

Dinamic.Az

Software per la dinamica delle strutture

(sistemi ad uno o a più gradi di libertà – integrazione al passo delle equazioni del moto – analisi modale – analisi sismica con spettro di risposta)

(versione 2.0)

Manuale d'uso

Autore

Ing. *Ciro Azzara*

Via E. Majorana, 8 – 90035 Marineo (PA)

Cell. 348 1514947

email ing.azzara@libero.it – azzara.ciro@gmail.com

Giugno 2019

Dinamic.Az 2.0 (Ing. Ciro Azzara)	Manuale d'uso	Pag. 2 di 33
---	----------------------	--------------

INDICE

1. INTRODUZIONE.....	3
2. AVVIO DEL SOFTWARE.....	3
3. INPUT	5
3.1 DATI GENERALI	5
3.1.1 Unità di misura.....	6
3.2 DATI SISTEMA DINAMICO	7
3.3 FORZANTE/SPETTRO RISP.	9
3.3.1 Forzante	9
3.3.2 Spettro risp.....	10
3.4 IMPOSTAZIONI.....	11
4. CALCOLO.....	11
5. OUTPUT.....	11
5.1 Menù VISUALIZZA	12
6. LICENZA D'USO E RESTRIZIONI	12
APPENDICE 1 - ESEMPI APPLICATIVI E DI VALIDAZIONE DEL CODICE.....	14
Esempio 1 – Oscillatore elementare non smorzato e non forzato	14
Esempio 2 - Oscillatore elementare non smorzato soggetto a forzante armonica.....	15
Esempio 3 – Oscillatore elementare smorzato soggetto a forzante gradino	16
Esempio 4 – Telaio a un piano sollecitato da un moto impresso ai vincoli	17
Esempio 5 – Edificio a tre elevazioni (telaio piano)	19
Esempio 6 – Telaio multipiano soggetto a spostamenti iniziali.....	23
Esempio 7 – Edificio a due elevazioni (telaio spaziale)	25
APPENDICE 2 – GESTIONE ERRORI	32
APPENDICE 3 - BIBLIOGRAFIA	33

1. INTRODUZIONE

Il presente applicativo, sviluppato in ambiente Microsoft Excel^{®1}, effettua il calcolo delle strutture in condizioni dinamiche. Più in particolare vengono risolte le seguenti strutture vibranti ad uno o più gradi di libertà:

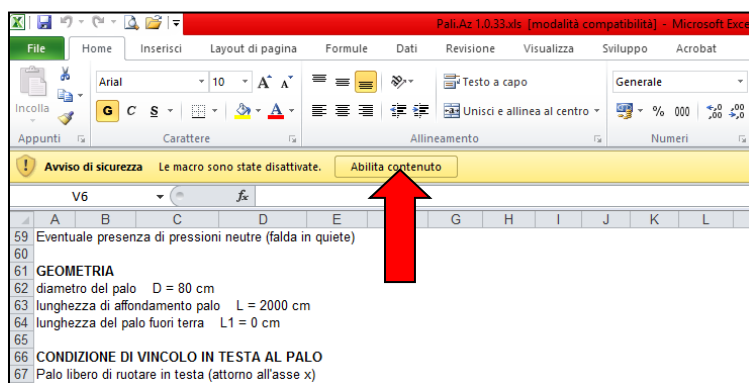
- oscillatore armonico o semplice
- telaio ad un piano
- strutture a pendolo
- telai piani a “n” gradi di libertà
- edifici-telai spaziali (tridimensionali) a “n” gradi di libertà

Le equazioni del moto sono risolte con il **metodo di integrazione numerica al passo**, note le condizioni iniziali e la forzante analitica o discreta, oppure con la **tecnica dello spettro di risposta**.

Come per ogni software tecnico, l'utente di *Dinamic.Az* deve essere un tecnico dotato di buona padronanza della materia (Scienza e Tecnica delle Costruzioni, Dinamica delle Strutture) e deve conoscere i metodi e i principi a base delle tecniche risolutive adottate dal software; è sempre necessario che l'utente verifichi l'attendibilità dei risultati ottenuti.

L'applicativo, abbastanza semplice ed intuitivo, è molto indicato ai fini didattici oltre che per scopi professionali.

2. AVVIO DEL SOFTWARE



Il file contenente l'applicativo si **installa** come uno comune file e può essere allocato in qualsiasi cartella.

Per il funzionamento del software occorre che alla sua apertura le **macro** ivi inserite vengano attivate. Se compare l'**Avviso di sicurezza** di cui all'immagine accanto occorre premere sul pulsante "**Abilita contenuto**".

Se non compare la schermata di presentazione del programma di cui alla Fig. 1 (il che vuol dire che le macro non si sono attivate), occorre impostare il livello di protezione delle macro a "medio" o "basso". Per fare ciò occorre:

- ✓ se si utilizza Microsoft Excel 1997, 2000, 2003: scegliere il menù *Strumenti*, quindi *Macro*, *Protezione* e scegliere il livello di protezione: se si sceglie "media" occorre premere il bottone "attiva macro" quando si aprirà l'applicativo *Dinamic.Az*;

¹ Per l'utilizzo di *Dinamic.Az* è necessario che l'utente disponga del software Microsoft Excel[®] con regolare licenza d'uso.

Dinamic.Az 2.0 (Ing. Ciro Azzara)	Manuale d'uso	Pag. 4 di 33
---	----------------------	--------------

✓ se si utilizza Microsoft Excel 2007, 2010 o successivo: occorre mantenere il file come *Cartella di lavoro di Excel 97-2003* e visualizzare il menù **Sviluppo** con la seguente procedura:

- con Excel 2007: fare clic sul pulsante in alto a sinistra **Microsoft Office** e quindi su **Opzioni di Excel**, scegliere **Impostazioni generali** e quindi selezionare la casella di controllo **Mostra scheda Sviluppo sulla barra multifunzione**;
- con Excel 2010/2013 o successivo: fare clic sul pulsante in alto a sinistra **Microsoft Office** e quindi su **Opzioni di Excel**, scegliere **Personalizza barra multifunzione** e spuntare, nell'elenco *Schede principali*, la voce *Sviluppo*.

Successivamente dal menù Sviluppo scegliere **Protezione macro** => **Impostazioni macro** => scegliere **Attiva tutte le macro** o **Disattiva tutte le macro con notifica**, quindi chiudere e riaprire *Dinamic.Az*. Nella barra dei menù in alto a destra si formerà il menù "Componenti aggiuntivi" che comprenderà i menù personalizzati di *Dinamic.Az*.

Il software funziona perfettamente ma ha una durata limitata nel tempo. Per eliminare la limitazione temporale occorre **attivarlo** dal menù INFORMAZIONI SU inserendo il codice di attivazione fornito dall'autore. A tale scopo l'utente deve preventivamente comunicare all'autore il **codice HD** che viene visualizzato nel menù INFORMAZIONI SU, tenendo conto che alle volte detto codice è preceduto da un segno meno "-". Il codice di attivazione è riferito al solo PC su cui è stato installato il software e sui cui quindi si è letto il codice HD. Ad attivazione avvenuta è possibile inserire il titolare della licenza d'uso.

Il software non attivato è comunque funzionante per un certo periodo di tempo e per un determinato numero di volte ma **non può essere utilizzato per scopi professionali** (il tabulato di calcolo e ogni altro riferimento al software non possono essere allegati a progetti sia pubblici che privati).

Avviato il software (anche se non attivato) appare la seguente schermata di presentazione in cui è indicato, tra l'altro, il titolare della licenza d'uso.

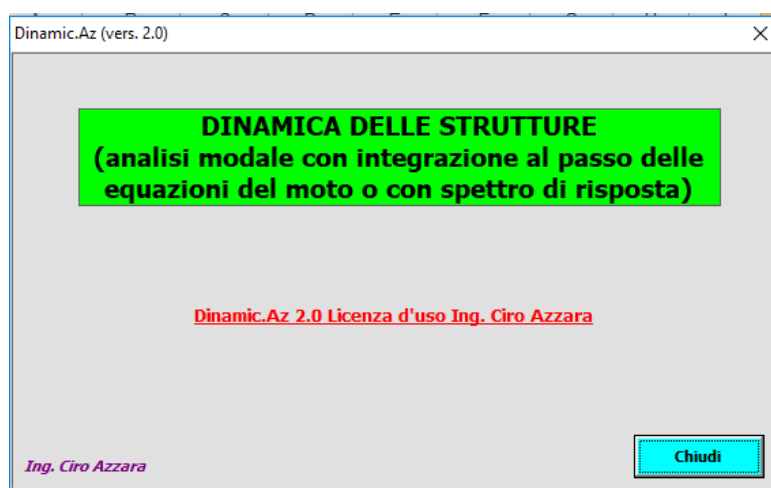
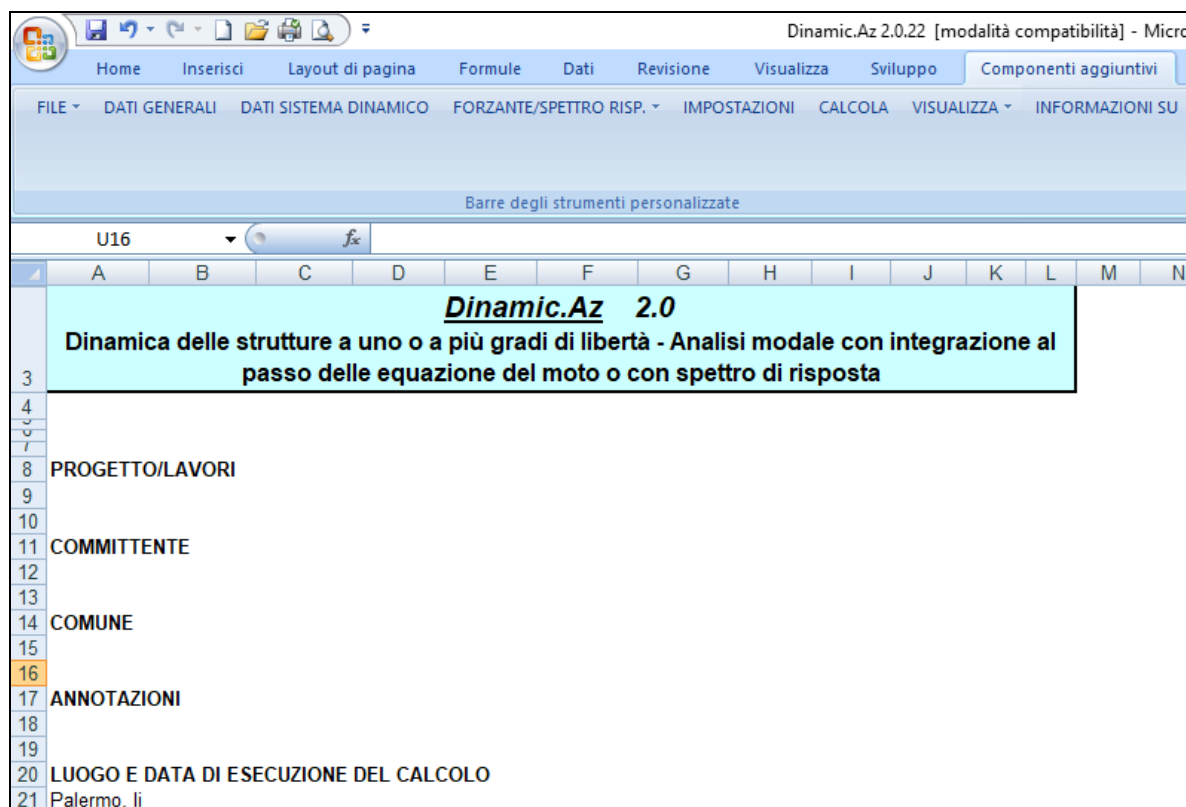


Fig. 1 Schermata di presentazione del software


Chiusa la schermata di presentazione, l'area di lavoro di *Dinamic.Az* si presenta come segue (notare la barra menù personalizzata, che in Excel 2007 e successivi è sotto il menù **Componenti aggiuntivi**):



Il menù **FILE** contiene i comandi per:

- effettuare un nuovo calcolo: vengono cancellati tutti i dati riferiti al precedente calcolo, previo avviso di conferma;
- salvare il calcolo con le modifiche apportate;
- salvare le modifiche in un altro file (Salva con nome...), da allocare ovunque si vuole;
- effettuare l'anteprima di stampa;
- stampare il tabulato di calcolo e i disegni;
- impostare l'area di stampa;
- cancellare l'area di stampa precedentemente impostata.

