rotorica nella forma:

$$\dot{I}_2(s) = \frac{E_1(I)}{\frac{R_2}{s} + jX_2(I)} \quad (16.7.8)$$

Nella espressione (16.7.8) la corrente rotorica  $I_2(s)$  è come se fosse generata da un secondario di un trasformatore, la cui *f.e.m.* è data da  $E_2(I)$  ottenuta con  $s=1$ . Il secondario ha poi una reattanza  $X_2(I)$  indipendente dallo scorrimento  $s$ , ed una resistenza equivalente, data dalla resistenza propria del rotore  $R_2$  divisa per lo scorrimento  $s$ .

Il circuito equivalente del secondario diviene così come rappresentato in *fig.16.17*



Con il circuito equivalente di *fig.16.17* il rotore si comporta come se in esso fosse indotta una *f.e.m.*  $E_2(1)$  non dipendente dallo scorrimento e pari a quella ottenuta quando viene bloccato il rotore, nel suo circuito vi fosse una reattanza " $X_2(I) = \omega_1 \cdot L_2$ ", dipendente dalla frequenza  $f_1$  e una resistenza  $\frac{R_2}{s}$ , dipendente dallo scorrimento " $s$ ".

Con il circuito equivalente di *fig.16.17* la dipendenza dei parametri dallo scorrimento si ripercuote sulla variazione della resistenza invece che sulla *f.e.m.*  $E_2(s)$  e sulla reattanza  $X_2(s)$  come avviene realmente, ma si ottiene la stessa corrente  $I_2(s)$  assorbita realmente dal rotore.

La resistenza equivalente  $\frac{R_2}{s}$  assorbe una potenza attiva pari a quella che in totale assorbe realmente il rotore sotto carico.

Ora la resistenza di una fase del circuito rotorico è  $R_2/s$ ; allora la restante parte di resistenza equivalente che assorbe potenza attiva, è data da:

$$\frac{R_2}{s} - R_2 = R_2 \cdot \left( \frac{1}{s} - 1 \right) = R_2 \cdot \frac{1-s}{s}$$

*Essa rappresenterà quella resistenza equivalente che assorbe la stessa potenza di quella trasformata da potenza elettrica in meccanica sul rotore.*

La potenza  $P_{jro}$  dissipata sul rotore per perdite Joule, ammesso che vi siano tre fasi sarà:

$$P_{jro} = 3 \cdot R_2 \cdot I_2^2(s) \quad (16.7.9)$$

La potenza meccanica resa sull'albero sarà quella assorbita dalla restante resistenza equivalente. Nelle tre fasi, essa sarà:

$$P_r = 3 \cdot R_2 \cdot \frac{1-s}{s} \cdot I_2^2(s) \quad (16.7.10)$$

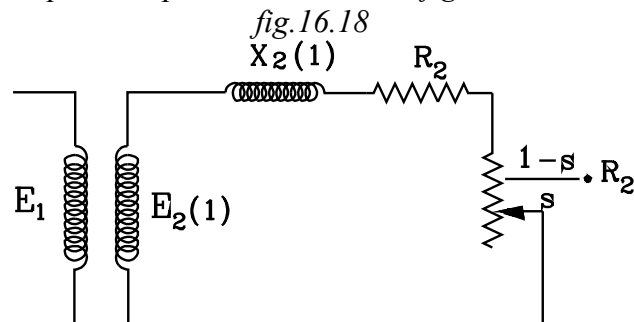
Nel circuito equivalente conviene così dividere la resistenza totale equivalente  $\frac{R_2}{s}$  in due resistenze:

- Nella resistenza  $R_2$  che è quella propria del rame del circuito rotorico, che dissipa potenza per effetto Joule
- Nella restante resistenza:

$$\frac{R_2}{s} - R_2 = R_2 \cdot \frac{1-s}{s}$$

la cui potenza assorbita è pari a quella meccanica resa sull'albero.

Il circuito equivalente si può così porre nella forma di *fig.16.18*



### 16.7.1 Diagramma circolare riferito al circuito rotorico

Facciamo riferimento al circuito equivalente di *fig.16.17*.

La corrente assorbita da una fase del rotore è data dalla (16.7.8):

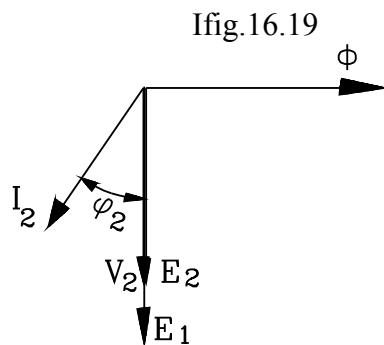
$$\dot{I}_2(s) = \frac{E_1(I)}{\frac{R_2}{s} + jX_2(I)} \quad (16.7.8) \quad \dot{I}_2(s) = \frac{E_1(I)}{\frac{R_2}{s} + j\omega_1 \cdot L_2}$$

Il modulo è:

$$I_2(s) = \frac{E_2(I)}{\sqrt{\frac{R_2^2}{s^2} + (\omega_1 \cdot L_2)^2}} \quad (16.7.11)$$

Il seno dell'angolo di fase è:

$$\text{sen } \varphi_2 = - \frac{\omega_1 \cdot L_2}{\sqrt{\frac{R_2^2}{s^2} + (\omega_1 \cdot L_2)^2}} \quad (16.7.12)$$



La corrente  $\dot{I}_2(s)$  è un vettore sfasato di  $\varphi_2$  in ritardo rispetto alla *f.e.m*  $E_2(I)$ .

Si vuole ora determinare il grafico che rappresenti come varia il vettore  $\dot{I}_2(s)$  al variare di "s" da zero ad infinito.



Dalle (16.7.11) e (16.7.12) si può determinare il modulo e la fase del vettore  $\dot{I}_2(s)$  al variare della variabile "s".

Per  $s \rightarrow 0$  Il rapporto  $\frac{R_2}{s} \rightarrow \infty$  tende all'infinito ed il modulo della corrente tende a zero  
 $I_2(0) \rightarrow 0$ .

La fase  $\varphi_2$  per  $s \rightarrow 0$  tende anche essa a zero.

Per  $s \rightarrow \infty$  Il rapporto  $\frac{R_2}{s} \rightarrow 0$  tende a zero ed il modulo della corrente  $I_2(\infty)$  tende al valore limite:

$$I_2(\infty) = \frac{E_2(I)}{\omega_1 \cdot L_2} \quad (16.7.13)$$

Per  $s \rightarrow \infty$   $\text{sen } \varphi_2 \rightarrow -1$  e quindi la fase  $\varphi_2$  tende a  $-180^\circ$

Ora si osservi che per un valore generico dello scorrimento s, il modulo del vettore  $\dot{I}_2(s)$  è dato dalla (16.7.11):

$$I_2(s) = \frac{E_2(I)}{\sqrt{\frac{R_2^2}{s^2} + (\omega_1 \cdot L_2)^2}} \quad (16.7.14)$$

Moltiplichiamo sia numeratore che denominatore della (16.7.14) per  $\omega_1 \cdot L_2$ . Si ottiene:

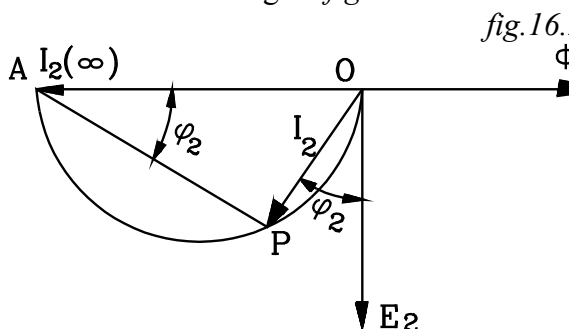
$$I_2(s) = \frac{\omega_1 \cdot L_2}{\sqrt{\frac{R_2^2}{s^2} + (\omega_1 \cdot L_2)^2}} \frac{E_2(I)}{\omega_1 \cdot L_2}$$

Osservando l'espressione (16.7.12) di  $\text{sen } \varphi_2$ , il modulo della corrente, per un valore generico di s si può scrivere nella forma:

$$I_2(s) = \frac{E_2(I)}{\omega_1 L_2} \cdot \text{sen } \varphi_2 \quad \text{ma per la (16.7.13)} \quad \frac{E_2(I)}{\omega_1 L_2} = I_2(\infty) \quad \text{per cui:}$$

$$\boxed{I_2(s) = I_2(\infty) \cdot \text{sen } \varphi_2} \quad (16.7.15)$$

Si osservi ora la figura fig. 16.20.



