Controllo PID

Dato il processo $P(s)$ e le specifiche:

$$\begin{cases} M_j = \ldots \\ w_T = \ldots \\ [e_u = 0 \quad \text{oppure} \quad e_r < \ldots] \end{cases}$$

dobbiamo implementare il controllore nella forma $C(s) = k\left(1 + T_d s + \dfrac{1}{T_i s}\right)$,

cioè determinare k, T_i e T_d (in modo che siano tutti positivi).

$$j = M_j - 180° - \angle P(jw_T) \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\begin{aligned} k &= \frac{1}{|P(jw_T)|}\cos j \\ w_T T_d - \frac{1}{w_T T_i} &= \tan j \end{aligned}}$$

Se $P(s)$ è di tipo 0 e c'è la specifica su e_r $\Rightarrow$ $\boxed{k_v = \dfrac{1}{e_r} = \dfrac{k}{T_i} P(0)}$

Altrimenti si pone $\boxed{T_i = 4T_d}$, oppure se $\tan j < 0$ si può porre $T_d = 0$, oppure se $P(s)$ è già del tipo necessario per la specifica sull'errore si pone $T_i = \infty$, cioè non si usa l'azione integrale.

Controllo digitale (sintesi per traslazione)

Dalle specifiche nel discreto si ottengono quelle nel continuo:

$M_j' = M_j + a$ dove $a = \dfrac{w_T T}{2}$ viene scelto fra 5° e 10°

Si ricava $C(s)$ con uno dei metodi noti nel continuo (come il PID), e da questa $C(z)$ con una delle seguenti trasformazioni:

$$s = \frac{z-1}{zT} \qquad \text{(differenze all'indietro)}$$

$$\boxed{s = \frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}} \qquad \text{(trasformazione bilineare di Tustin)}$$

dove T viene ricavato da a:

$$T = \frac{2a}{w_T} = \frac{2p}{180°}\frac{a°}{w_T}$$

Da $C(z)$ si ricava l'algoritmo del controllore col metodo delle differenze finite. Ad esempio:

$$C(z) = \frac{2z+1}{z-1}$$

$$U(z) = C(z)E(z) \Rightarrow (z-1)U(z) = (2z+1)E(z)$$

$$u[(k+1)T] - u(kT) = 2e[(k+1)T] + e(kT) \Rightarrow \boxed{u(kT) = u[(k-1)T] + 2e(kT) + e[(k-1)T]}$$