3. INPUT

Per i dati di input rappresentati da numeri decimali usare il carattere virgola “,”. Durante la fase di inserimento dei dati di input è opportuno effettuare ogni tanto il “salvataggio” degli stessi per mezzo del menù **FILE** o premendo il relativo pulsante .

3.1 DATI GENERALI

Permette di inserire i dati generali sul calcolo da effettuare.

DATI GENERALI

Progetto/Lavori

Committente

Comune

Progettista/Tecnico Ing. Ciro Azzara

Annotazioni

Data esecuzione calcolo **Luogo esecuzione calcolo** Palermo

Sistema per le unità di misura

☐ Sistema Internazionale (L, M, T)

☒ Sistema Tecnico (L, F, T)

Normativa di riferimento

☒ D.M. 16/01/1996 (metodo tens. ammissib)

☐ D.M. 14/01/2008 (metodo stati limite)

☐ D.M. 17/01/2018 (metodo stati limite)

Tipo di analisi

☐ analisi dinamica con forzanti applicate agli n nodi/gradi di libertà

☐ analisi sismica (moto dei vincoli di base) "time history"

☒ analisi sismica (moto dei vincoli di base) con spettro di risposta

Schema strutturale

☐ telaio piano con n° piani pari a

☒ telaio spaziale con n° piani pari a n° telai

coeff. di incidenza del sisma: lungo X lungo Y

Annulla **Salva e chiudi**

Il nominativo indicato nel campo "Progettista/Tecnico" viene riportato in calce alla relazione di calcolo.

Occorre specificare il tipo di analisi da effettuare, indicando il numero di gradi di libertà o gli altri parametri richiesti in funzione del tipo di analisi.

Nel caso di analisi dinamica ogni grado di libertà può essere interessato da una specifica forzante $F=F(t)$. Nel caso di analisi sismica "time history", invece, la forzante è rappresentata dal moto del terreno di

fondazione (accelerogramma) e quindi è unica per tutti i gradi di libertà del sistema. Nel caso, infine, di analisi sismica con spettro di risposta viene utilizzata l'azione sismica (accelerazione spettrale) fornita dalla normativa tecnica sulle costruzioni rappresentata dallo spettro di risposta elastico e/o di progetto.

Per l'analisi sismica di telai edifici (telai spaziali) occorre specificare il numero degli impalcati, il numero dei telai piani presenti nella struttura (orientati secondo gli assi X e Y o anche inclinati) e i coefficienti di incidenza (compresi da 0 a 1) del sisma lungo le due direzione ortogonali X e Y. Se ad esempio si vuole considerare il sisma in direzione X occorre mettere 1 nel coefficiente relativo a tale direzione e 0 nell'altro.

3.1.1 UNITÀ DI MISURA

Per le unità di misura si può adottare sia il Sistema Tecnico che il Sistema Internazionale.

Per il Sistema Tecnico le unità fondamentali sono: metro per le lunghezze [L], chilogrammo per le forze [F], secondo per il tempo [T].

Per il Sistema Internazionale le unità fondamentali sono: metro per le lunghezze [L], chilogrammo per le masse [M], secondo per il tempo [T].

Le unità utilizzate per l'input/output dal software sono le seguenti:

grandezza	u.m. di input/output	
	Sistema Tecnico	Sistema Internazionale
dimensioni geometriche sezioni, lunghezze aste, coordinate nodi, spostamenti [L]	cm	cm
Tempo [T]	s	s
Massa [M]	$\text{kg}_f \text{ s}^2/\text{m}$	kg
Forze concentrate, sforzi normali e di taglio [F]	kg_f	N (= kg m/s^2)
Momenti flettenti e torcenti	$\text{kg}_f \text{ m}$	N m

Velocità	m/s	m/s
Accelerazione	m/s ²	m/s ²
rigidezze traslazionali aste/pilastri e molle	kg/m	N/m
Momenti statici delle masse	kg _f s ²	Kg m
Momenti di inerzia delle masse	kg _f s ² m	Kg m ²

3.2 DATI SISTEMA DINAMICO

Con questo menù vengono definite le caratteristiche dinamiche del sistema oscillatorio. Per le analisi dinamiche di sistema a un grado di libertà il pannello di input è il seguente:

DATI OSCILLATORE ELEMENTARE

dati oscillatore

rigidezza molla elastica K (N/m)

massa M (kg)

pulsazione naturale del sistema (rad/s)

coefficiente di smorzamento zita

condizioni iniziali a t=0

spostamento (cm) x0 =

velocità (m/s) v0 =

DATI DELLA STRUTTURA E CONDIZIONI INIZIALI

Matrice delle rigidezze (nxn)

Matrice delle masse (nxn)

Dati telai struttura e per il calcolo della matrice delle masse

Coefficiente di smorzamento zita

Condizioni iniziali a t=0

Negli altri casi (sistemi a n>1 gradi di libertà o analisi sismiche) il pannello di input è quello accanto.

Cliccando sui bottoni “inserisci/visualizza” si viene indirizzati su fogli dove inserire i dati delle matrici, di ordine nxn e simmetriche, delle rigidezze e delle delle masse. Fare attenzione alle unità di misura.

MATRICE DELLE RIGIDEZZE (6x6)

Inserire i valori della matrice delle rigidezze (kgf/m)

	1	2	3	4	5	6
1	9.133.910	-4.566.954	0	0	-24.301.775	12.150.882
2	-4.566.954	4.566.954	0	0	12.150.882	-12.150.882
3	0	0	10.249.098	-5.124.549	22.070.078	-11.035.039
4	0	0	-5.124.549	5.124.549	-11.035.039	11.035.039
5	-24.301.775	12.150.882	22.070.078	-11.035.039	217.883.248	-108.941.592
6	12.150.882	-12.150.882	-11.035.039	11.035.039	-108.941.592	108.941.592

DATI DELLA STRUTTURA E CONDIZIONI INIZIALI

Matrice delle rigidezze (nxn)

Matrice delle masse (nxn)

Dati telai struttura e per il calcolo della matrice delle masse

Coefficiente di smorzamento zita

Condizioni iniziali a t=0

MATRICE DELLE MASSE (6x6)

Inserire i valori della matrice delle masse (kgf*s²/m)

	1	2	3	4	5	6
1	3425,08	0	0	0	-11987,78	0
2	0	3425,08	0	0	0	-11987,78
3	0	0	3425,08	0	6850,16	0
4	0	0	0	3425,08	0	6850,16
5	-11987,78	0	6850,16	0	74210,07	0
6	0	-11987,78	0	6850,16	0	74210,07

DATI DELLA STRUTTURA E CONDIZIONI INIZIALI

Matrice delle rigidezze (nxn) [inserisci/visualizza](#)

Matrice delle masse (nxn) [inserisci/visualizza](#)

Dati telai struttura e per il calcolo della matrice delle masse [inserisci/visualizza](#)

Coefficiente di smorzamento zita

Condizioni iniziali a t=0 [inserisci/visualizza](#)

[Annulla](#) [Salva e chiudi](#)

Come noto, il **coefficiente di smorzamento** zita, unico per tutti i gradi di libertà, deve essere maggiore o uguale a 0 e minore di 1 (sistemi oscillatori). Nella tabella seguente si indicano alcuni valori di coefficiente di smorzamento per varie tipologie strutturali:

Tipologia costruttiva	ζ_0
Telaio di acciaio, saldato con tutte le pareti flessibili	0.02
Telaio di acciaio, saldato o imbullonato, con tamponamento esterno rigido e pareti interne flessibili	0.05
Telaio di acciaio, saldato con tutte le pareti di controvento di calcestruzzo	0.07
Telaio di calcestruzzo, con tutte le pareti flessibili	0.05
Telaio di calcestruzzo, con tamponamento esterno rigido e tutte le pareti in interne flessibili	0.07
Telaio di calcestruzzo, con pareti di taglio in calcestruzzo o muratura	0.10
Edifici con pareti di taglio in calcestruzzo o muratura	0.10
Struttura a pareti di taglio in legno	0.15

nodo/grado di libertà	spostamento (cm)	velocità (m/s)
1	1	0
2	2	0
3	0	0
4	0	0
5	0	0
6	0	0

Le **condizioni iniziali a t=0**, da inserire solo per le analisi dinamiche in quanto per le analisi sismiche il sistema è in quiete a t=0 di inizio del fenomeno sismico, riguardano lo spostamento e la velocità di ogni grado di libertà.

Per gli edifici (telai spaziali) occorre inserire i dati relativi:

- ai telai presenti in struttura (distanze d, angoli β e matrici di rigidezza allo spostamento orizzontale)
- ai piani (masse, momenti statici delle masse e momenti di inerzia delle masse).

Si rinvia all'esempio 7 in appendice per maggiori chiarimenti.

GEOMETRIA DEI TELAI PIANI COSTITUENTI LA STRUTTURA 3D E DATI PER LA COSTRUZIONE DELLA MATRICE DELLE MASSE

d_j = distanza del telaio dalla parallela al telaio stesso uscente dall'origine O del sistema di riferimento assoluto XY, positiva se ricade nel semiasse positivo dell'asse locale y^*

β_j = angolo di cui deve ruotare in senso antiorario il sistema di riferimento globale OXY per disporsi parallelamente al sistema di riferimento locale x^*y^* del telaio

Telaio j	d_j (cm)	β_j (°)
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		

Piano	massa (kg)	S_x (kg*m)	S_y (kg*m)	I_x (kg*m ²)	I_y (kg*m ²)
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					

S_x, S_y : momenti statici delle masse rispetto agli assi X, Y
 I_x, I_y : momenti di inerzia delle masse rispetto agli assi X, Y

DATI DELLA STRUTTURA E CONDIZIONI INI...

Matrice delle rigidezze (n*n) inserisci/visualizza
 Matrice delle masse (n*n) inserisci/visualizza
 Dati telai struttura e per il calcolo della matrice delle masse inserisci/visualizza
 Coefficiente di smorzamento zita
 Condizioni iniziali a t=0 inserisci/visualizza

Annulla Salva e chiudi

MATRICI DELLE RIGIDENZE ALLE TRASLAZIONI ORIZZONTALI DEI SINGOLI TELAI PIANI COSTITUENTI LA STRUTTURA 3D

Le matrici, che sono simmetriche, sono di ordine $N_{\text{piani}} \times N_{\text{piani}}$

Inserire i dati (in kg/m con il Sistema Tecnico, in N/m con il Sistema Internazionale) partendo dalla cella in alto a sinistra e fino alla colonna N_{piani}

Telaio n° 1

3.3 FORZANTE/SPETTRO RISP.

3.3.1 FORZANTE

FORZANTE AGENTE SUL SISTEMA

☐ assente
☐ costante $f(t)=b$ b (m/s²)
☐ lineare $f(t)=a*t+b$ a (m/s³) b (m/s²)
☐ armonica $f(t)=f_0*\sin(w*t)$ f0 (m/s²) w (rad/s)
☒ discreta o con legge oraria analitica diversa dalle precedenti inserisci/visualizza

Annulla Salva e chiudi

Per i sistemi a un grado di libertà il pannello di input è quello accanto. La forzante può essere scelta tra quelle aventi espressione analitica implementata nel software oppure la forzante discreta (es. registrazione discreta di un sisma) o avente diversa espressione analitica che può essere scritta direttamente dall'utente nel foglio contenente i dati.