La corrente per  $s \rightarrow \infty$  è il vettore  $OA$  di modulo  $I_2(\infty)$  dato dalla (16.7.13) e fase  $-180^\circ$ .

Si tracci una semicirconferenza di diametro pari a  $I_2(\infty)$ , posta nel 3° quadrante, come rappresentato in figura.

Dato un valore s dello scorrimento si ottiene un vettore della corrente dato dalla espressione (16.7.15). Ma questa espressione corrisponde

alla corda  $OP$  inclinata di  $\varphi_2$  rispetto al vettore  $E_2(I)$  rappresentato a  $90^\circ$  rispetto a  $\phi$ . Infatti dal triangolo  $OPA$  risulta:

$$OP = OA \cdot \text{sen } \varphi_2 \quad \text{dove} \quad OA = I_2(\infty)$$

$$OP = I_2(\infty) \cdot \text{sen } \varphi_2$$

Ne viene che al variare dello scorrimento  $s$  da  $0$  ad  $\infty$  l'estremità del vettore intensità di corrente rotorica  $\dot{I}_2(s)$  si sposta sulla semicirconferenza dal punto origine  $O$  al punto  $A$  corrispondente a  $I_2(\infty)$ .

Il diagramma circolare di figura *fig.16.20* si riferisce alla corrente rotorica, ma questa, salvo casi particolari non è accessibile e misurabile dall'esterno. Conviene quindi determinare un grafico che si riferisca all'andamento della corrente statorica che è quella assorbita dalla linea di alimentazione.

### 16.7.2 Diagramma circolare riferito al circuito statorico

#### Corrente di reazione

La corrente  $I_2(s)$  che scorre nel circuito rotorico genera un flusso che si concatena con il circuito dello statore.

Ci si trova nelle stesse condizioni studiate nei trasformatori alla chiusura del circuito secondario.

La corrente  $I_2(s)$  genera una *f.m.m.* che tende a variare il flusso dello statore; ma questo non può variare essendo costante la tensione di alimentazione. Ciò vuol dire che verrà richiesta dalla linea una corrente di reazione  $I'_1(s)$  che generi una *f.m.m.* che bilanci quella generata dalla corrente rotorica  $I_2(s)$ .

Detta corrente di reazione è un vettore che ha la stessa direzione della corrente rotorica verso opposto e il rapporto tra le due correnti è la costante di trasformazione  $m$ :

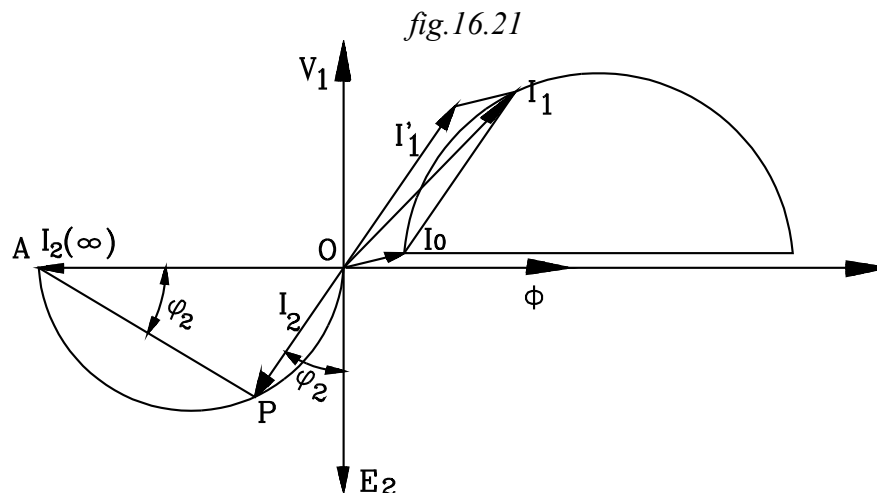
$$\frac{I_2(s)}{I'_1(s)} = m \quad \text{da cui} \quad I'_1(s) = \frac{I_2(s)}{m}$$

Quindi quando si pone un carico sul rotore viene assorbita dalla linea la corrente  $I_0 = I_a + I_\mu$  assorbita per le perdite a vuoto e per generare il flusso, più la corrente di reazione  $I'_1(s)$  che serve per bilanciare la *f.m.m.* generata dalla corrente rotorica. La corrente in una fase equivalente dello statore è quindi data dalla somma:

$$\boxed{I_1(s) = I_0 + I'_1(s)} \quad (16.7.16)$$

Si può così tracciare il diagramma che fornisce il vettore  $I_1(s)$  al variare dello scorrimento.

Ora la corrente  $I_0$  è fissa mentre  $I'_1(s)$  è opposta e proporzionale alla corrente rotorica  $I_2(s)$ . L'estremità di questa al variare di  $s$  descrive la circonferenza  $OAP$ , ne viene che anche l'estremità del vettore che rappresenta la corrente dello statore descrive una circonferenza: *fig.16.21*.



### 16.7.3 Tracciamento del diagramma circolare

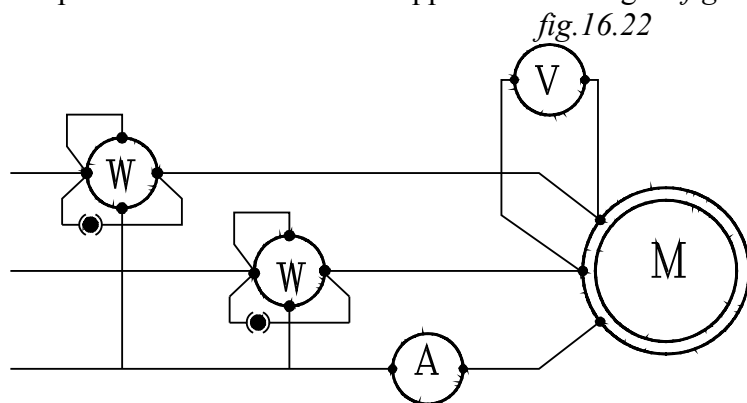
Per tracciare il diagramma circolare occorre effettuare due prove. Una prova a vuoto per determinare la corrente  $I_0$  e una prova con rotore bloccato, detta di corto circuito, con la quale si determina la corrente  $I_{cc}$  detta di corto circuito.

#### 16.7.3.1 Prova a vuoto

La prova a vuoto viene eseguita alimentando il motore e facendolo ruotare liberamente senza applicare alcun carico sull'albero.

In questo caso dalla linea viene assorbita una potenza  $P_0$  che in pratica corrisponde alle perdite nel ferro per effetto dell'isteresi e delle correnti parassite. Essendo la corrente assorbita molto piccola si può in prima approssimazione trascurare la potenza dispersa per perdite Joule nel rame.

Per la prova si monta il circuito rappresentato in figura *fig.16.22*.



Si montano due wattmetri in inserzione *ARON* per la misura della potenza, un amperometro per la misura della corrente di linea e un voltmetro per la misura della tensione.

La prova viene fatta alla tensione nominale.

In parallelo alle bobine amperometriche dei wattmetri si pongono le spine di corto circuito che debbono essere inserite all'avviamento del motore. Questo perché in questo istante vi è un elevato assorbimento di corrente che potrebbe danneggiare dette bobine.

Avviato il motore e portata la tensione a quella nominale, si effettuano le letture  $A$  e  $B$  dei due wattmetri in inserzione *ARON* e la corrente  $I_0$  indicata dall'amperometro.

