

## Politecnico di Bari

Ingegneria Gestionale Corso B

A.A. 2010-2011      III Appello      Traccia A

Cognome ..... Nome ..... N. matricola .....

### 1 1 Modulo

1. Determinare i numeri complessi che soddisfano la seguente equazione:

$$-\bar{z} - i\bar{z} = z^3 |z|^2$$

2. Data la funzione

$$f(x) = \frac{1 - 2 \log_e x}{x^2}$$

determinare il dominio  $D_f$ , eventuali asintoti di  $f$  e gli estremi relativi.

3. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(e^x - e^{-x}) \cos\left(\frac{1}{x}\right)}{\sqrt[2]{7x^4 + 2x^2 - 2} - \sqrt[2]{7x^4 + 2}}.$$

### 2 2 Modulo

1. Studiare continuità e differenziabilità della funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} x^2 y^2 \sin\left(\frac{1}{x^2 y^2}\right), & \text{se } x \neq 0 \text{ e } y \neq 0 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

(sugg. Si tenga anche conto della disuguaglianza  $xy \leq \frac{x^2 + y^2}{2}$ .)

2. Determinare i punti di massimo e di minimo della funzione

$$f(x, y) = e^{x^2 - y^2 - x + 2y}$$

sul quadrato  $[0, 1] \times [0, 1]$ .

3. Studiare il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = \cos(2t) \sqrt[3]{y}; \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

commentando i risultati ottenuti alla luce dei teoremi di esistenza e unicità.

**Politecnico di Bari**

Ingegneria Gestionale Corso B

A.A. 2010-2011      III Appello      Traccia B

Cognome ..... Nome ..... N. matricola .....

### **3    1 Modulo**

1. Determinare i numeri complessi che soddisfano la seguente equazione:

$$-\bar{z} + \bar{z}i + z^3|z|^2 = 0$$

2. Data la funzione

$$f(x) = \frac{1 - 3 \log_e x}{x^3}$$

determinare il dominio  $D_f$ , eventuali asintoti di  $f$  e gli estremi relativi.

3. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(e^{-x} - e^x)^3}{\cos^2\left(\frac{1}{x}\right) \sqrt[2]{5x^4 + 3x^2 - 1} - \sqrt[2]{5x^4 + 1}}.$$

### **4    2 Modulo**

1. Rispondere alle seguenti domande giustificando le risposte.

- (a) Dire se è vero che ogni funzione limitata in un intervallo chiuso e limitato è integrabile
- (b) Dire se è vero che ogni funzione continua in un intervallo chiuso e limitato è integrabile
- (c) Dire se è vero che ogni funzione limitata ammette una primitiva
- (d) Dire se è vero che ogni funzione continua ammette una primitiva
- (e) Dire se è vero che le funzioni primitive sono tutte continue
- (f) Dire se è vero che ogni funzione primitiva di una funzione continua è di classe  $\mathcal{C}^1$
- (g) esistono funzioni continue, non identicamente nulle, il cui integrale definito in un intervallo  $[a, b]$  sia zero?
- (h) Dire se la funzione  $f(x) = e^{x^2}$  ammette primitive.
- (i) Determinare la primitiva  $F(x)$  della funzione  $f(x) = \tan^2 x$  tale che  $F(0) = 0$ .

2. Studiare la convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{2n+1}{(n-1)(n+1)} (x-1)^n.$$

3. Studiare il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' = 2y' + y \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

commentando i risultati ottenuti alla luce dei teoremi di esistenza e unicità.