FORZANTE DISCRETA: LEGGE ORARIA $f=f(t)$ NOTA PER PUNTI

- E' nota la discretizzazione della forzante, cioè sono note tante coppie di valori $[t, f(t)]$: inserire tali coppie di valori nelle colonne con sfondo celeste. Nel caso di analisi sismica inserire i valori dell'accelerazione del suolo \ddot{u}_g
- Oppure è nota la funzione analitica della forzante, diversa dalla funzione costante, lineare o armonica, già implementate nel software: inserire i tempi nella prima colonna (a partire dallo zero), anche ad intervalli costanti, e il valore della funzione nella seconda colonna (si può scrivere direttamente la formula nella colonna e copiarla nelle varie celle)
- Attenzione: inserire i dati in modo da non lasciare righe vuote

t	f(t)
s	m/s ²

Per i sistemi dinamici a più gradi di libertà si procede analogamente:

FORZANTI DISCRETE: LEGGE ORARIA $F=F(t)$ NOTA PER PUNTI O CON FORMULA ANALITICA

- Inserire i valori della forzante agente in ogni massa/grado di libertà del sistema (coppie di valori $[t, F(t)]$)
- Oppure è nota la funzione analitica della forzante: inserire i tempi nella prima colonna (a partire dallo zero), anche ad intervalli costanti, e il valore della funzione nelle colonne successive (si può scrivere direttamente la formula in una cella della colonna e copiarla nelle altre celle)
- Attenzione: inserire i dati in modo da non lasciare righe vuote

t	F1t	F2t	F3t	F4t	F5t	F6t
s	N	N	N	N	N	N
0,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
1,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000
2,0000	3,0000	3,0000	3,0000	3,0000	3,0000	3,0000
3,0000	4,0000	4,0000	4,0000	4,0000	4,0000	4,0000

FORZANTI AGENTI SUL SISTEMA DINAMICO

☐ assente

☒ discreta o con legge oraria analitica

Inserisci/visualizza

Annulla

Salva e chiudi

3.3.2 SPETTRO RISP.

ACCELERAZIONI SPETTRALI

Sa(T) (m/s²)

Carica

Modifica

Elimina tutti

modo

Sa(T) (m/s²)

1 0,6867

2 0,6867

3 0,6867

4 0,6867

5 0,6867

6 0,6867

Annulla

Salva e chiudi

Per le analisi sismiche con spettro di risposta occorre inserire, per ogni modo di vibrare considerato ($m \leq n$, v. pannello INFORMAZIONI SU), l'accelerazione spettrale $S_a(T)$ fornita dalla normativa di riferimento in funzione del periodo di vibrazione del modo. Poiché non si conoscono a priori i periodi di vibrazione dei modi di vibrare, che sono forniti in output dal software, si possono in prima battuta inserire valori a piacimento per poi, una volta calcolati i periodi di vibrazioni e ricavate le accelerazioni corrispondenti dallo spettro di risposta regolamentare, inserire i valori corretti delle accelerazioni spettrali.

3.4 IMPOSTAZIONI

OPZIONI ED IMPOSTAZIONI DI CALCOLO

Forzante assente o analitica

numero passi di integrazione

intervallo temporale da esaminare, t_{max} (s)

Forzante discreta (descritta per punti)

☐ forzante costante entro l'intervallo di integrazione

☒ forzante lineare entro l'intervallo di integrazione (preferibile)

numero di modi m da considerare ($m \leq n$)

Annulla **Salva e chiudi**

Per le analisi dinamiche con forzante non discretizzata occorre precisare l'intervallo $[0, t_{max}]$ da analizzare e il numero dei passi di integrazione da considerare (al suo aumentare cresce la precisione del calcolo di integrazione al passo delle equazioni del moto ma aumenta anche il tempo di esecuzione dei calcoli).

Per le analisi dinamiche con forzante discreta occorre scegliere il suo andamento all'interno del passo di integrazione (è preferibile la scelta dell'andamento lineare in quanto porta a una soluzione più precisa).

Infine, per i sistemi a più gradi di libertà può effettuarsi il "troncamento modale" scegliendo un numero di modi $m < n$ (v. Relazione esplicativa per maggiori dettagli) che porta ad una soluzione accettabile lo stesso ma con un onere computazionale alle volte decisamente più basso.

4. CALCOLO

Finita la fase di input è possibile avviare il calcolo premendo il relativo pulsante.

Il calcolo, che viene concluso nel giro di pochi secondi (tranne strutture con moltissimi gradi di libertà), si può ripetere tutte le volte che si vuole, ad es. variando singoli parametri di input.

Durante la fase di calcolo il programma controlla la compatibilità geometrica e fisico-matematica dei dati introdotti segnalando eventuali errori che comportano l'interruzione del calcolo. Si precisa comunque che il programma si limita a verificare le incongruenze che non permettano l'elaborazione; non segnala eventuali errori del progettista sulle caratteristiche fisico-meccaniche dei materiali né altri tipi di errori.

Gli autovalori e gli autovettori del sistema dinamico sono calcolati con il **metodo di Stodola o della matrice dinamica modificata**.

Le equazioni del moto vengono risolte con l'**integrazione passo-passo** o con la **tecnica dello spettro di risposta**. Per maggiori informazioni consultare la **Relazione esplicativa** che correde il software.

5. OUTPUT

L'applicativo fornisce i seguenti risultati per i sistemi a un grado di libertà:

- a) **Pulsazioni naturali del sistema**

Dinamic.Az 2.0 (Ing. Ciro Azzara)	Manuale d'uso	Pag. 12 di 33
---	----------------------	---------------

- b) **Risposta del sistema dinamico** in termini di legge orarie dello spostamento $x=x(t)$, della velocità $v=v(t)$ e dell'accelerazione $a=a(t)$.

Per i sistemi a più gradi di libertà si ottengono:

- c) **Autovalori** del sistema
d) **Periodi di vibrazione** degli m modi
e) **Autovettori** (normalizzati rispetto alla matrice delle masse)
f) **Risposta del sistema dinamico** in termini di legge oraria dello spostamento $\underline{X}=\underline{X}(t)$.

Con l'analisi modale con la tecnica dello spettro di risposta si ottengono anche i seguenti risultati:

- **coefficienti di partecipazione modale**
- **masse partecipanti per ogni modo**, rispetto alla massa complessiva
- **spostamenti nodali massimi per ogni modo di vibrare** e loro combinazione mediante il metodo SRSS "square root of sum of squares" o CQC "complete quadratic combination"
- forze nodali o **forze sismiche** per ogni modo di vibrare e loro combinazione
- (per i telai spaziali) **spostamenti di progetto** dei singoli telai in corrispondenza di ogni piano
- (per i telai spaziali) **forze orizzontali** sismiche nei singoli telai in corrispondenza di ogni piano

5.1 Menù VISUALIZZA

Permette la visualizzazione, a calcolo eseguito:

1. dei risultati numerici (**Tabulato di calcolo**);
2. dei **grafici delle leggi orarie** delle forzanti, spostamenti, velocità e accelerazioni (queste due ultime grandezze solo per i sistemi ad un grado di libertà);
3. degli **autovettori** (per l'interpretazione fisica delle forme di vibrare occorre tenere conto che nel caso degli edifici – telai spaziali con N_p piani, per come è costruito il vettore dei gradi di libertà, i primi N_p valori rappresentano gli spostamenti lungo X , i successivi N_p valori rappresentano gli spostamento lungo Y e gli ultimi N_p valori rappresentano le rotazioni degli impalcati).

6. LICENZA D'USO E RESTRIZIONI

L'autore conferisce licenza d'uso dell'applicativo, ma rimane titolare sia dello stesso che della relativa documentazione. L'uso è consentito **su un singolo computer** e, pertanto, non potrà essere utilizzato in rete, venduto, dato in locazione o in comodato ad un altro utente, né essere decodificato o decompilato, adattato o modificato, senza previo consenso scritto dell'autore.

L'utente non potrà rimuovere o alterare il nome dell'applicativo o altre indicazioni di riserva di diritti apposti o inseriti nel programma. Non è consentito l'inserimento in pacchetti destinati all'editoria o alla vendita senza la preventiva autorizzazione scritta dell'autore.

Dinamic.Az 2.0 <i>(Ing. Ciro Azzara)</i>	Manuale d'uso	Pag. 13 di 33
--	----------------------	---------------

L'autore si riserva il diritto di apportare modifiche al software e alla documentazione senza preavviso.

Per potere utilizzare l'applicativo è indispensabile che l'utente disponga ed abbia già installato sul proprio computer il programma Excel® della Microsoft, non fornito dall'autore e senza il quale questo software non può essere utilizzato.

Il software non attivato, funzionante per un certo periodo di tempo e per alcune volte, non può essere utilizzato per scopi professionali (i tabulati di calcolo e ogni altro riferimento al software non possono essere allegati a progetti sia pubblici che privati).

L'autore garantisce che l'applicativo funziona in conformità con il presente manuale d'uso e che esso non contiene virus.

L'uso dell'applicativo è subordinato alla conoscenza dei problemi ingegneristici di che tratta (si presume che l'uso dell'applicativo avvenga da parte di persone qualificate). È stato curato in gran parte il controllo dei dati inseriti.

La verifica dell'idoneità, l'uso e la gestione dell'applicativo sono responsabilità esclusiva dell'utente. L'autore non garantisce che le funzioni contenute nell'applicativo siano idonee a soddisfare le esigenze dell'utente né garantisce che i difetti riscontrati nell'applicativo vengano corretti. Non garantisce altresì circa i danni od i benefici ottenuti dalla utilizzazione del software.

L'autore è espressamente sollevato da ogni responsabilità per qualsiasi danno, diretto od indiretto, di ogni genere e specie derivante dall'uso del software, compreso, tra l'altro, quello improprio, erroneo o fraudolento. L'intero rischio circa la qualità e le prestazioni dell'applicativo è a carico dell'utente ed i risultati devono essere verificati personalmente.

In nessun caso il limite di responsabilità a carico dell'autore potrà superare l'importo per l'acquisto dell'applicativo.

Per tutto quanto sopra non indicato, il presente contratto è regolato dalle leggi sul copyright, sul diritto d'autore e dalle altre leggi nazionali applicabili. Per qualsiasi controversia fra le parti sarà competente in via esclusiva il Foro di Palermo.

APPENDICE 1 - Esempi applicativi e di validazione del codice

Vedremo ora alcuni esempi al fine di dare ulteriori chiarimenti sull'uso del software e per validare il codice di calcolo confrontando i risultati ottenuti con i risultati ottenuti manualmente e/o riscontrabili in letteratura tecnica.

ESEMPIO 1 – OSCILLATORE ELEMENTARE NON SMORZATO E NON FORZATO

Si considera un oscillatore elementare ($n=1$) avente

$$K=1000 \text{ N/m} \quad \text{e} \quad M=1000 \text{ kg}$$

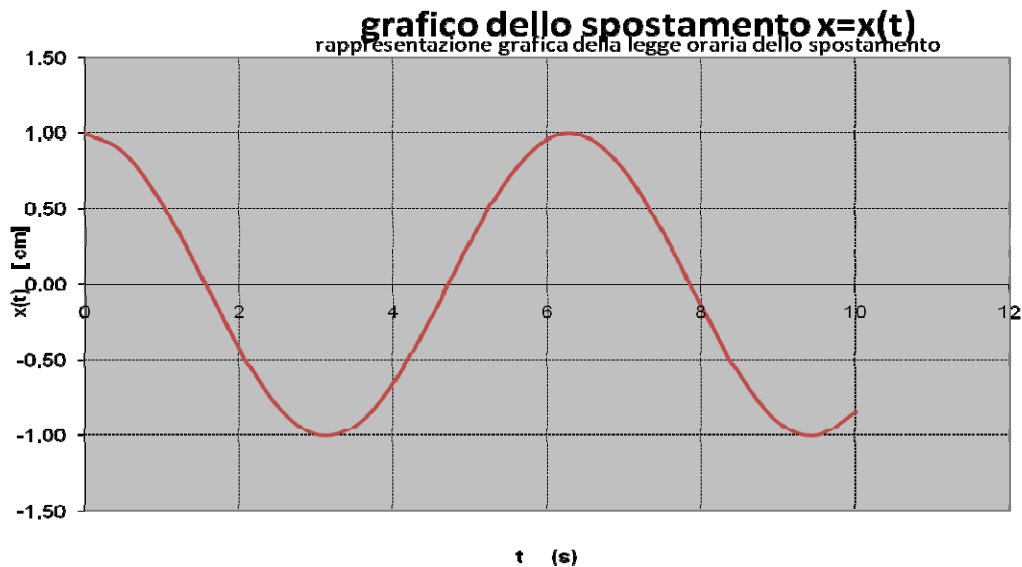
soggetto alle condizioni iniziali $x_0=1 \text{ cm}$ e $\dot{x}_0=0 \text{ m/s}$.