La potenza assorbita nella prova a vuoto è data dalla somme delle indicazioni dei due wattmetri:

$$P_0 = A + B$$

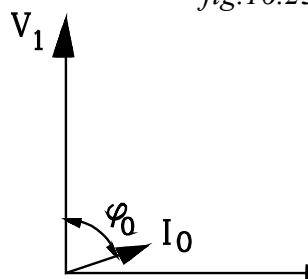
Dal valore della corrente assorbita  $I_0$ , della tensione  $V_n$  e della potenza  $P_0$  si ricava il fattore di potenza:

$$P_0 = \sqrt{3} V_n \cdot I_0 \cdot \cos \varphi_0 \quad \text{da cui:}$$

$$\cos \varphi_0 = \frac{P_0}{\sqrt{3} V_n \cdot I_0} \quad (16.7.17)$$

Per il tracciamento del diagramma circolare occorre tener conto dell'effettivo collegamento delle fasi statoriche. Il diagramma si riferisce ad una fase.

*fig.16.23*



Comunque conviene riferirsi ad un circuito equivalente a stella. In questo la corrente  $I_0$  di linea misurato corrisponde a quello di fase, mentre la tensione di fase è pari a quella stellata, corrispondente a quella concatenata diviso  $\sqrt{3}$ .

Con queste precisazioni si può tracciare il vettore corrispondente ad  $I_0$  sfasato in ritardo di  $\varphi_0$  rispetto alla tensione di fase  $V_1$  posta sull'asse delle ordinate.

### 16.7.3.2 Prova in corto circuito

In questa prova si blocca il rotore e si alimenta lo statore con una tensione variabile e si legge sull'amperometro posto sulla linea di alimentazione la corrente assorbita.

Si regola la tensione di alimentazione dello statore fino ad ottenere un valore  $V_{1cc}$  con il quale si legge sull'amperometro il valore corrispondente alla corrente nominale  $I_n$ .

In queste condizioni si effettua la lettura dei valori  $A$  e  $B$  indicati dai due wattmetri in inserzione ARON. Si ottiene la potenza assorbita:

$$P_{1cc} = A + B$$

da cui si ricava il fattore di potenza:

$$P_{1cc} = \sqrt{3} V_{1cc} \cdot I_n \cdot \cos \varphi_{cc}$$

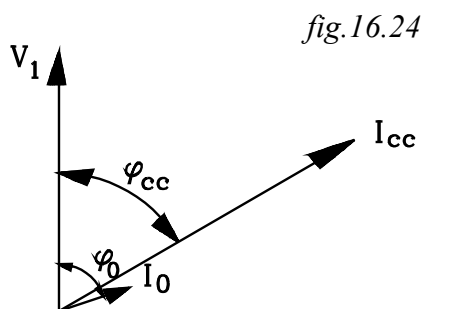
$$\cos \varphi_{cc} = \frac{P_{1cc}}{\sqrt{3} \cdot V_{1cc} \cdot I_n} \quad (16.7.18)$$

Ora la prova in corto è stata effettuata ponendo una tensione  $V_{1cc}$  corrispondente alla corrente nominale. La corrente che effettivamente si ha con motore bloccato quando lo statore è alimentato dalla tensione nominale  $V_1$  sarà una corrente  $I_{cc}$  molto più grande di quella nominale. Questa si può ottenere dalla proporzione:

$$\frac{V_1}{V_{1cc}} = \frac{I_{cc}}{I_n}$$

da cui si ricava la corrente di corto circuito che si avrebbe con rotore bloccato e con statore alimentato alla tensione nominale:

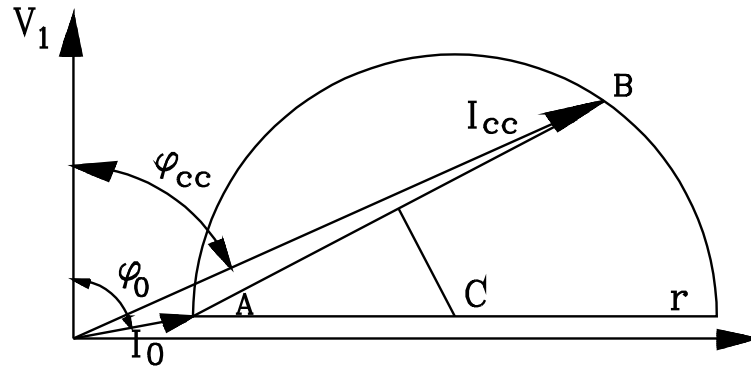
$$I_{cc} = \frac{V_1}{V_{1cc}} \cdot I_n \quad (16.7.19)$$



Ora conoscendo il modulo della corrente di corto circuito  $I_{cc}$  e la fase  $\varphi_{cc}$  rispetto alla tensione di fase  $V_1$  posta sull'asse delle ordinate si può tracciare il vettore rappresentativo.

Tracciati i due vettori corrispondenti alla corrente a vuoto  $I_0$  e di corto circuito  $I_{cc}$  si hanno due punti della circonferenza che si vuole tracciare, corrispondenti agli estremi dei due vettori. Quindi congiungendo le estremità dei vettori  $I_0$  e  $I_{cc}$  si ha una corda della circonferenza. Inoltre come si può osservare dalla figura *fig.15.21* il centro della circonferenza è sulla retta  $r$  spiccata dall'estremità del vettore  $I_0$  e parallela all'asse delle ascisse.

*fig.16.25*

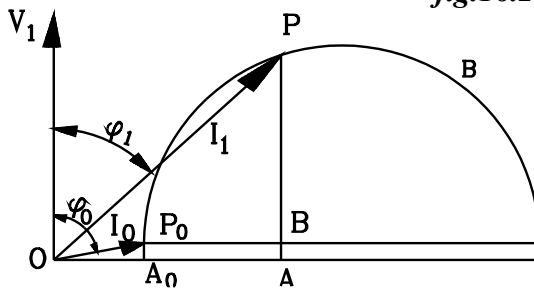


Ora l'asse di una corda di una circonferenza passa per il centro. Così tracciata la corda AB congiungente le estremità dei due vettori  $I_0$  e  $I_{cc}$ , si disegna l'asse "a" di tale corda. L'incontro di essa con la retta  $r$  spiccata dall'estremità del vettore  $I_0$  determina il centro  $C$  della circonferenza.

Si può ora tracciare la circonferenza di centro  $C$  e raggio  $CA$

**16.7.4 Potenze lette sul diagramma circolare**

*fig.16.26*



Si osservi che, qualunque sia la connessione delle fasi dello statore, la potenza apparente assorbita dal motore è data dal prodotto:

$$S = \sqrt{3} V_1 \cdot I_1$$

Dove  $V_1$  è la tensione nominale ed  $I_1$  la corrente assorbita dal motore sotto un determinato carico.

Quindi secondo il fattore di proporzionalità  $\sqrt{3} \cdot V_1$  costante il diagramma delle correnti può rappresentare quello delle potenze: basta moltiplicare la scala delle correnti per il fattore costante  $\sqrt{3} \cdot V_1$ .

**16.7.4.1 Potenza assorbita dal motore sotto carico**

La potenza assorbita dalla rete è data dal prodotto:

$$P_a = \sqrt{3} \cdot V_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1$$

Considerando la figura *fig.16.26*, dal triangolo  $OAP$  si ha:

$$AP = I_1 \cdot \cos \varphi_1$$

Ne viene che il segmento  $AP$  rappresenta proporzionalmente la potenza assorbita dal motore.

$$\boxed{P_a = AP} \quad (16.7.20)$$

**16.7.4.2 Potenza assorbita a vuoto dal motore**

La potenza a vuoto è data da:

$$P_0 = \sqrt{3} \cdot V_1 \cdot I_0 \cdot \cos \varphi_0$$

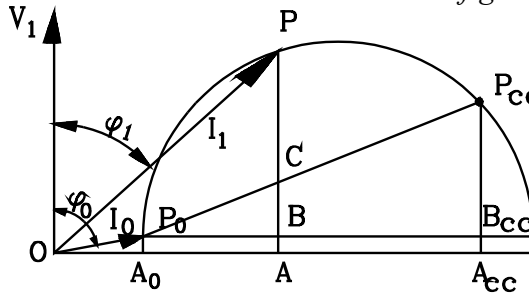
Dal triangolo  $OP_0A_0$  si ha:

$$A_0P_0 = I_0 \cdot \cos \varphi_0 \quad \text{dove } A_0P_0 = AB$$

Quindi il segmento  $AB$  rappresenta proporzionalmente la potenza assorbita a vuoto in pratica coincidente con le perdite nel ferro.

$$P_0 = A_0 P_0 \quad (16.7.21)$$

16.7.4.3 *Potenza persa per effetto Joule nel rame*  
fig.16.27



Si consideri il punto  $P_{cc}$  (fig.16.27) sulla circonferenza corrispondente alla corrente di corto circuito (non rappresentata in figura).

