Politecnico di Bari

Ingegneria Gestionale Corso B

A.A. 2010-2011 IV Appello Traccia A

Cognome .... Nome .... N. matricola ....

1 1 Modulo

1. Determinare i numeri complessi che soddisfano la seguente equazione:

$$i\overline{z} + |z|^2 z - (1+i)z\overline{z} = 0$$

2. Data la funzione

$$f(x) = \frac{\log_e x}{1 - \log_e^2 x}$$

determinare il dominio D_f, eventuali asintoti di f e gli estremi relativi.

3. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{2\log_e^2 x + 3}{3\log_e^2 x + \log_e x} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{3x}.$$

2 2 Modulo

1. Calcolare

$$\int_0^1 2x \log(x+1)\, dx.$$

2. Sia dato il problema di Cauchy (P):

$$\begin{cases} x'(t) = 1 - e^{x^2-1}; \\ x(0) = \alpha. \end{cases}$$

Dire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$: a) (P) ammette soluzione unica; b)la soluzione di (P) é monotona crescente; c) la soluzione di (P) é monotona decrescente; d) studiare qualitativamente le soluzioni di (P)

3. Determinare i punti estremali (relativi e/o assoluti) della seguente funzione nel suo dominio

$$f(x,y) = \sqrt{y^2 - x^2}.$$

Politecnico di Bari

Ingegneria Gestionale Corso B

A.A. 2010-2011 IV Appello Traccia B

Cognome .... Nome .... N. matricola ....

3 1 Modulo

1. Determinare i numeri complessi che soddisfano la seguente equazione:

$$z^2|z|^2 - z^2\overline{z}(1+i) + i|z|^2 = 0$$

2. Data la funzione

$$f(x) = -\frac{\log_e x}{\log_e^2 x - 1}$$

determinare il dominio D_f, eventuali asintoti di f e gli estremi relativi.

3. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{5}{x}+1\right)^{3x} \frac{\log_e^2 x + 4\log_e^2 x}{4+3\log_e^2 x}.$$

4 2 Modulo

1. Determinare il carattere delle seguenti serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3}{2n^2+1}, \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \log\left(1+\frac{5}{n^2}\right), \quad \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \sqrt{\frac{n^3+3}{2n^3-5}}.$$

2. Data la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{2xy(y^2-x^2)}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

dire se è continua, derivabile, differenziabile in $\mathbb{R}^2$, giustificando adeguatamente le risposte. Sugg. Si tenga conto della disuguaglianza $xy \leq \frac{x^2+y^2}{2}$.

3. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione di classe $\mathcal{C}^1$ tale che $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = 0$. Considerata la funzione $g(x,y) = f(x, x^2 - y^2)$ si provi che $\nabla g(0,0) = (0,0)$.