Confrontare i risultati ottenuti per $x(t)$ con la soluzione analitica nota

$$x(t) = R_1 \cdot \cos \varpi_0 t + R_2 \cdot \sin \varpi_0 t \quad \text{in cui } R_1 = x_0 \quad \text{e} \quad R_2 = \frac{\dot{x}_0}{\varpi_0}$$

con quelli ottenuti con il software *Dinamic.Az* (si fissa un intervallo temporale di 10 secondi e $N_p=20$ passi di integrazione a cui consegue un passo di integrazione di 0,5 sec):

t (sec)	Soluzione analitica	Dinamic.Az
0	1,000	1,000
0,5	0,878	0,878
1	0,540	0,540
1,5	0,071	0,071
2,0	-0,416	-0,416
2,5	-0,801	-0,801
3	-0,990	-0,990
4	-0,654	-0,654
5	0,284	0,284
6	0,960	0,960
7	0,754	0,754
7,5	0,347	0,347
8	-0,146	-0,146
9	-0,911	-0,911
10	-0,839	-0,839



Come si vede i risultati sono perfettamente coincidenti.

ESEMPIO 2 - OSCILLATORE ELEMENTARE NON SMORZATO SOGGETTO A FORZANTE ARMONICA

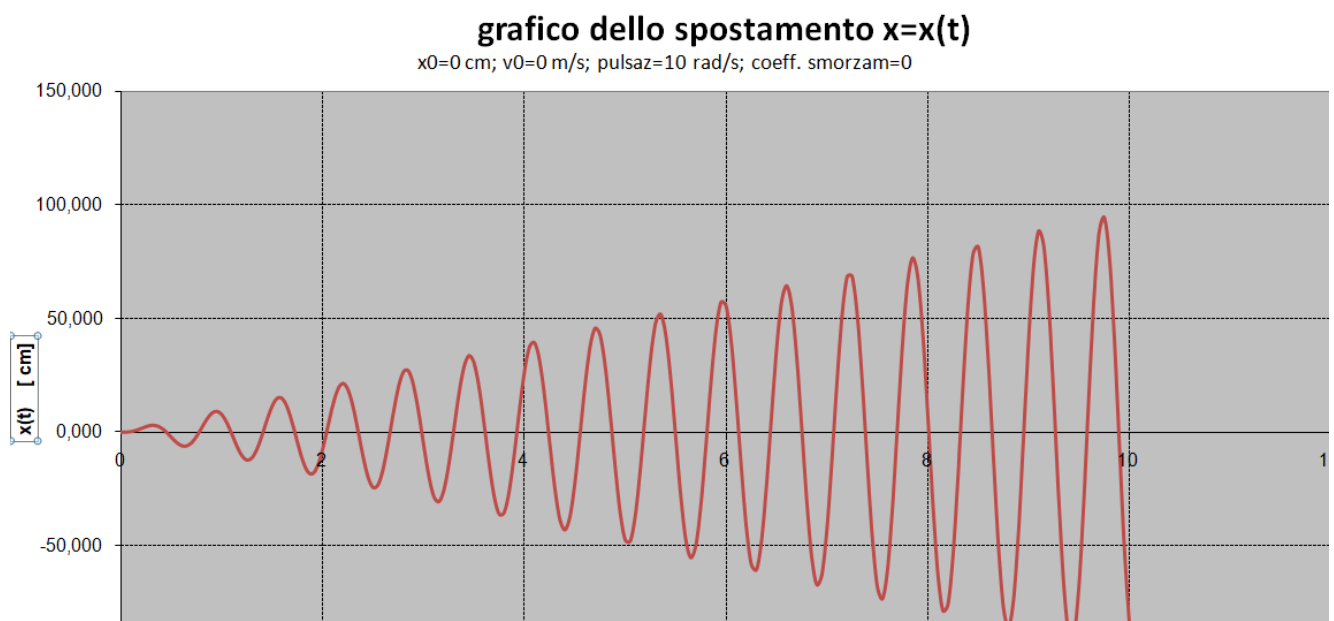
Si considera un oscillatore elementare ($n=1$) avente

$$K=100.000 \text{ N/m} \quad \text{e} \quad M=1.000 \text{ kg}$$

in quiete a $t=0$ e soggetto alla forzante armonica $f(t) = f_0 \cdot \sin(\Omega t)$ con $f_0 = 2 \text{ m/s}^2$ e $\Omega = 10 \text{ rad/s}$. Il coefficiente di smorzamento è nullo.

La forzante ha pulsazione uguale a quella naturale del sistema dinamico.

Inserendo i dati in *Dinamic.Az* si ottiene la seguente risposta in termini di spostamento, che evidenzia il fenomeno della risonanza (si fissa un intervallo temporale di 10 secondi e $N_p=200$ passi di integrazione) con ampiezze dello spostamento crescenti e tendenti al valore infinito.



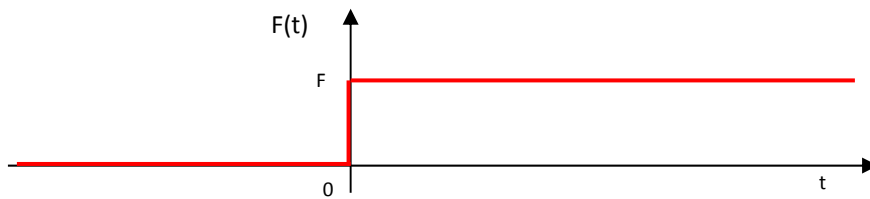
ESEMPIO 3 – OSCILLATORE ELEMENTARE SMORZATO SOGGETTO A FORZANTE GRADINO

Si considera un oscillatore elementare ($n=1$) avente

$$K=225.000 \text{ N/m} \quad \text{e} \quad M=1000 \text{ kg}$$

in quiete a $t=0$ e soggetto alla forzante gradino di intensità pari a $F=10 \text{ m/s}^2$. Il coefficiente di smorzamento è pari a 0,1.

La forzante gradino unitario è così definita



$$F(t) = \begin{cases} F & \text{per } t \geq 0 \\ 0 & \text{per } t < 0 \end{cases}$$

Determinare la risposta del sistema.

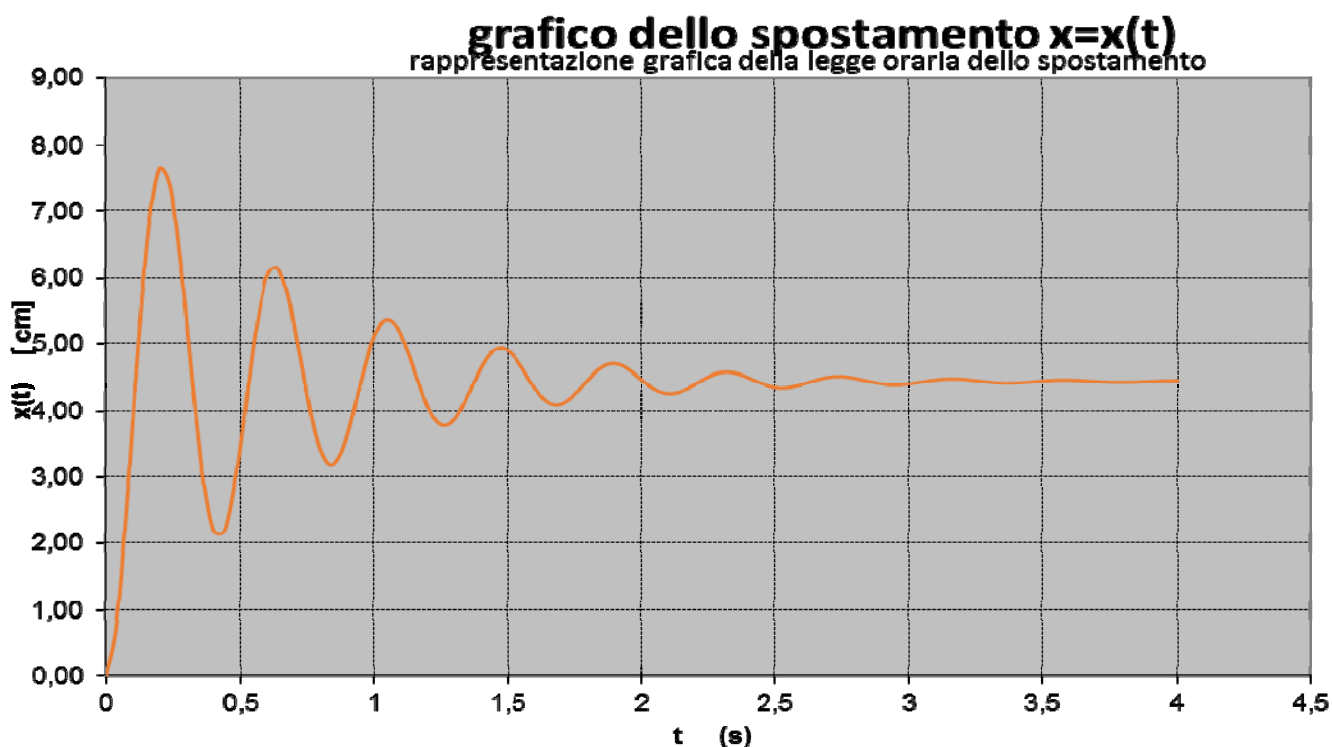
La pulsazione naturale del sistema è pari a $\varpi_0 = \sqrt{\frac{K}{M}} = 15 \text{ rad/s}$ mentre la pulsazione ridotta vale $\overline{\varpi} = \varpi_0 \cdot \sqrt{1 - \xi^2} = 14,9248 \text{ rad/s}$

Il problema è risolvibile, come noto, anche analiticamente. La soluzione è la seguente:

$$x(t) = \frac{F}{\varpi_0^2} \left(1 - \xi \cdot \varpi_0 \cdot h(t) - \overline{\varpi} \cdot g(t) \right) \quad \dot{x}(t) = F \cdot h(t)$$

$$\text{con} \quad g(t) = \frac{1}{\overline{\varpi}} \cdot e^{-\xi \varpi_0 t} \cdot \cos \overline{\varpi} t \quad h(t) = \frac{1}{\overline{\varpi}} \cdot e^{-\xi \varpi_0 t} \cdot \sin \overline{\varpi} t$$

Inserendo i dati in *Dinamic.Az* si ottengono risultati perfettamente identici a quelli ottenuti con la soluzione analitica (si fissa un intervallo temporale di 4 secondi e $N_p=100$ passi di integrazione).

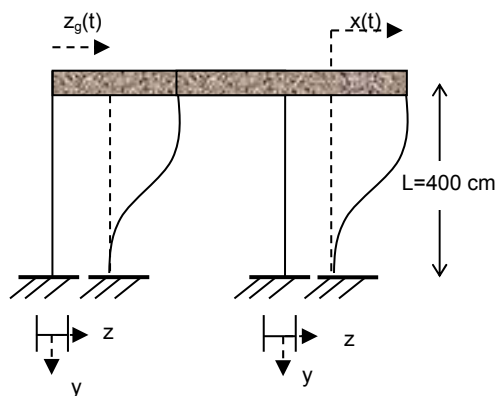


La risposta tende al valore dello spostamento statico pari a $x_{st}=F/\omega_0^2=FxM/K=10 \times 1000/225.000=0,04444$ m=4,444 cm

ESEMPIO 4 – TELAIO A UN PIANO SOLLECITATO DA UN MOTO IMPRESSO AI VINCOLI

Si considera il seguente telaio ad un solo piano con traverso rigido (shear type) con la massa supposta concentrata al livello del traverso (sistema ad un grado di libertà). I piedritti sono dei profilati in acciaio ($E=2.100.000 \text{ kg/cm}^2$) HEA 140 ($I_y=1033 \text{ cm}^4$). Il peso all'impalcato è di 5.500 kg. Con y-z si indica il sistema di riferimento locale dei piedritti.

I vincoli della struttura si suppongono in moto secondo una legge oraria $z_g(t)$ dovuta ad esempio a un terremoto. Si fissa come grado di libertà lo spostamento $x(t)$ dell'impalcato rispetto alla base (spostamento relativo).