Il segmento  $A_{cc}P_{cc}$  rappresenterà la potenza che verrebbe assorbita dal motore, bloccando il rotore.

In questo caso la potenza andrebbe tutta dispersa per perdite Joule sul rame e nel ferro.

Le perdite nel ferro sono rappresentate dal

segmento  $A_{cc}B_{cc} = A_0 P_0$ .

Togliendo alla potenza totale assorbita in corto quella dispersa nel ferro si ottiene la potenza persa nel rame, data dal segmento  $B_{cc}P_{cc}$ .

Ora il segmento  $B_{cc}P_{cc}$  rappresenta la massima dispersione di potenza che si ha nel rame quando il rotore è bloccato. Nel punto  $P_0$  della circonferenza, riferendosi alla dispersione di potenza nel ferro, la potenza per effetto Joule è nulla.

Si può ammettere che dal punto  $P_{cc}$  al punto  $P_0$  la perdita di potenza nel rame vada proporzionalmente diminuendo fino ad annullarsi in  $P_0$ .

Si congiunge così il punto  $P_{cc}$  con  $P_0$  la congiungente darà l'andamento della potenza dispersa nel rame ai vari carichi.

Così considerando un carico che assorbe la corrente  $I_1$  di figura, la dispersione della potenza nel rame per effetto Joule  $P_j$  è data dal segmento  $BC$ :

$$P_j = BC \quad (16.7.22)$$

16.7.4.4 *Potenza resa al rotore*

La potenza assorbita dalla rete è rappresentata come si è detto dal segmento  $AP$ . Se alla potenza assorbita si tolgono le potenze disperse sia nel rame che nel ferro si ottiene la potenza resa al rotore del motore. Togliendo quindi dal segmento  $AP$  rappresentante la potenza assorbita il segmento  $A_0 P_0$  rappresentante la potenza dispersa nel ferro e il segmento  $BC$  indicante la potenza dissipata nel rame si, ottiene il segmento  $CP$  che indicherà la potenza  $P_r$  resa al rotore.

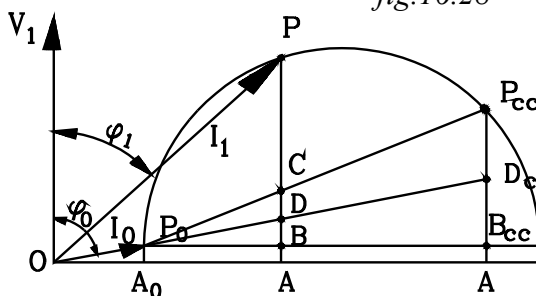
$$P_r = CP \quad (16.7.23)$$

16.7.4.5 *Potenza dispersa nel rame dello statore e nel rame del rotore*

Conoscendo la resistenza delle fasi dello statore e la corrente che le percorre si può determinare la potenza dissipata per effetto Joule nel rame dello statore in corrispondenza della corrente di corto circuito:

$$3 \cdot R_l \cdot I_{cc}^2$$

fig.16.28



Si rappresenta tale potenza dissipata nel rame dello statore con il segmento  $B_{cc}D_{cc}$  che è una parte del segmento  $B_{cc}P_{cc}$ , rappresentante la potenza totale dispersa nel rame.

$$B_{cc}D_{cc} = 3 \cdot R_l \cdot I_{cc}^2$$

Ne viene allora che il segmento  $D_{CC}P_{cc}$  rappresenterà la restante dissipazione di potenza del rame che si ha nel rotore in corto circuito:

$$D_{cc}P_{cc} = \text{Potenza nel rame dello statore con rotore bloccato}$$

Ora congiungendo il punto  $D_{cc}$  con il punto  $P_0$  si ottiene la linea  $D_{cc}P_0$  che divide nelle diverse condizioni di carico le perdite nel rame del rotore da quelle dello statore.

Così, nelle condizioni di carico con assorbimento di corrente  $I_l$  si ha:

$$\text{Perdite nel rame dello statore: } P_{jst} = BD \quad (16.7.24)$$

$$\text{Perdite nel rame del rotore: } P_{jro} = DP \quad (16.7.25)$$

#### 16.7.4.6 Potenza trasmessa

La potenza trasmessa dal campo magnetico rotante statorico al rotore è la somma della potenza resa e trasformata in potenza meccanica più la potenza dissipata nel rame del rotore:

$$P_t = P_r + P_{jro}$$

Nel diagramma circolare la potenza trasmessa è rappresentata dal segmento  $DP$ :

$$DP = DC + CP = P_{jro} + P_r = P_t$$

In conclusione sul diagramma circolare in corrispondenza di una corrente esorbita dallo statore si possono leggere le seguenti potenze:

Potenza dissipata nel ferro  $P_0$ : Segmento  $AB$

Potenza dissipata nel rame dello statore  $P_{jst}$ : Segmento  $BD$

Potenza dissipata nel rame del rotore  $P_{jro}$ : Segmento  $DC$

Potenza resa  $P_t$ : Segmento  $CP$

Potenza trasmessa  $P_t$ : Segmento  $DP$

### 16.8 Potenza trasmessa - Potenza dissipata nel rame del rotore - Potenza resa

La potenza trasmessa dallo statore al rotore avviene tra i due campi magnetici induttore e di indotto i quali ruotano in sincronismo con numero di giri  $n_l$ .

Ricordiamo che, il rotore ruota con numero di giri  $n_2$  inferiore ad  $n_l$ , ma le correnti rotoriche generano un campo magnetico di indotto che ruota rispetto al rotore con un numero di giri  $n_l - n_2$  nello stesso senso del campo induttore; per cui la perdita di giri del rotore rispetto al campo magnetico rotante induttore lo acquista il campo rotante di indotto che ruoterà in sincronismo con quello statorico.

La potenza trasmessa dallo statore al rotore avviene quindi tra i due campi magnetici rotanti con numero di giri  $n_l$ . Indicata con  $C_m$  la coppia motrice, la potenza trasmessa sarà:

$$P_t = \Omega_l \cdot C_m$$

dove la velocità angolare  $\Omega_l$  è data da:

$$\Omega_l = \frac{2\pi n_l}{60}$$

$$P_t = \frac{2\pi n_l}{60} \cdot C_m \quad (16.8.1)$$

Il rotore ruota con un numero di giri  $n_2$  inferiore ad  $n_l$ , per cui la potenza resa, trasformata in potenza meccanica risulta:

$$P_r = \frac{2\pi n_2}{60} \cdot C_m \quad (16.8.2)$$

Questa potenza è inferiore a quella trasmessa dallo statore al rotore, questo perché una parte  $P_{jro}$  di potenza trasmessa si dissipa nella resistenza dei conduttori di rame del rotore.

La differenza tra potenza trasmessa e quella resa dà la potenza  $P_{jro}$  perduta nel rame del rotore:

$$P_{jro} = P_t - P_r \quad (16.8.3)$$

Sostituendo le (16.8.1), (16.8.2) si ha:

$$P_{jro} = \frac{2\pi n_1}{60} C_m - \frac{2\pi n_2}{60} C_m \quad P_{jro} = \frac{2\pi}{60} \cdot C_m \cdot (n_1 - n_2)$$

ma  $n_1 - n_2 = s \cdot n_1$

Per cui :

$$P_{jro} = \frac{2\pi}{60} \cdot C_m \cdot n_1 \cdot s \quad \text{Considerando la (16.8.1) si ottiene}$$

$$\boxed{P_{jro} = P_t \cdot s} \quad (16.8.3)$$

Ora la potenza trasmessa è la somma della potenza resa e quella persa nel rame:

$$P_t = P_r + P_{jro}$$

Sostituendo nella (16.8.3) si ottiene:

$$P_{jro} = (P_r + P_{jro}) \cdot s ; \quad P_{jro} = P_r \cdot s + P_{jro} \cdot s$$

Ricavando la potenza resa si ottiene:

