

Politecnico di Bari

Ingegneria Civile ed Ambientale Corso B

A.A. 2011-2012 I Appello Esonero Traccia A

Cognome Nome N. matricola

1. Verificare che la funzione $f(x, y) = |xy|$ è differenziabile nel punto $(0, 0)$ ma non lo è nel punto $(1, 0)$.
2. Determinare gli eventuali estremi della funzione

$$f(x, y) = x^4 + y^4 - 2(x - y)^2.$$

3. Studiare il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + 2xy + xy^4 = 0 \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

4. Determinare l'area del dominio piano delimitato dalla curva $\gamma(t) = (t(1 - t), t(t^2 - 1))$, $0 \leq t \leq 1$.

Ingegneria Civile ed Ambientale Corso B

A.A. 2011-2012 I Appello Esonero Traccia B

Cognome Nome N. matricola

1. Data la funzione

$$\begin{cases} y^2 \arctan \frac{x}{y} & \text{se } y \neq 0 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

si dica per quali punti (x_0, y_0) le derivate seconde miste

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x_0, y_0), \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x_0, y_0)$$

coincidono giustificando adeguatamente le risposte.

2. Data la funzione

$$f(x, y) = x^3 - x^2y + y^2 - x^2$$

si stabilisca la natura dei suoi punti critici. Determinare poi gli estremi assoluti di f nell'insieme

$$K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - x \leq y \leq 0\}.$$

3. Calcolare il seguente integrale

$$\int_{\Omega} y \, dx dy$$

dove $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2, 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq x\}$.

4. Data la forma differenziale

$$\omega = (\sqrt{y} - 2xy) \, dx + \left(\frac{x}{2\sqrt{y}} - x^2 \right) \, dy$$

si calcoli $\int_{\gamma} \omega$ dove γ è l'arco di parabola $y = x^2 + 1$, tra i punti di ascissa 0 e 1 percorso da sinistra a destra.