Sul traverso agisce una forza elastica di richiamo proporzionale allo spostamento relativo $x(t)$ e una forza dissipativa proporzionale alla velocità relativa \dot{x} . La seconda legge di Newton si scrive per il trasverso:

$$-K \cdot x(t) - c \cdot \dot{x}(t) = M \cdot (\ddot{x}(t) + \ddot{z}_g(t)) \quad (1)$$

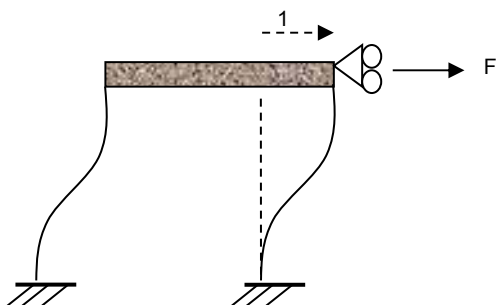
dove compare l'accelerazione assoluta per le forze d'inerzia, M è la massa corrispondente al peso dell'impalcato pari a:

$$M = \frac{P}{g} = \frac{5500}{9,81} = 561 \frac{kg \cdot s^2}{m}$$

(i piedritti hanno massa trascurabile rispetto all'impalcato) e K è la somma delle rigidezze al taglio dei due piedritti

$$K = \frac{12 \cdot E \cdot I_{1y}}{L^3} + \frac{12 \cdot E \cdot I_{2y}}{L^3} = 2 \cdot \frac{12 \cdot 2.100.000 \cdot 1033}{400^3} = 813,49 \frac{kg}{cm} = 81.349 \frac{kg}{m}$$

La rigidezza allo spostamento lungo lo spostamento fissato x è pari alla forza che è necessaria applicare per produrre un spostamento unitario. Infatti se $x=1$ si ha $F=kx=k$. In generale si ottiene imponendo uno spostamento unitario nel grado di libertà mediante un carrello semplice e determinando la reazione del carrello (positiva se concorde con sistema di riferimento assunto per il grado di libertà).



Allo scopo si può utilizzare il software *Telai.Az*.

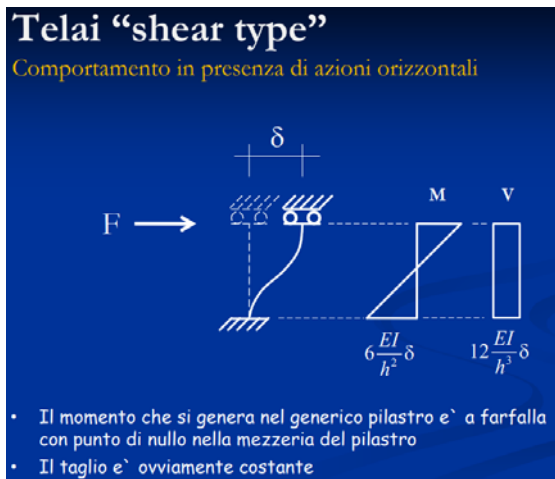
Posto al solito posto $\omega_0^2 = \frac{K}{M}$ $2\xi\omega_0 = \frac{c}{M}$ la (1) si scrive

$$\ddot{x}(t) + 2\xi \cdot \omega_0 \cdot \dot{x}(t) + \omega_0^2 \cdot x(t) = -\ddot{z}_g(t)$$

Quest'ultima relazione mostra che il moto del telaio soggetto a un'accelerazione impressa ai vincoli può essere ricondotto allo studio di un sistema fisso alla base soggetto a una forzante pari all'accelerazione al suolo $\ddot{z}_g(t)$.

Inseriti i dati dell'accelerazione al suolo di un dato sisma $\ddot{z}_g(t)$ in *Dinamic.Az*, si può lanciare il calcolo e si ottiene con l'integrazione passo-passo lo spostamento relativo $x(t)$ in ogni istante dell'intervallo considerato; noto lo spostamento $x(t)$ è nota la forza di richiamo elastica $F(t)=K x(t)$ e si possono ottenere le sollecitazioni al piede ed in sommità dei ritri istante per istante. In questo caso semplice di telaio share type, infatti, si conoscono a priori le formule per ricavare le sollecitazioni nei piedritti (non occorre risolvere il telaio con incluse le forze di richiamo elastiche):

$$M_1(t) = \frac{6E \cdot I_{1y}}{L^2} \cdot x(t) \quad M_2(t) = \frac{6E \cdot I_{2y}}{L^2} \cdot x(t)$$



$$T_1(t) = \frac{12E \cdot I_{1y}}{L^3} \cdot x(t) \quad T_2(t) = \frac{12E \cdot I_{2y}}{L^3} \cdot x(t)$$

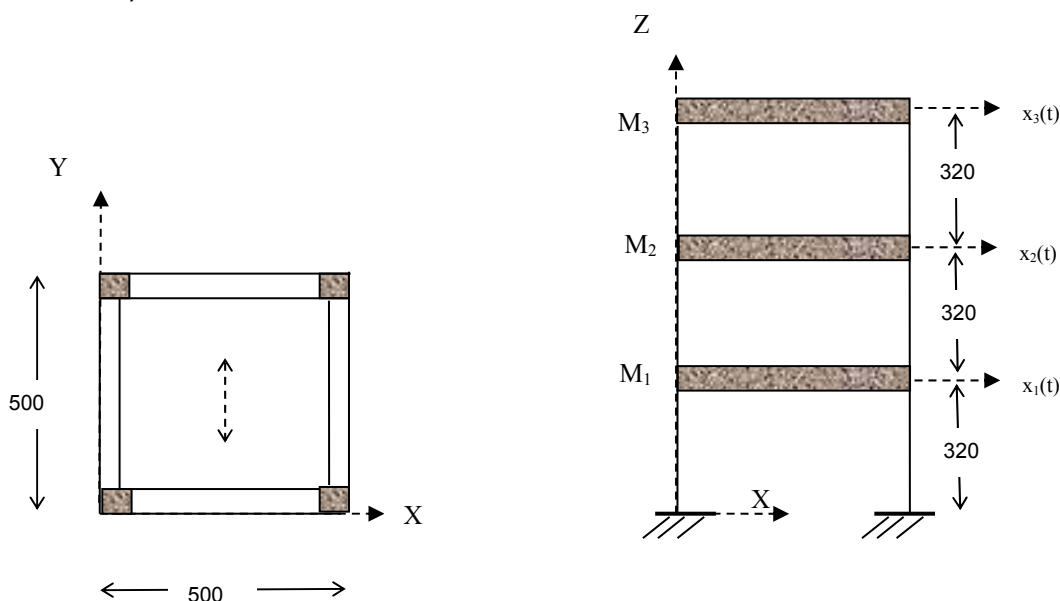
Note le leggi orarie delle sollecitazioni si possono valutare i massimi delle sollecitazioni durante il fenomeno ed eseguire quindi le verifiche.

Lo stesso telaio piano può essere risolto con la tecnica dello spettro di risposta specificando il valore dell'accelerazione spettrale corrispondente al periodo di vibrazione del sistema:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{M}} = 12,04189 \text{ rad / s} \quad T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 0,52178 \text{ s}$$

ESEMPIO 5 – EDIFICIO A TRE ELEVAZIONI (TELAIO PIANO)

Si esamina l'edificio a tre elevazioni in conglomerato cementizio armato, riportato in [2], avente la seguente pianta strutturale 5x5 m (due telai in direzione X e due in direzione Y; travetti del solaio orditi in direzione Y):



I pilastri hanno sezione 40x30 cm (L_x , L_y) al piano 1, 35x30 cm al piano 2 e 30x30 cm al piano 3. L'interpiano è di 320 cm. I solai si suppongono infinitamente rigidi nel piano e a flessione (telai shear type). Si adotta il Sistema Internazionale per le unità di misura.

Dinamic.Az 2.0 (Ing. Ciro Azzara)	Manuale d'uso	Pag. 20 di 33
---	----------------------	---------------

Il modulo elastico del cls si assume pari a $E=30.000 \text{ N/mm}^2=30.000.000.000 \text{ N/m}^2$. La massa, supposta uniformemente distribuita sulla superficie di ogni piano, è $m=1.200 \text{ kg/m}^2$ per i piani 1 e 2, 800 kg/m^2 per il piano 3. Il coefficiente di smorzamento è pari a 0,05 (5%).

Scelta dei gradi di libertà del sistema dinamico

Per le strutture tridimensionali in genere con l'ipotesi di solai rigidi si considerano tre gradi di libertà per ogni piano (traslazione lungo X, traslazione lungo Y e rotazione attorno a Z). Data la simmetria della struttura si può effettuare l'analisi di un solo telaio (schema del telaio piano) in direzione X per cui i gradi di libertà si riducono a $n=3$ (spostamenti dei traversi in direzione X). Il baricentro delle masse e quello delle rigidezze coincidono. I singoli impalcati subiscono solo uno spostamento lungo X, nel caso di sisma in direzione X, e solo uno spostamento lungo Y, nel caso di sisma in direzione Y. In entrambe le circostanze non esistono rotazioni degli impalcati, né spostamenti nell'altra direzione.

Come vettore spostamento $\underline{X}(t)$ incognito (parametri lagrangiani di spostamento) si considera quindi:

$$\underline{X}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}$$

contenente gli spostamenti relativi degli impalcati lungo X rispetto al suolo, con verso positivo indicato in figura.

Determinazione della matrice delle masse

Le masse che interessano i tre piani sono:

$$M_1 = M_2 = m \cdot \frac{L_X \cdot L_Y}{2} = 1200 \cdot \frac{5 \cdot 5}{2} = 15.000 \text{ kg} \quad M_3 = 800 \cdot \frac{5 \cdot 5}{2} = 10.000 \text{ kg}$$

La matrice delle masse, di ordine $n \times n$ e simmetrica, è data pertanto da:

$$\underline{\underline{M}} = \begin{bmatrix} M_1 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & 0 \\ 0 & 0 & M_3 \end{bmatrix}$$

Determinazione della matrice delle rigidezze

La matrice di rigidezza alla traslazione orizzontale del telaio si valuta nell'ipotesi di comportamento "shear-type" e cioè ipotizzando le travi flessionalmente rigide rispetto ai pilastri:

$$\underline{\underline{K}} = \begin{bmatrix} V_1 + V_2 & -V_2 & 0 \\ -V_2 & V_2 + V_3 & -V_3 \\ 0 & -V_3 & V_3 \end{bmatrix}$$

essendo V_1 , V_2 e V_3 la rigidezza al taglio dei pilastri, rispettivamente, del 1°, del 2° e del 3° piano:

$$V_1 = 2 \cdot \frac{12EI}{L^3} = 2 \cdot 12 \cdot \frac{30000000000}{3,5^3} \cdot \frac{0,3 \cdot 0,4^3}{12} = 35.156.250 \text{ N/m}$$

$$V_2 = 2 \cdot \frac{12EI}{L^3} = 2 \cdot 12 \cdot \frac{30000000000}{3,5^3} \cdot \frac{0,3 \cdot 0,35^3}{12} = 23.551.941 \text{ N/m}$$

$$V_3 = 2 \cdot \frac{12EI}{L^3} = 2 \cdot 12 \cdot \frac{300000000000}{3,5^3} \cdot \frac{0,3 \cdot 0,3^3}{12} = 14.831.543 \text{ N/m}$$

per cui la matrice di rigidezza è:

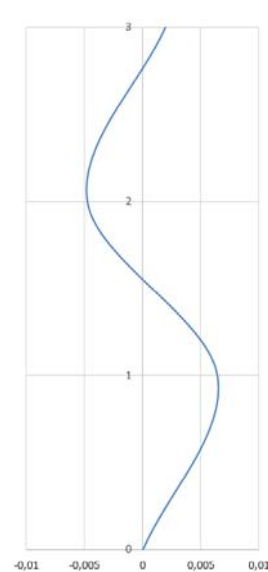
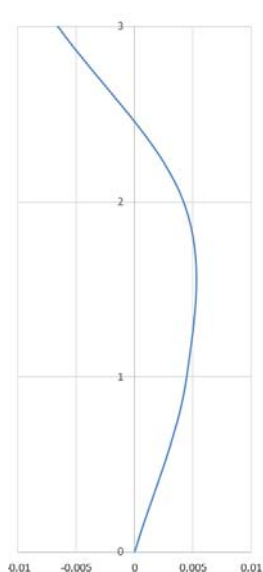
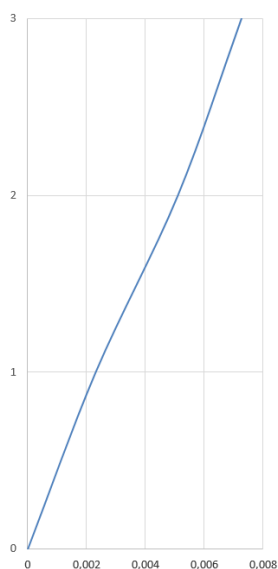
58.708.191	-23.551.941	0
-23.551.941	38.383.484	-14.831.543
0	-14.831.543	14.831.543

Inseriti i dati nel software *Dinamic.Az* (si assume $m=n=3$, non effettuando quindi troncamento modale) si ottengono le pulsazioni e gli autovettori (normalizzati rispetto alla matrice delle masse):

$$\varpi_1 = 21,008 \text{ rad/sec} \quad \varpi_2 = 49,339 \text{ rad/sec} \quad \varpi_3 = 71,276 \text{ rad/sec}$$

Autovettori (normalizzati rispetto alla matrice delle masse M)

nodo/g.l.	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3
1	0,00231	0,004476	0,00643
2	0,00511	0,004218	-0,0048
3	0,00727	-0,00658	0,00197



I periodi di oscillazione dei modi sono:

periodi (s)
0,29909
0,12735
0,08815

Masse partecipanti per ogni modo

modo	MP (%)
1	84,61
2	10,45
3	4,94

Come si vede è possibile considerare i soli primi due modi di vibrare a cui corrisponde una massa partecipante di oltre il 95% (la normativa impone di considerare un numero di modi tale che la massa partecipante sia non inferiore all'85%).

Supponiamo di conoscere lo spettro di risposta elastico, ottenuto come indicato nella normativa di riferimento in funzione della localizzazione del sito di costruzione e di tutti gli altri fattori che influenzano la determinazione dell'azione sismica (topografia, caratteristiche del sottosuolo, tempo di ritorno, ecc.), dal quale ricaviamo le accelerazioni spettrali in corrispondenza dei tre periodi di vibrazione sopra determinati:

Accelerazioni spettrali

modo	T (s)	Sa (m/s ²)
1	0,299	10,30
2	0,127	9,37
3	0,088	7,75

Inseriti le accelerazioni spettrali si può fare l'analisi sismica con la tecnica dello spettro di risposta. Si riportano di seguito gli spostamenti massimi e le forze sismiche che si generano a livello di piano, sia per ogni modo di vibrare che quelle ottenute dalla combinazione dei modi:

Spostamenti nodali massimi per ogni modo di vibrare

Spostamenti in cm

nodo/g.l.	modo 1	modo 2	modo 3
1	0,991533	0,111383	0,043595
2	2,192907	0,104956	-0,03239
3	3,121853	-0,163652	0,013353

Spostamenti nodali massimi ottenuti dalla combinazione dei modi

Spostamenti in cm

Combinazione SRSS (periodi di vibrazione ben distinti tra loro)

nodo/g.l.	Xmax
1	0,998722
2	2,195656
3	3,126168

Forze nodali (forze sismiche) per ogni modo di vibrare

Forze in N

nodo/g.l.	modo 1	modo 2	modo 3
1	65639	40672	33221
2	145170	38325	-24678
3	137777	-39839	6784

Forze nodali (forze sismiche) ottenute dalla combinazione dei modi

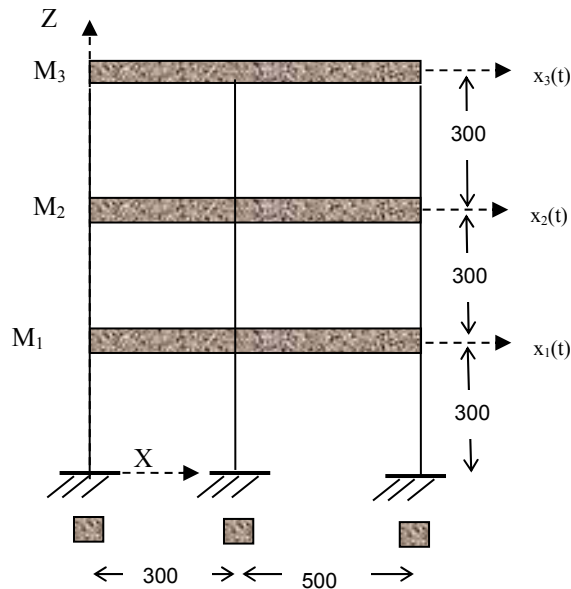
Forze in N

Combinazione SRSS (periodi di vibrazione ben distinti tra loro)

nodo/g.l.	F
1	84062
2	173834
3	225464

ESEMPIO 6 – TELAIO MULTIPIANO SOGGETTO A SPOSTAMENTI INIZIALI

Si esamina il telaio a tre elevazioni con traversi rigidi e montanti di massa trascurabile, avente la seguente geometria:



I montanti hanno sezione 40x30 cm (L_x , L_y) in tutti i tre piani. L'interpiano è di 300 cm. Si adotta il Sistema Internazionale per le unità di misura.

Il modulo elastico del cls si assume pari a $E=30.000 \text{ N/mm}^2=30.000.000.000 \text{ N/m}^2$. La massa in ogni piano è $M_1=M_2=M_3=25.000 \text{ kg}$. Il coefficiente di smorzamento si assume nullo.

Scelta dei gradi di libertà del sistema dinamico

Per lo schema del telaio piano si assumono come spostamenti incogniti (parametri lagrangiani) quelli indicati sopra (spostamenti relativi dei traversi rispetto al suolo in direzione X):

$$\underline{X}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}$$

Determinazione della matrice delle masse

La matrice delle masse, di ordine $n \times n$ e simmetrica, è data da:

$$\underline{\underline{M}} = \begin{bmatrix} M_1 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & 0 \\ 0 & 0 & M_3 \end{bmatrix}$$

Determinazione della matrice delle rigidezze

La matrice di rigidezza alla traslazione orizzontale del telaio si valuta nell'ipotesi di comportamento "shear-type" e cioè ipotizzando le travi flessionalmente rigide rispetto ai pilastri:

$$\underline{\underline{K}} = \begin{bmatrix} V_1 + V_2 & -V_2 & 0 \\ -V_2 & V_2 + V_3 & -V_3 \\ 0 & -V_3 & V_3 \end{bmatrix}$$

essendo V_1 , V_2 e V_3 la rigidezza al taglio dei pilastri, rispettivamente, del 1°, del 2° e del 3° piano:

$$V_1 = V_2 = V_3 = 3 \cdot \frac{12EI}{L^3} = 3 \cdot 12 \cdot \frac{300000000000}{3^3} \cdot \frac{0,3 \cdot 0,4^3}{12} = 64.000.000 \text{ N/m}$$

per cui la matrice di rigidezza è:

128.000.000	-64.000.000	0
-64.000.000	128.000.000	-64.000.000
0	-64.000.000	64.000.000

Vogliamo ottenere la risposta della struttura sottoposta a uno stato di spostamento iniziale (velocità iniziale nulla per tutte le tre masse), prodotta ad esempio da una forza applicata in maniera quasi statica all'ultimo piano e poi rimossa bruscamente:

$$x_1(t=0)=1,56 \text{ cm}$$

$$x_2(t=0)=3,12 \text{ cm}$$

$$x_3(t=0)=4,69 \text{ cm}$$

Inseriti i dati nel software *Dinamic.Az* (si assume $m=n=3$, non effettuando quindi troncamento modale), scegliendo l'analisi dinamica si ottengono le pulsazioni e gli autovettori (normalizzati rispetto alla matrice delle masse):

Autovalori e pulsazioni naturali del sistema

n°	Autovalori	pulsaz (rad/s)	periodi (s)	n° iteraz
1	0,00197	22,51754	0,27904	11
2	0,00025	63,09273	0,09959	29
3	0,00012	91,17164	0,06892	3

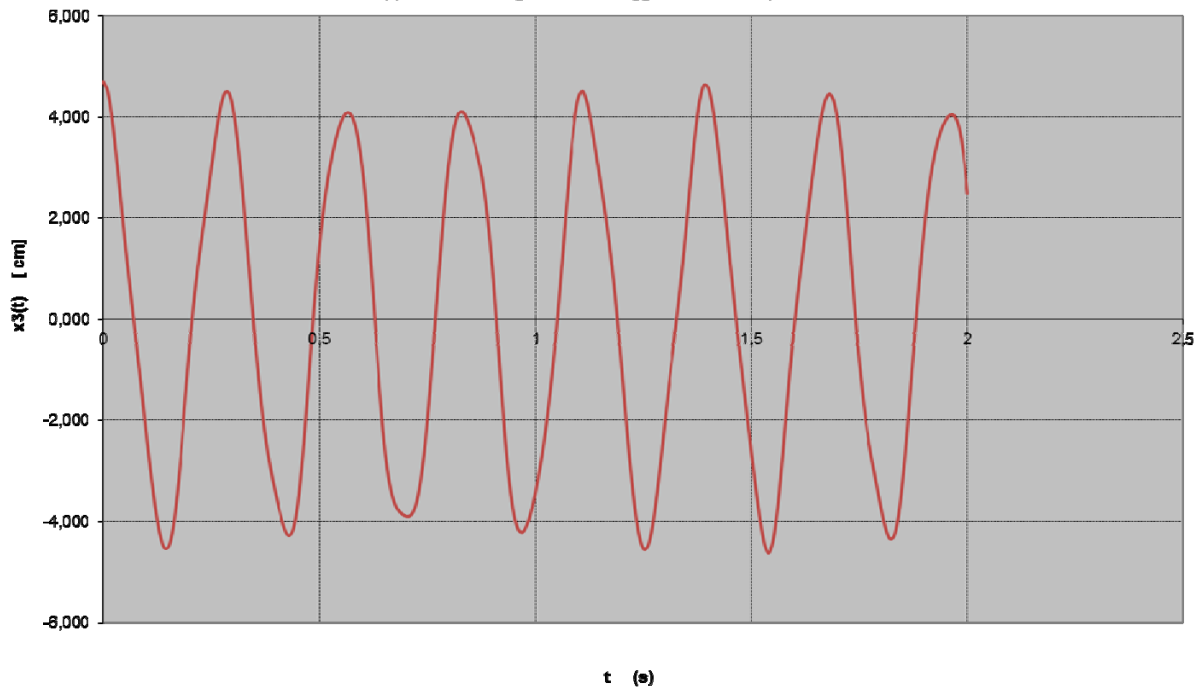
Autovettori (normalizzati rispetto alla matrice delle masse M)

nodo/g.l.	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3
1	0,0020744	0,004661	0,003738
2	0,0037379	0,0020744	-0,00466
3	0,004661	-0,003738	0,002074

Di seguito si riporta il grafico dello spostamento del terzo impalcato:

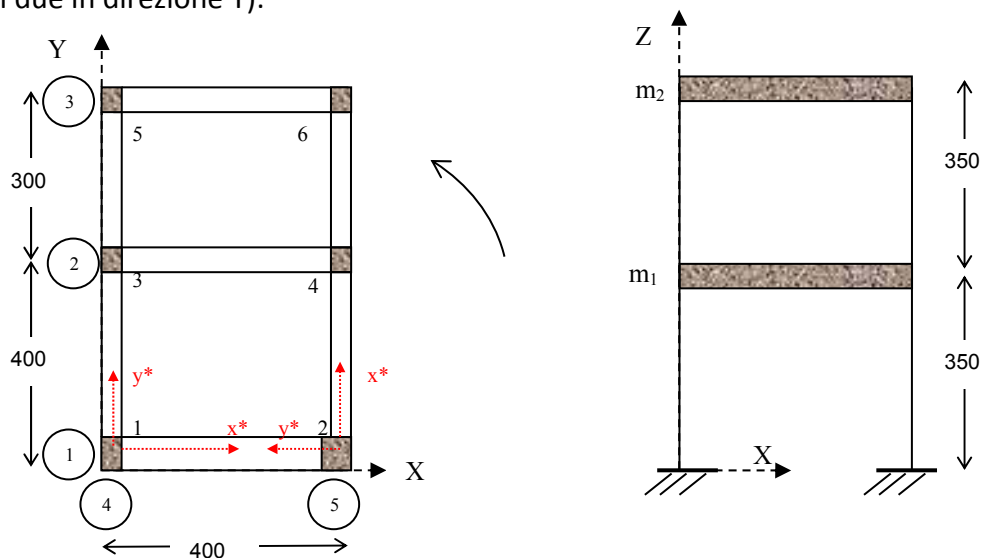
grafico dello spostamento $x_3(t)$

rappresentazione grafica della legge oraria dello spostamento



ESEMPIO 7 – EDIFICIO A DUE ELEVAZIONI (TELAIO SPAZIALE)

Si esamina l'edificio a due elevazioni in conglomerato cementizio armato riportato in [1], pag. 216, avente la seguente pianta strutturale (i numeri cerchiati indicano i telai, i primi tre in direzione X e gli altri due in direzione Y):



I pilastri hanno sezione 30x30 cm ad eccezione del pilastro 1 di sezione 30x40 cm e del pilastro 2 di sezione 40x40 cm. L'interpiano è di 350 cm. Si adotta il Sistema Tecnico per le unità di misura.