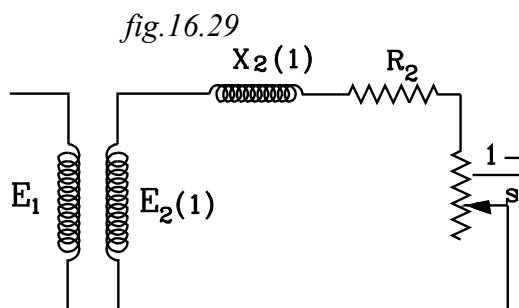
$$P_r = P_{jro} \frac{1-s}{s} \quad (16.8.4)$$

Se ora consideriamo il rotore composto da tre fasi equivalenti e indichiamo con  $R_2$  la resistenza rotorica, la potenza dispersa nel rame sarà data dalla espressione:

$$P_{jro} = 3 \cdot R_2 \cdot I_2^2$$

Per cui, sostituendo nella (16.8.4), la potenza resa al rotore e trasformata in potenza meccanica è data dall'espressione:

$$P_r = 3 \cdot R_2 \frac{1-s}{s} \cdot I_2^2$$



Come già si è ottenuto per via diversa, il circuito equivalente del rotore si presenta come il secondario di un trasformatore chiuso su di un carico dato dalla resistenza equivalente:

$$\frac{1-s}{s} \cdot R_2$$

Questa resistenza assorbe una potenza attiva pari a quella resa al rotore tradotta in potenza meccanica.

## 16.9 Caratteristica meccanica del motore

Come per i motori in continua riveste particolare importanza la caratteristica meccanica del motore che rappresenta la coppia motrice in funzione del numero di giri.

Può essere ricavata l'espressione della coppia motrice in funzione dello scorrimento  $s$  e da questo è facilmente ricavabile l'andamento della coppia rispetto al numero di giri del rotore, ricordando che:

$$n_2 = (1-s) \cdot n_1$$

### 16.9.1 Espressione della coppia rispetto ai parametri elettrici



Si effettui il bilancio energetico uguagliando l'espressione della potenza trasmessa dal campo magnetico rotante statorico e quella ricevuta dal rotore.

Nel circuito equivalente rotorico la potenza trasmessa attiva è quella che assorbe la resistenza equivalente totale  $\frac{R_2}{s}$ , che tiene conto sia della potenza dissipata sulla resistenza del rame che quella che si traduce in potenza meccanica:

$$P_{rot} = 3 \cdot \frac{R_2}{s} \cdot I_2^2 \quad (16.9.1)$$

Per l'equilibrio energetico dovrà essere:

$$P_t = P_{rot} \quad (16.9.2)$$

La potenza trasmessa dal campo magnetico rotante al rotore sarà data dal prodotto della coppia  $C_m$  per la velocità angolare di sincronismo  $\Omega_1$ .

$$P_t = \Omega_1 \cdot C_m$$

Dove la velocità angolare è:

$$\Omega_1 = \frac{2\pi n_1}{60} \quad \text{con} \quad n_1 = \frac{60 f_1}{p} \quad \text{per cui sarà:}$$

$$P_t = \frac{2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot f_1}{60 \cdot p} \cdot C_m \quad \text{riunendo tutte le costanti}$$

$$\boxed{P_t = k_t \cdot f_1 \cdot C_m} \quad (16.9.3)$$

Sostituendo la (16.9.1) e la (16.9.3) nella (16.9.2) si ha:

$$\begin{aligned} k_t \cdot f_1 \cdot C_m &= 3 \cdot \frac{R_2}{s} \cdot I_2^2 \\ C_m &= 3 \cdot \frac{R_2}{k_t \cdot f_1 \cdot s} \cdot I_2^2 \quad (16.9.4) \end{aligned}$$

L'espressione della corrente  $I_2$  è data dalla (15.7.8)

$$I_2(s) = \frac{E_2(1)}{\sqrt{\frac{R_2^2}{s^2} + (\omega_1 \cdot L_2)^2}} \quad (16.7.8)$$

Ma ricordiamo che la *f.e.m.*  $E_2(1)$  è legata alla tensione di alimentazione  $V_1$  dal rapporto di trasformazione:

$$\begin{aligned} m &\cong \frac{V_1}{E_2(1)} \quad \text{da cui} \\ E_2(1) &= \frac{V_1}{m} \end{aligned}$$

Sostituendo nella (16.7.8):

$$I_2 = \frac{V_1}{m \cdot \sqrt{\left(\frac{R_2}{s}\right)^2 + X_2^2(1)}}$$

Sostituendo nella (16.9.4) si ottiene:

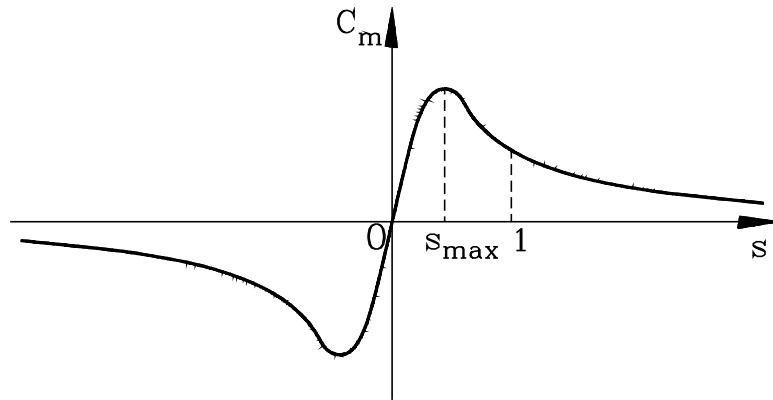
$$C_m = 3 \cdot \frac{R_2}{k_t \cdot f_1 \cdot s} \cdot \frac{V_1^2}{m^2 \cdot \left( \frac{R^2}{s^2} + X_2^2(1) \right)} \quad \text{da cui}$$

$$C_m = 3 \cdot \frac{V_1^2}{k_t \cdot f_1 \cdot m^2} \cdot \frac{R_2 \cdot s}{R_2^2 + X_2^2(1) \cdot s^2} \quad (16.9.5)$$

La espressione (16.9.5) determina la caratteristica meccanica del motore asincrono, con la quale si ottengono i valori della coppia motrice in funzione dello scorrimento.

Dall'analisi della funzione (16.9.5) si ottiene la curva di figura fig.4.64

fig.16.30



- Per  $s \rightarrow \infty$  la coppia motrice tende a zero per valori positivi  $C_m \rightarrow 0(+)$
- Per  $s \rightarrow -\infty$  la coppia motrice tende a zero per valori negativi  $C_m \rightarrow 0(-)$
- Dall'analisi delle derivate si ricava che la curva presenta un massimo relativo per:

$$s_{max} = \frac{R_2}{X_2(1)} \quad (16.9.6)$$

e un minimo relativo in

$$s_{min} = - \frac{R_2}{X_2(1)}$$

La coppia massima si ottiene per il valore dello scorrimento che soddisfa la (16.9.6). Da questa espressione si ricava:

$$s_{max} \cdot X_2(1) = R_2 \quad (16.9.7)$$

*La coppia massima si ha per quel valore dello scorrimento per il quale la reattanza induttiva del rotore risulta uguale alla sua resistenza.*

Sostituendo nella (16.9.4) si ottiene l'espressione della coppia massima.

$$C_{max} = 3 \cdot \frac{V_1^2}{k_t \cdot f_1 \cdot m^2} \cdot \frac{s_{max} \cdot X_2(1) \cdot s_{max}}{s_{max}^2 \cdot X_2^2(1) + X_2^2(1) \cdot s_{max}^2}$$

$$C_{max} = 3 \cdot \frac{V_1^2}{k_t \cdot f_1 \cdot m^2} \cdot \frac{X_{2(1)} \cdot s_{max}^2}{2 \cdot X_2^2(1) \cdot s_{max}^2}$$

$$C_{max} = 3 \cdot \frac{V_1^2}{k_t \cdot f_1 \cdot m^2} \cdot \frac{1}{2 \cdot X_2(1)}$$

ma  $X_2(1) = \omega_1 \cdot L_2 = 2\pi f_1 \cdot L_2$  quindi

$$C_{max} = 3 \cdot \frac{V_1^2}{k_t \cdot f_1 \cdot m^2} \cdot \frac{1}{2 \cdot 2\pi \cdot f_1 \cdot L_2} \quad (16.9.8)$$

Riunendo tutte le costanti in una sola e lasciando come variabili la tensione di alimentazione  $V_1$  e la sua frequenza  $f_1$ , la coppia massima ha l'espressione del tipo:

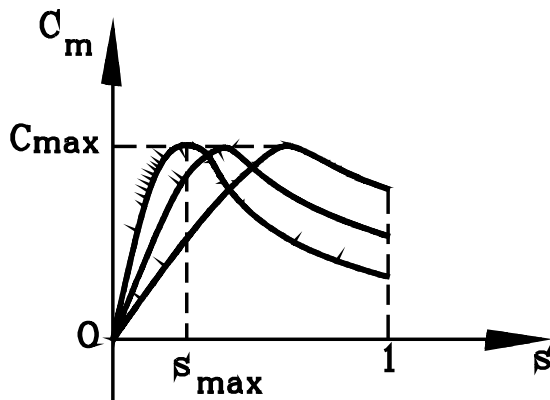
$$C_{max} = k_{m1} \cdot \left( \frac{V_1}{f_1} \right)^2 \quad (16.9.9)$$

Dalle espressioni (16.9.6) e (16.9.8) si possono trarre le seguenti conclusioni:

- 1° Osservando le espressioni (16.9.8) (16.9.9) si constata che la coppia massima non dipende dalla resistenza rotorica: rimane la stessa al variare di  $R_2$ . Essa aumenta secondo, il quadrato della tensione di alimentazione e diminuisce secondo il quadrato della frequenza.
- 2° Lo scorrimento  $s_{max}$ , dove si presenta la coppia massima, dipende dalla resistenza rotorica  $R_2$  e dalla induttanza di dispersione

$$s_{max} = \frac{R_2}{X_2(1)} \quad s_{max} = \frac{R_2}{\omega_1 \cdot L_2}$$

fig.16.31



Considerando quanto detto, al variare della resistenza  $R_2$ , lasciando costante  $\omega_1 \cdot L_2$  si otterranno diverse caratteristiche con la stessa coppia massima  $C_{max}$ , ma spostate verso scorrimenti  $s_{max}$  maggiori.

Si ottiene così una famiglia di curve caratteristiche a coppia massima  $C_{max}$  costante, ognuna corrispondente ad una determinata resistenza  $R_2$ . La coppia massima si sposta verso valori crescenti dello scorrimento all'aumentare della resistenza.

Nelle applicazioni pratiche la curva caratteristica meccanica conviene che sia riportata in funzione del numero di giri del rotore  $n_2$  anziché rispetto allo scorrimento  $s$ .

Occorre effettuare una sostituzione di variabili, ricordando che il numero di giri  $n_2$  del rotore è espresso rispetto allo scorrimento dalla relazione:

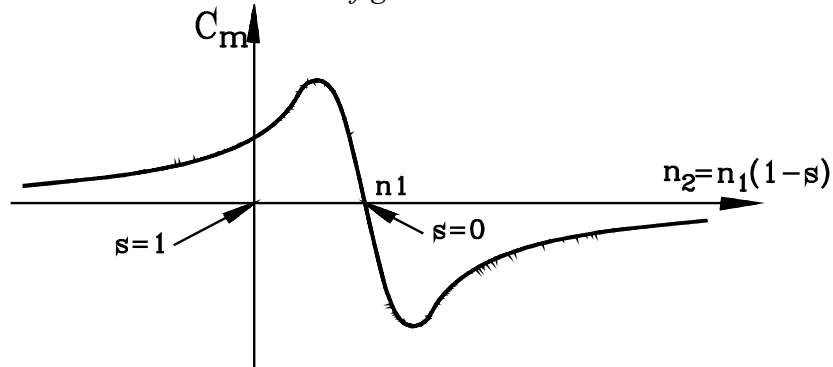
$$n_2 = n_1 \cdot (1 - s) \quad (16.9.10)$$

dove  $n_1$  è il numero di giri di sincronismo del campo, magnetico rotante statorico.

$$n_1 = \frac{60 \cdot f_1}{p}$$

$$n_2 = \frac{60 \cdot f_1}{p} \cdot (1 - s) \quad (16.9.11)$$

fig.16.32



La coppia di spunto si ha quando il rotore è fermo e risulta  $n_2 = 0$  ( $s=1$ ).

Si ottiene il sincronismo quando  $s=0$  e il numero di giri del rotore è uguale a quello del campo magnetico rotante statorico  $n_2 = n_1$ .

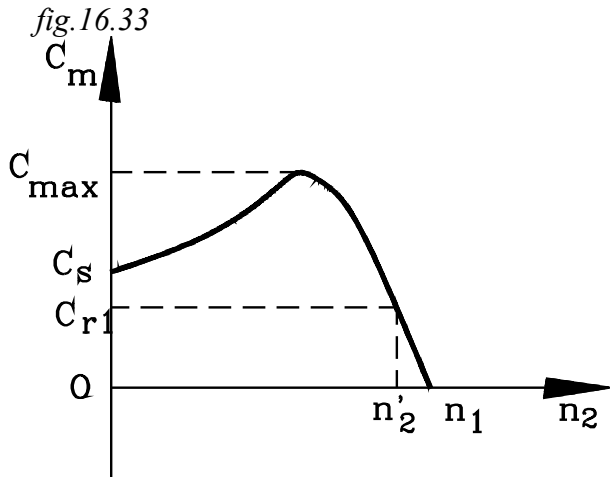
La coppia massima avviene ad un numero di giri:

$$n_{2c\max} = n_1(1 - s_{\max})$$

$$n_{2c\max} = n_1 \left( 1 - \frac{R_2}{\omega_1 \cdot L_2} \right) \quad (16.9.12)$$

### 16.10 Funzionamento del motore

Si consideri ora la curva caratteristica tracciata dalla condizione di rotore fermo con numero di giri zero ( $n_2 = 0$ ) fino al numero di giri di sincronismo con carico nullo sul rotore:  $n_2 = n_1$ .



La coppia che si ottiene con numero di giri  $n_2 = 0$  a rotore fermo, rappresenta la coppia di spunto all'avvio del motore.

È evidente che affinché il motore si avvii occorre che la coppia di spunto risulti superiore a quella resistente, applicata all'albero del motore.

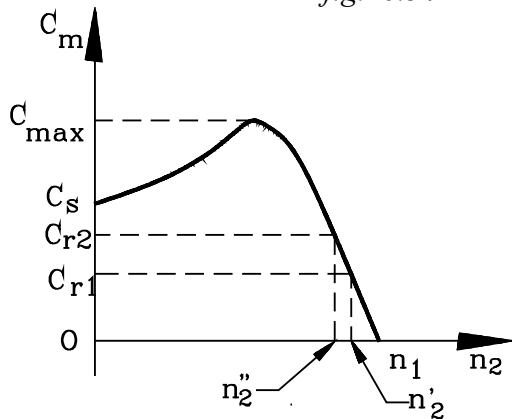
Il tratto della caratteristica stabile è quella discendente, nella quale è possibile che si determini l'uguaglianza tra la coppia motrice del motore e quella resistente.

Si consideri così il funzionamento del motore dall'accensione fino al momento in cui ruota con un numero di giri nel quale la coppia motrice risulta uguale a quella resistente.

All'accensione sul rotore è disponibile una coppia motrice pari a quella di spunto  $C_s$ . Se la coppia resistente  $C_{r1}$  risulta minore di questa, il motore si avvia accelera aumentando il numero di giri. All'aumentare di questo aumenta la coppia motrice per cui aumenta lo squilibrio tra questa e la resistente. Il motore continua ad accelerare aumentando  $n_2$ . Si arriva ad un numero di giri dove la coppia è massima dopo di che essa diminuisce, fino a che si raggiunge un numero di

giri  $n'_2$  in cui la coppia resistente uguaglia quella motrice. In tali condizioni il motore continua a ruotare con numero di giri costante restando costante la coppia resistente

fig.16.34



Supponiamo ora che la coppia resistente aumenti e passi dal valore  $C_{r1}$  a  $C_{r2}$ .