Il modulo elastico del cls si assume pari a $E=284.605 \text{ kg/cm}^2$. Il peso distribuito sulla superficie di ogni piano è $q=1.200 \text{ kgf/m}^2$.

Il sistema di riferimento globale è **XYZ**, e rimane fisso durante il moto prodotto dal sisma. Si considera anche il sistema di riferimento **Ouv**, solidale con il suolo e avente gli assi paralleli a quelli del sistema di riferimento assoluto XY e l'origine coincidente con quella del sistema globale (il sistema Ouv si muove durante il sisma).

Fissiamo i sistemi di riferimento locali x^*y^* dei cinque telai con x^* nella direzione del telaio: per i tre telai in direzione X, l'asse x^* si assume concorde con l'asse X e l'asse y^* concorde con l'asse Y; per i due telai in direzione Y, l'asse locale x^* è concorde con l'asse Y e l'asse locale y^* discorde con l'asse X.

Scelta dei gradi di libertà del sistema dinamico

Si ammette l'ipotesi classica di impalcati rigidi per cui il numero di gradi di libertà del sistema è pari a $n=3 \times N_p=6$, essendo N_p il numero dei piani. Come vettore spostamento $\underline{X}(t)$ incognito (parametri lagrangiani di spostamento) si considera quindi:

$$\underline{X}(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ v_1(t) \\ v_2(t) \\ \varphi_1(t) \\ \varphi_2(t) \end{bmatrix}$$

contenente gli spostamenti relativi di un punto di riferimento (origine 0) degli impalcati lungo u, lungo v e le rotazioni (positive se antiorarie). Si ricorda che le forze di richiamo elastiche sono proporzionali agli spostamenti relativi degli impalcati (non a quelli assoluti), cioè agli spostamenti della struttura nel sistema di riferimento Ouv solidale con il suolo.

Determinazione della matrice delle masse

La massa che interessa ciascuno dei due piani è data da:

$$m_1 = m_2 = \frac{q \cdot L_1 \cdot L_2}{g} = \frac{1200 \cdot 4 \cdot 7}{9,81} = 3.425,08 \frac{\text{kg}_f \cdot \text{s}^2}{\text{m}}$$

Avendo ipotizzato le masse uniformemente distribuite, il baricentro delle masse dei due impalcati coincide con il baricentro geometrico ($X_G=200 \text{ cm}$, $Y_G=350 \text{ cm}$). I momenti statici delle masse rispetto agli assi X e Y per entrambi i piani sono dati da:

$$S_X = m \cdot Y_{Gm} = 3425,08 \cdot 3,5 = 11.987,78 \text{ kg}_f \cdot \text{s}^2$$

$$S_Y = m \cdot X_{Gm} = 3425,08 \cdot 2,0 = 6.850,16 \text{ kg}_f \cdot \text{s}^2$$

Il momento di inerzia polare rispetto al punto di intersezione dell'asse Z con il piano del generico impalcato vale (densità superficiale di massa $\mu = \frac{m}{A} = \frac{3.425,08}{4 \cdot 7} = 122,32 \frac{\text{kg}_f \cdot \text{s}^2}{\text{m}^3}$):

$$J^0 = J^x + J^y = \int_A \mu \cdot y^2 \cdot dA + \int_A \mu \cdot x^2 \cdot dA = \mu \cdot \left(\frac{4 \cdot 7^3}{3}\right) + \mu \cdot \left(\frac{7 \cdot 4^3}{3}\right) = 74.210,07 \text{ kg}_f \cdot \text{s}^2 \cdot \text{m}$$

La matrice delle masse, di ordine nxn e simmetrica, viene calcolata in automatico dal software è data da:

$$\underline{\underline{M}} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{M}}^* & \underline{\underline{0}} & -\underline{\underline{S}}_x \\ \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{M}}^* & \underline{\underline{S}}_y \\ -\underline{\underline{S}}_x & \underline{\underline{S}}_y & \underline{\underline{J}}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3425,08 & 0 & 0 & 0 & -11987,78 & 0 \\ 0 & 3425,08 & 0 & 0 & 0 & -11987,78 \\ 0 & 0 & 3425,08 & 0 & 6850,16 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3425,08 & 0 & 6850,16 \\ -11987,78 & 0 & 6850,16 & 0 & 74210,07 & 0 \\ 0 & -11987,78 & 0 & 6850,16 & 0 & 74210,07 \end{bmatrix}$$

dove (1 e 2 sono gli impalcati):

$$\underline{\underline{M}}^* = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{S}}_x = \begin{bmatrix} S_{x,1} & 0 \\ 0 & S_{x,2} \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{S}}_y = \begin{bmatrix} S_{y,1} & 0 \\ 0 & S_{y,2} \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{J}}^0 = \begin{bmatrix} J^0_1 & 0 \\ 0 & J^0_2 \end{bmatrix}$$

Determinazione della matrice delle rigidezze

Le matrici di rigidezza alla traslazione orizzontale dei singoli telai si valutano nell'ipotesi di comportamento "shear-type" e cioè ipotizzando le travi flessionalmente rigide rispetto ai pilastri.

Per il telaio n° 1 si ha pertanto:

$$\underline{\underline{k}}_1 = \begin{bmatrix} V_1 + V_2 & -V_2 \\ -V_2 & V_2 \end{bmatrix}$$

essendo V_1 e V_2 la rigidezza al taglio dei pilastri, rispettivamente, del 1° e del 2° piano. Risulta:

$$V_1 = \frac{12EI_1}{L^3} + \frac{12EI_2}{L^3} = 12 \cdot \frac{284605}{350^3} \cdot \frac{40 \cdot 30^3}{12} + 12 \cdot \frac{284605}{350^3} \cdot \frac{40 \cdot 40^3}{12} = 24.162,38 \text{ kg/cm} = 2.416.238 \text{ kg/m}$$

$$V_2 = V_1$$

$$\underline{\underline{k}}_1 = \begin{bmatrix} 4.832.476 & -2.416.238 \\ -2.416.238 & 2.416.238 \end{bmatrix}$$

Analogamente si procede per gli altri quattro telai ottenendo (valori in kg/m):

$$\underline{\underline{k}}_2 = \underline{\underline{k}}_3 = \begin{bmatrix} 2.150.717 & -1.075.358 \\ -1.075.358 & 1.075.358 \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{k}}_4 = \begin{bmatrix} 4.699.716 & -2.349.858 \\ -2.349.858 & 2.349.858 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{k}}_5 = \begin{bmatrix} 5.549.382 & -2.774.691 \\ -2.774.691 & 2.774.691 \end{bmatrix}$$

La matrice di rigidezza globale della struttura, calcolata in automatico dal software, risulta:

$$\underline{\underline{K}} = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^T k_j \cdot \cos^2 \beta_j & \sum_{j=1}^T k_j \cdot \sin \beta_j \cdot \cos \beta_j & \sum_{j=1}^T k_j \cdot \cos \beta_j \cdot d_j \\ & \sum_{j=1}^T k_j \cdot \sin^2 \beta_j & \sum_{j=1}^T k_j \cdot \sin \beta_j \cdot d_j \\ \text{sim} & & \sum_{j=1}^T k_j \cdot d_j^2 \end{bmatrix}$$

dove T indica il numero dei telai che in questo caso è pari a 5, β_j è l'angolo di cui deve ruotare in senso antiorario il sistema di riferimento globale OXY per disporsi parallelamente al sistema di riferimento locale del telaio x^*y^* , e d_j la distanza del generico telaio j dalla parallela al telaio stesso uscente dall'origine O del sistema di riferimento assoluto, positiva se ricade nel semiasse positivo dell'asse locale y^* . Nel caso di specie si ha:

$$\begin{aligned} \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0 & \quad \beta_4 = \beta_5 = 90^\circ \\ d_1 = -20 \text{ cm} \quad d_2 = -400 \text{ cm} \quad d_3 = -685 \text{ cm} \quad d_4 = 15 \text{ cm} \quad d_5 = 385 \text{ cm} \end{aligned}$$

Inseriti i dati che servono alla determinazione delle matrici delle masse e delle rigidezze nel software *Dinamic.Az* e lanciato il calcolo (si considerano tutti i 6 modi di vibrare del sistema, $m=n$) si ottengono le pulsazioni e gli autovettori (normalizzati rispetto alla matrice delle masse):

$$\begin{aligned} \varpi_1 &= 21,44734 \text{ rad/sec} & \varpi_2 &= 23,87986 \text{ rad/sec} & \varpi_3 &= 34,74761 \text{ rad/sec} \\ \varpi_4 &= 56,14986 \text{ rad/sec} & \varpi_5 &= 62,51828 \text{ rad/sec} & \varpi_6 &= 90,97041 \text{ rad/sec} \end{aligned}$$

Autovettori (normalizzati rispetto alla matrice delle masse M)

nodo/g.l.	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4	ϕ_5	ϕ_6
1	-0,005153	-0,0013332	0,015325	-0,008338	-0,0021571	0,024797
2	-0,0083377	-0,0021571	0,024797	0,005153	0,0013332	-0,01533
3	-0,0027779	0,0091877	-0,00694	-0,004495	0,014866	-0,01123
4	-0,0044948	0,014866	-0,01123	0,002778	-0,0091877	0,00694
5	0,0009971	-0,0001268	0,003727	0,001613	-0,0002051	0,00603
6	0,0016133	-0,0002051	0,00603	-0,000997	0,0001268	-0,00373

I periodi di oscillazione dei modi sono

$T_1(s)$	$T_2(s)$	$T_3(s)$	$T_4(s)$	$T_5(s)$	$T_6(s)$
0,29296	0,26312	0,18082	0,1119	0,1005	0,06907

Assumendo il sisma agente in direzione X (coefficiente di incidenza lungo X pari a 1 e lungo Y pari a 0) le **masse partecipanti** per ogni modo sono pari a:

modo	MP (%)
1	87,68
2	0,93
3	6,11

4	4,89
5	0,05
6	0,34

Come si vede anche col solo primo modo di vibrare la massa partecipante supera il limite dell'85% previsto dalla normativa e quindi può essere adottato anche il solo primo modo di vibrare (o i primi tre) per ottenere la risposta con buona approssimazione.