In tal caso, in un istante, la coppia motrice risulta inferiore a quella resistente ed il motore decelera diminuendo il numero di giri  $n_2$ . Ma diminuendo questo la coppia motrice aumenta, fino a che ad un numero di giri  $n''_2$  si ha di nuovo l'uguaglianza tra coppia motrice e resistente.

Nella caratteristica discendente si ha sempre un punto di equilibrio tra coppia motrice e resistente. Il motore si autoregola.

Il motore quindi non funziona a numero di giri costante. Tanto più è la coppia resistente tanto meno sarà il numero di giri del rotore: deve aumentare lo scorrimento in modo che si inducano correnti più elevate nel rotore, capaci di generare la coppia necessaria a bilanciare quella resistente.

Dalla espressione del numero di giri in cui si presenta la coppia massima:

$$n_{2c\max} = n_1 \left( 1 - \frac{R_2}{\omega_1 \cdot L_2} \right)$$

si può osservare che al diminuire della resistenza tale numero di giri si avvicina ad  $n_1$  e la caratteristica risulta molto inclinata, con piccola variazione del numero di giri al variare del carico.

Per ottenere un funzionamento con un numero di giri che vari di poco al variare del carico occorre diminuire la Resistenza rotorica  $R_2$ .

### 16.11 Problema dell'avviamento del motore - Reostato di avviamento

Come si è detto nel punto precedente, per ottenere un funzionamento del motore con un numero di giri che vari il meno possibile occorre che sia molto piccola la resistenza rotorica  $R_2$ .

Se questo offre un vantaggio nel funzionamento normale, presenta di contro uno svantaggio nello spunto del motore.

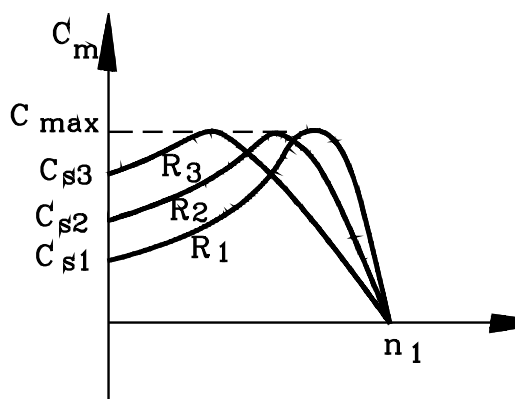
Come si è detto la coppia massima si verifica con uno scorrimento dipendente dalla resistenza  $R_2$ : essa si ottiene con uno scorrimento inferiore al diminuire della resistenza rotorica.

Ciò vuol dire che la coppia massima si sposta verso il numero di giri di sincronismo  $n_1$  al diminuire di  $R_2$ .

Ne viene che al diminuire della resistenza  $R_2$  si ha una famiglia di curve caratteristiche la cui coppia massima si sposta verso il numero di giri di sincronismo  $n_1$ .

Ciò comporta, come si nota dalla figura fig.16.35, che al diminuire della resistenza  $R_2$  la coppia di spunto diminuisce.

fig.16.35



Questo è un grave difetto per motori che debbono avviarsi sotto carico: il motore non parte se la coppia di spunto è inferiore a quella del carico applicato sull'albero.

Allo spunto del motore si hanno due inconvenienti legati al piccolo valore della resistenza rotorica  $R_2$ .

All'avviamento il rotore viene investito dal campo magnetico rotante dello statore con la massima velocità relativa, con la conseguente induzione di una *f.e.m*  $E_2(I)$  che determina

una elevata corrente  $I_2(I)$ : il rotore si comporta come il secondario di un trasformatore posto in corto circuito.

Nonostante l'elevato assorbimento di corrente determinato dalla piccola resistenza rotorica la coppia fornita allo spunto risulta molto piccola. Ciò è spiegabile pensando che la reattanza equivalente rotorica dipende dalla frequenza delle correnti indotte e nello spunto il campo magnetico rotante dello statore taglia i conduttori con il numero di giri  $n_1$  inducendo *f.e.m* della stessa frequenza di quella di alimentazione.

Ne viene quindi che la reattanza prevale sulla resistenza e la corrente risulta molto sfasata rispetto alla tensione, ottenendo così una maggiore potenza reattiva rispetto a quella attiva.

Occorre quindi allo spunto limitare la corrente assorbita e aumentare la coppia.

Nei motori di piccola potenza (3 - 4 kw), nei quali l'avviamento viene effettuato a vuoto o con un piccolo carico, si può effettuare l'avvio automatico con la semplice chiusura di un interruttore. In questo caso si dice che l'avvio è effettuato in corto circuito. Si ha un guizzo di corrente molto elevata nell'avvio, nell'istante in cui il rotore è fermo, che diminuisce subito al raggiungimento del numero di giri di regime.

I piccoli motori di questo tipo sono costruiti con il rotore a gabbia di scoiattolo.

Nei motori di più grande potenza occorre intervenire con opportuni accorgimenti all'avviamento per limitare la corrente assorbita ed aumentare, quando occorre, la coppia di spunto.

Se il motore parte a vuoto, e solamente dopo, viene inserito il carico, allora per l'avvio è sufficiente la coppia di spunto offerta dal motore a vincere la coppia resistente. In questo caso occorrerà intervenire solamente per limitare la corrente di spunto. Ciò si può ottenere limitando la tensione di alimentazione dello statore con un reostato di avviamento che viene inserito all'atto dell'avviamento e disinserito quando il rotore si è avviato, oppure si può alimentare lo statore con un autotrasformatore al cui secondario è disponibile una tensione variabile.

Un altro metodo utilizzato per limitare le correnti nel rotore allo spunto è quello di effettuare durante l'avviamento un collegamento a stella delle fasi dello statore, in modo che la tensione di fase è ridotta di  $\sqrt{3}$  rispetto alla tensione concatenata. Una volta che il motore si è avviato si collegano le fasi dello statore a triangolo ottenendo su di esse la tensione concatenata.

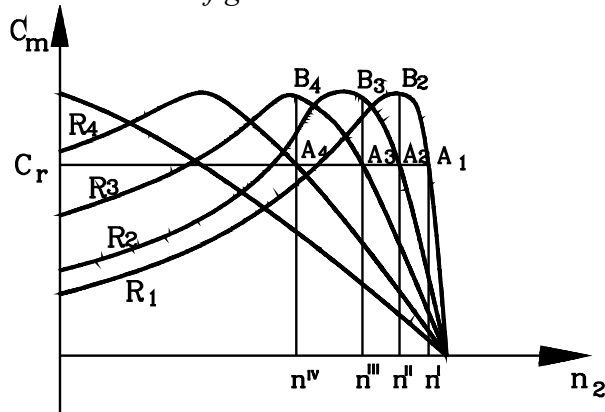
La variazione della coppia di spunto può essere effettuata spostando il massimo delle caratteristiche meccaniche verso i bassi valori del numero di giri.

La coppia massima come si è detto non varia il suo valore al variare della resistenza rotorica, ma varia rispetto a questa lo scorrimento e quindi il numero di giri nel quale si manifesta

$$n_{2c\max} = n_1 \left( 1 - \frac{R_2}{\omega_1 \cdot L_2} \right)$$

Aumentando  $R_2$  diminuisce il numero di giri in cui si manifesta la coppia massima. In tal modo all'aumentare di  $R_2$  le caratteristiche meccaniche spostano la coppia massima verso un basso numero di giri, e in tal modo aumenta la coppia di spunto che si ha per  $n_2 = 0$ . Si arriva al valore di  $R_2 = \omega_1 \cdot L_2$  in cui la coppia massima si ottiene allo spunto  $n_{2c\max} = 0$ .

fig.16.36



Per poter variare la coppia di spunto di un motore asincrono occorre che esso sia costruito con rotore avvolto e con avvolgimenti accessibili all'esterno.

Agli avvolgimenti del rotore si applica un reostato di avviamento con il quale si possono inserire più resistenze in serie, in modo da poter disporre di caratteristiche diverse, che offrono differenti coppie di spunto.

Nella figura fig.16.36 sono rappresentate le caratteristiche corrispondenti a diverse resistenze inserite nel circuito rotorico con:

$$R_1 < R_2 < R_3 < R_4$$

Le caratteristiche presentano un massimo a più basso numero di giri all'aumentare della resistenza.

Si supponga che il motore debba avviarsi con un carico che applica sull'albero la coppia resistente  $C_r$ . Perché il motore si avvii occorre che vi sia inserita la resistenza  $R_4$  in modo che la coppia di spunto superi quella resistente  $C_r$ .

Dopo l'avviamento, essendo la coppia motrice maggiore di quella resistente, il motore accelera, aumenta il numero di giri fino a che in  $n^{IV}$  non si raggiunge, nel tratto discendente, il punto  $A_4$  in cui la coppia motrice uguaglia la resistente.

A questo punto si può inserire la resistenza  $R_3$  inferiore ad  $R_4$ , infatti con il numero di giri  $n^{IV}$  la coppia sviluppata è quella corrispondente al punto  $B_4$  sulla caratteristica di  $R_3$ . La coppia motrice risulta ora superiore a quella resistente  $C_r$ , per cui il motore accelera, aumenta il numero di giri fino a che in  $n^{III}$  non si raggiunge, nel tratto discendente, il punto  $A_3$  in cui la coppia motrice uguaglia la resistente.

Si continua così a scalare la resistenza applicata con il reostato fino alla completo disinserimento, chiudendo in corto i terminali delle fasi del rotore.

---

## IN LABORATORIO

---

### 16. 12 Prova diretta di un motore asincrono

Con questa prova si può determinare la curva caratteristica meccanica del motore, che rappresenta la coppia in funzione del numero di giri. Si può determinare inoltre il rendimento in funzione della potenza resa sull'albero.

La prova si esegue con lo stesso criterio adottato per il rilievo della potenza e del rendimento effettuato nei motori in continua.

Per rilevare la coppia sull'albero del motore, come esempio, venga ancora utilizzata la dinamo- freno.

Ciò, ovviamente, non è vincolante: si può utilizzare il freno disponibile.

Con il freno si rileva la coppia resistente applicata sull'albero

La coppia è data dal prodotto:

$$C = b \cdot Q \cdot 9,81 \quad \text{Nm} \quad (16.12.1)$$

Dalla coppia si può ricavare la potenza resa sull'albero:

$$P_r = C \cdot \omega \quad \text{dove} \quad \omega = \frac{2\pi n}{60}$$

Sostituendo nella (14.3.1.1) si ottiene:

$$P_r = b \cdot Q \cdot 9,81 \cdot \frac{2\pi n}{60}$$

$$P_r = 1,027 \cdot b \cdot Q \cdot n \quad (16.12.2)$$

Con  $P_r$  misurata in w.

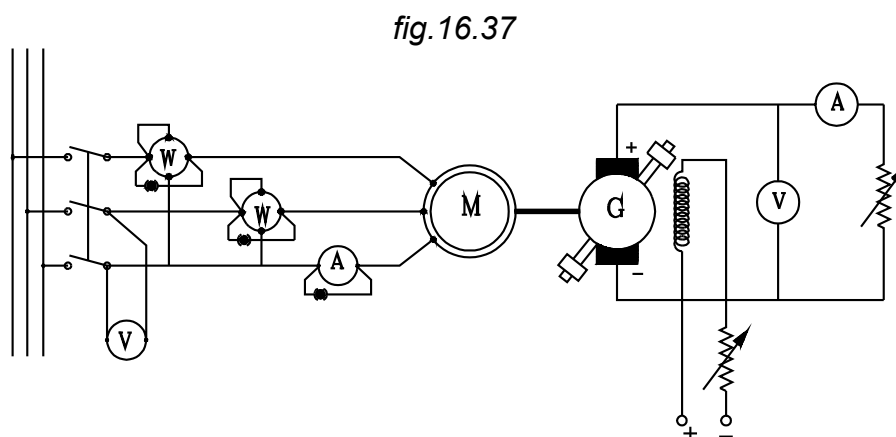
### *Esecuzione della prova*

Si monti l'impianto rappresentato in figura *fig. 16.37*.

Nella linea di alimentazione del motore vengono posti due wattmetri in inserzione ARON.

Ricordiamo che in questa inserzione le bobine amperometriche dei due wattmetri si pongono ciascuna in serie con una fase. Ciascuna bobina voltmetriche dei due wattmetri si collega tra la fase della bobina amperometrica e e la fase comune, non contenete le bobine amperometriche.

Viene posto su una linea un amperometro per misurare la corrente assorbita, ed un voltmetro per controllare che la tensione sia quella nominale.



Al posto della dinamo freno rappresentata in figura vi può essere qualsiasi altro freno disponibile.

Si avvia il motore e si pone il peso  $Q$  sul braccio massimo dipendente dalla potenza nominale  $P_n$  e ricavabile dalla (16.12.2).



$$b_{max} = \frac{P_n}{1,027 \cdot Q \cdot n} \quad (16.12.3)$$

A questo punto si agisce sul carico e sul reostato posto sul circuito di eccitazione della dinamo freno, fino a ottenere l'equilibrio del braccio.

Si pone poi il peso su di un braccio inferiore e si stabilisce di nuovo l'equilibrio.

Si procede nella stessa maniera almeno per 5 prove: dal massimo carico a vuoto. In ogni prova vengono effettuate le seguenti operazioni:

- Si effettuano le letture  $A$  e  $B$  dei wattmetri posti in inserzione  $ARON$ .  
Con l'inserzione  $ARON$  la potenza attiva assorbita è data dalla somma delle due letture:

$$P_a = A + B$$

- Dalla conoscenza del braccio " $b$ " e del peso " $Q$ " che hanno determinato l'equilibrio del freno, con la (16.12.1) si calcola la coppia resistente applicata sull'albero, pari alla coppia motrice.

$$C = b \cdot Q \cdot 9,81$$

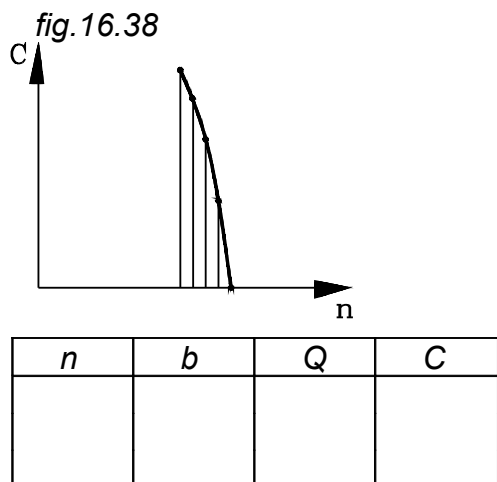
- Si legge il numero di giri del motore attraverso un contagiri e conoscendo la coppia motrice si calcola la potenza meccanica resa sull'albero, data in  $w$  dalla (16.12.2):

$$P_r = 1,027 \cdot b \cdot Q \cdot n$$

- Conoscendo la potenza  $P_a$  assorbita dalla linea e la potenza resa sull'albero del motore si può calcolare il rendimento:

$$\eta = \frac{P_r}{P_a}$$

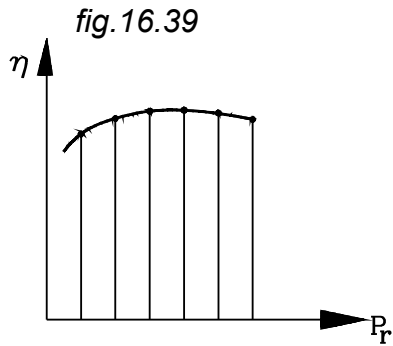
Le letture effettuate si riportano su due tabelle.



In una prima tabella si riporta in corrispondenza del numero di giri la relativa coppia rilevata.

Dai valori ottenuti si ricava il grafico della caratteristica meccanica.

è una caratteristica molto pendente con valori del numero di giri vicini a quello di sincronismo.



$n$	$C$	$P_r$	$A$	$B$	$P_a$	$\eta$

Nella tabella si riportano i valori rilevati per la determinazione della potenza assorbita e resa sull'albero e per il calcolo del rendimento.

Dai valori di tabella ottenuti nelle diverse prove si tracciano il grafico che dà il rendimento in funzione della potenza resa  $P_r$ .



[Clic per precedente](#)



[Clic per la pagina iniziale](#)



[Clic per VOLUME 1°](#)



[Clic per VOLUME 3°](#)