Procedendo con la norma sismica di cui al D.M. 16/01/1996, supposta la costruzione in zona sismica di 2^a categoria (grado di sismicità S=9, coefficiente di intensità sismica C=0,07), le accelerazioni spettrali dedotte dallo spettro di risposta normativo in corrispondenza dei periodi di oscillazione dei modi sono date da:

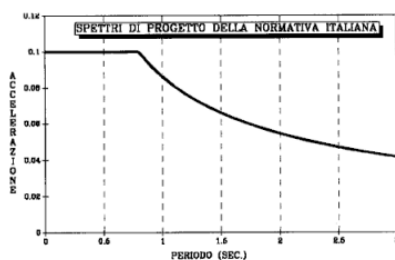


Fig. 9.5 - Spettro di progetto delle norme sismiche italiane

$$S_A(T) = C \cdot R(T) \cdot \varepsilon \cdot \beta \cdot I \cdot g$$

in cui R *coefficiente di risposta* è funzione del periodo fondamentale di vibrazione; per $T > 0,8$ s si ha $R = \frac{0,862}{T_1^{2/3}}$, per $T \leq 0,8$ s $R = 1$.

Assumendo unitari il *coefficiente di fondazione*, il *coefficiente di struttura* β e il *coefficiente di protezione sismica* I , si ottiene

$$S_A(T) = 0,07 \cdot 1 \cdot g = 0,6867 \text{ m/s}^2$$

per tutti i 6 modi di vibrare. Inseriti tali valori nel software si ottengono i seguenti spostamenti nodali per ogni modo:

Spostamenti nodali massimi per ogni modo di vibrare

I primi 4 spostamenti sono in cm, gli altri 2 spostamenti sono angoli in rad

nodo/g.l.	modo 1	modo 2	modo 3	modo 4	modo 5	modo 6
1	0,059618	0,00128	0,017837	0,003322	0,000071	0,000994
2	0,096464	0,002072	0,028861	-0,002053	-0,000044	-0,000614
3	0,03214	-0,008824	-0,00808	0,001791	-0,000492	-0,00045
4	0,052003	-0,014277	-0,01307	-0,001107	0,000304	0,000278
5	-0,000115	0,000001	0,000043	-0,000006	0	0,000002
6	-0,000187	0,000002	0,00007	0,000004	0	-0,000001

Gli **spostamenti nodali massimi ottenuti dalla combinazione dei modi** sono pari a:

I primi 4 spostamenti sono in cm, gli altri 2 spostamenti sono angoli in rad

Combinazione SRSS (periodi di vibrazione ben distinti tra loro)

nodo/g.l.	Xmax
1	0,062339
2	0,100733
3	0,034347
4	0,055501
5	0,000123
6	0,000199

Spostamenti di progetto dei singoli telai in corrispondenza di ogni piano (cm)

spostamenti ottenuti come combinazione degli spostamenti nodali massimi di ogni modo di vibrare

Telaio 1

piano 1	0,06432
---------	---------

Dinamic.Az 2.0 (Ing. Ciro Azzara)	Manuale d'uso	Pag. 30 di 33
---	----------------------	---------------

piano 2	0,10393
<u>Telaio 2</u>	
piano 1	0,10593
piano 2	0,17117
<u>Telaio 3</u>	
piano 1	0,13936
piano 2	0,2252
<u>Telaio 4</u>	
piano 1	0,03257
piano 2	0,05263
<u>Telaio 5</u>	
piano 1	0,0172
piano 2	0,02779

Forze orizzontali sismiche nei singoli telai in corrispondenza di ogni piano (kgf)

<u>Telaio 1</u>	
piano 1	596,95
piano 2	957,18
<u>Telaio 2</u>	
piano 1	437,55
piano 2	701,58
<u>Telaio 3</u>	
piano 1	575,64
piano 2	923,01
<u>Telaio 4</u>	
piano 1	293,96
piano 2	471,35
<u>Telaio 5</u>	
piano 1	183,27
piano 2	293,86

Si fa notare che anche i due telai in direzione Y per sisma in direzione X subiscono uno spostamento e quindi delle forze sismiche, ma l'intensità di tali forze sarà sicuramente inferiore a quella che li interessa quando si considera il sisma in direzione Y per cui possono non essere presi in considerazione.

Se il baricentro delle masse e quello delle rigidezze avessero la stessa coordinata Y (assenza di eccentricità in direzione ortogonale a quella del sisma) l'impalcato subirebbe soltanto una traslazione lungo X. Per effetto della eccentricità risultano sovraccaricati i telai che si trovano nella stessa parte del baricentro della masse rispetto a quello delle rigidezze.

Volendo confrontare la distribuzione di forze sui singoli telai ottenuta dall'analisi dinamica con lo spettro di risposta con la distribuzione delle forze deducibile da un'analisi statica, si calcolano di seguito le forze statiche equivalenti per i tre telai in direzione X.

Il baricentro delle rigidezze R ha coordinate:

$$X_{R,i} = \frac{\sum_{j=1}^{N_y} k_{y,j}^i \cdot x_j}{\sum_{j=1}^{N_y} k_{y,j}^i} \quad Y_{R,i} = \frac{\sum_{j=1}^{N_x} k_{x,j}^i \cdot y_j}{\sum_{j=1}^{N_x} k_{x,j}^i}$$

Dinamic.Az 2.0 (Ing. Ciro Azzara)	Manuale d'uso	Pag. 31 di 33
---	----------------------	---------------

dove: i è il generico piano

j è il generico telaio

N_x e N_y sono rispettivamente il numero dei telai in direzione X e in direzione Y

x_j è la distanza del telaio j parallelo all'asse Y rispetto all'asse Y

y_j è la distanza del telaio j parallelo all'asse X rispetto all'asse X

$k_{y,j}^i$ è la somma delle rigidezze alla traslazione nella direzione Y dei pilastri del telaio j (valori V già calcolati)

$k_{x,j}^i$ è la somma delle rigidezze alla traslazione nella direzione X dei pilastri del telaio j (valori V già calcolati)

Nel caso di specie, sia per il piano 1 che per il piano 2 si ha:

$$X_R = \frac{2.349.858 \cdot 0,15 + 2.774.691 \cdot 3,85}{2.349.858 + 2.774.691} = 2,1534 \text{ m}$$

$$Y_R = \frac{2.416.238 \cdot 0,2 + 1.075.358 \cdot 3,85 + 1.075.358 \cdot 6,85}{2.416.238 + 1.075.358 + 1.075.358} = 2,6253 \text{ m}$$

L'eccentricità nella direzione ortogonale a quella del sisma risulta

$$e_Y = Y_{GM} - Y_{GR} = 3,5 - 2,6253 = 0,8747 \text{ m}$$

La forze sismica al piano i si calcola con (D.M. 16/01/1996)

$$F_i = K_{hi} \cdot W_i \quad \text{con} \quad K_{hi} = C \cdot R \cdot \varepsilon \cdot \beta \cdot I \cdot \gamma_i \quad \text{e} \quad \gamma_i = z_i \cdot \frac{\sum_{j=1}^{Np} W_j}{\sum_{j=1}^{Np} W_j \cdot z_j}$$

Avendo assunto per il coefficiente di fondazione, per il coefficiente di struttura e per il coefficiente di protezione sismica il valore unitario, e tenuto conto che il peso sismico di piano W_i vale

$$W_1 = W_2 = q \cdot L_1 \cdot L_2 = 1200 \cdot 4 \cdot 7 = 33.600 \text{ kg}_f$$

si ottiene:

$$F_1 = 0,07 \cdot 1 \cdot 3,5 \cdot \frac{67.200}{33.600 \cdot 3,5 + 33.600 \cdot 7} \cdot 33.600 = 1.568 \text{ kg}$$

$$F_2 = 0,07 \cdot 1 \cdot 7 \cdot \frac{67.200}{33.600 \cdot 3,5 + 33.600 \cdot 7} \cdot 33.600 = 3.136 \text{ kg}$$

Con il metodo di ripartizione approssimato, il taglio al piano k nel telaio j in direzione x si valuta con

$$T_{x,k}^j = T_{x,k} \cdot \frac{K_{Tx,k}^j}{K_{Tx,k}} \cdot \left(1 + \frac{e_Y \cdot (d_j - Y_{R,k}) \cdot K_{Tx,k}}{J_k^R} \right)$$

Dinamic.Az 2.0 (Ing. Ciro Azzara)	Manuale d'uso	Pag. 32 di 33
---	----------------------	---------------

in cui $T_{x,k}$ =tagliante complessivo al piano k in direzione X dato dalla somma delle forze sismiche dal piano in esame fino all'ultimo soprastante; $K_{Tx,k}^j$ = somma della rigidezza a taglio in direzione X dei pilastri del telaio j al piano k; $K_{Tx,k}$ = somma delle rigidezze in direzione X di tutti i pilastri al piano k; J_k^R = momento di inerzia polare delle rigidezze rispetto al baricentro delle rigidezze del piano k dato da

$$J_k^R = \sum_{j=1}^{N_x} k_{x,j}^i \cdot y_j^2 + \sum_{j=1}^{N_y} k_{y,j}^i \cdot x_j^2 - X_{R,k}^2 \cdot \sum_{j=1}^{N_y} k_{y,j}^i - Y_{R,k}^2 \cdot \sum_{j=1}^{N_x} k_{x,j}^i$$

Essendo:

$$T_1=4.704 \text{ kg} \quad T_2=3.136 \text{ kg} \quad K_{Tx,1} = K_{Tx,2} = 4.566.954 \text{ kg/m} \quad J^R=4,6331021 \times 10^7 \text{ m}$$

$$K_{Tx,1}^1 = K_{Tx,2}^1 = 2.416.238 \text{ kg/m} \quad K_{Tx,1}^2 = K_{Tx,2}^2 = 1.075.358 \text{ kg/m} \quad K_{Tx,1}^3 = K_{Tx,2}^3 = 1.075.358 \text{ kg/m}$$

risulta

$$\begin{aligned} T_2^1 &= 1.321,36 \text{ kg} & T_1^1 &= 1.982,04 \text{ kg} \\ T_2^2 &= 820,25 \text{ kg} & T_1^2 &= 1.230,38 \text{ kg} \\ T_2^3 &= 994,38,36 \text{ kg} & T_1^3 &= 1.491,57 \text{ kg} \end{aligned}$$

Dalle quale si ricavano le forze orizzontali nei telai in direzione X per differenza tra il taglio al piano e quello al piano superiore:

telaio 1

piano 1=1982,04-1321,36=661 kg

piano 2=1321,36 kg

telaio 2

piano 1=410 kg

piano 2=820 kg

telaio 3

piano 1=497 kg


piano 2=994 kg

L'esempio mostra che, anche per edifici con un basso numero di piani, i risultati ottenuti dall'analisi dinamica possono presentare sensibili differenze rispetto a quelli ottenuti conducendo l'analisi statica equivalente. Tali differenze risultano certamente più rilevanti per edifici con più elevazioni e con più accentuate dissimmetrie.

APPENDICE 2 – GESTIONE ERRORI

Tipo di errore	Soluzione
Non vengono calcolati alcuni coefficienti o danno valori sbagliati	È necessario verificare che venga usato, di sistema operativo, come separatore decimale la virgola e come separatore di migliaia il punto. Se l'utente utilizza l'impostazione inversa, infatti, alcuni parametri non vengono calcolati o danno valori sbagliati. Per verificare i separatori andare

Dinamic.Az 2.0 (Ing. Ciro Azzara)	Manuale d'uso	Pag. 33 di 33
---	----------------------	---------------

	<p>in Opzioni Internazionali e della lingua del Pannello di controllo di Windows.</p> <p>Se il problema persiste, aprire Excel (nelle precedenti versioni cercare il menù Opzioni), fare clic sul pulsante Microsoft Office  (in alto a sinistra), quindi su Opzioni di Excel. In Opzioni di modifica nella categoria Impostazioni avanzate selezionare la casella di controllo Utilizza separatori di sistema.</p>
--	---

APPENDICE 3 - BIBLIOGRAFIA

- [1] G. Borino et al. – *Problemi strutturali nell'ingegneria sismica*, Dario Flaccovio editore;
- [2] A. P. Fantilli (Politecnico di Torino), *Costruzioni in C.A. – Metodi di analisi*, Dispense del Corso di formazione in Ingegneria Sismica 18/11/2011 http://www.risknet-alcotra.org/rna/allegati/18-nov-fantilli_762.pdf
- [3] DM 16/01/1996 – Norme tecniche per le costruzioni in zona sismica;
- [4] D.M. 14/01/2008 – Norme tecniche per le costruzioni
- [5] D.M. 17/01/2018 – Aggiornamento delle Norme Tecniche sulle Costruzioni.