

# FLUIDODOMANDE

19 Settembre 2002

Abbiamo qui raccolto le fluidodomande che più frequentemente capitano allo scritto dell'esame di Fluidodinamica. E naturalmente abbiamo riportato anche le fluidorisposte che il Nano vuole vedere!

Per ogni commento, proposta, correzione: [fluidodomande@libero.it](mailto:fluidodomande@libero.it)

In bocca al lupo!

C. C.  
A. P.  
M. C.

## 1. Modelli fisici di fenomeni fluidodinamici

### 2. Alcune proprietà dei gas

#### 2.1. Quali sono le ipotesi fondamentali della teoria cinetica dei gas?

- 1) Gas perfetti monoatomici; 2) Gas mediamente in quiete; 3) Proprietà fisiche uniformi; 4) le molecole sono sfere elastiche rigide; 5) la densità è bassa; 6) il volume contiene un numero elevato di molecole; 7) le attrazioni molecolari sono nulle; 8) gli urti sono elastici; 9) si trascurano le forze di campo.

#### 2.2. E' possibile che un fluido viscoso in moto non produca sforzi tangenziali viscosi?

- Sì, se l'atto di moto è rigido. La viscosità è condizione necessaria, ma non sufficiente, per la generazione di sforzi tangenziali.

#### 2.3. Grandezze fisiche caratteristiche dell'aria e dell'acqua.

	Aria std	Acqua
Pressione [Pa]	101325	
Temperatura [K]	288,15	
Densità [Kg/m <sup>3</sup> ]	1,225	999,1
Viscosità [Pa*s]	1,78E-5	1,14E-3
R [J/Kg K]	287	
Gamma	1,4	
Celerità suono [m/s]	340	1500

## 3. Principi di conservazione ed equazioni di bilancio: generalità

### 3.1. Si enunci il teorema di trasformazione.

- La derivata sostanziale (lagrangiana) della grandezza estensiva  $G$  è uguale alla somma della derivata locale, o temporale, della quantità  $G$  contenuta nel volume di controllo fisso  $V_C$ , e del flusso di  $G$  attraverso la superficie che delimita il volume di controllo  $V_C$ .

## 4. I fluidi come continui deformabili

4.1. Quali sforzi produce la viscosità di volume beta in una corrente di gas monoatomico? E in un fluido a proprietà costanti newtoniano?

- Nessuno, perché in un gas monoatomico la viscosità di volume è sempre nulla.
- Nessuno, perché in un fluido a proprietà costanti la divergenza di  $\mathbf{V}$  (che è moltiplicata con beta) è sempre nulla.

4.2. A quali condizioni la pressione misurata in un punto della superficie di una sonda, posta in una corrente gassosa, coincide rigorosamente con la pressione termodinamica del gas in tale punto?

- Per misurare la pressione termodinamica istantanea in un punto P, è necessario che la sonda, nell'istante in cui effettua la misura della pressione in P, transiti per tale punto del campo di moto con velocità esattamente uguale a quella locale e istantanea del fluido.

4.3. Caratterizzare lo stato di sforzo per un fluido non viscoso, viscoso newtoniano e viscoso non newtoniano, in quiete e in movimento.

	Fluido non viscoso	Fluido viscoso newtoniano	Fluido viscoso non newtoniano
Quiete	Sforzo normale isotropo (pressione)	Sforzo normale isotropo (pressione)	Sforzo normale isotropo (pressione)
Moto (non rigido)	Sforzo normale isotropo (pressione)	Pressione + sforzi viscosi normali e tangenziali (funzioni lineari della velocità di deformazione)	Pressione + sforzi viscosi normali e tangenziali (funzioni non lineari della velocità di deformazione)

4.4. Cosa sono i fluidi? Quando sono Newtoniani?

- I fluidi sono quelle particolari sostanze materiali (liquidi o gassosi) che, in condizioni statiche, possono sostenere esclusivamente sforzi di tipo normale. Sono newtoniani se esiste un legame di proporzionalità diretta tra il tensore degli sforzi viscosi ed il tensore della velocità di deformazione.

4.5. Che cos'è la viscosità di volume?

- E' una misura del tempo di rilassamento molecolare, ovvero del tempo necessario affinché, una volta perturbato lo stato di equilibrio termodinamico, venga ripristinata la condizione di equipartizione dell'energia interna.

## 5. Le equazioni di bilancio e le loro proprietà

5.1. Si enunci il teorema della quantità di moto (seconda legge di Newton) per un volumetto di controllo fisso (punto di vista Euleriano).

- La variazione nell'unità di tempo della quantità di moto del fluido contenuto nel volume di controllo  $V_C$  sommata al flusso netto di quantità di moto attraverso le facce del volume di controllo uguaglia la risultante delle forze esterne agenti sull'elemento di fluido contenuto in  $V_C$ .

5.2. Equazione di N-S in velocità e vorticità: scriverla per fluidi a proprietà costanti; significato dei termini; perché non c'è il termine di pressione? Effetto dei singoli termini.

$$\underbrace{\frac{\partial \bar{\mathbf{w}}}{\partial t}}_{\text{derivata_locale}} + \underbrace{\bar{\mathbf{V}} \circ \text{grad} \bar{\mathbf{w}}}_{\text{derivata_convettiva}} = \underbrace{\bar{\mathbf{w}} \circ \text{grad} \bar{\mathbf{V}}}_{\text{produzione_di_vorticità}} + \underbrace{\mathbf{n} \nabla^2 \bar{\mathbf{w}}}_{\text{diffusione_di_vorticità}}$$

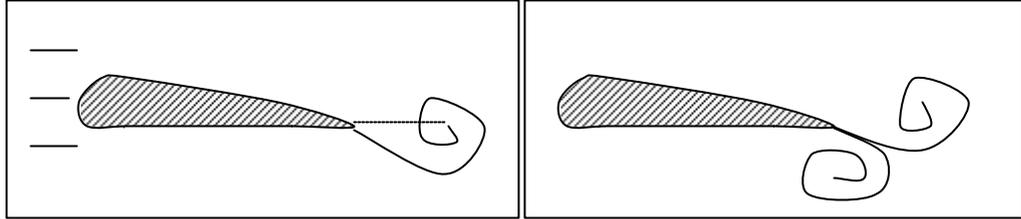
Non compare il termine di pressione perché, nell'equazione di N-S in velocità e pressione, la pressione compare come argomento di un gradiente, ed il rotore di un gradiente è identicamente nullo.

Il termine di produzione di vorticità è usualmente scomposto in due contributi separati.

Se consideriamo l'equazione scalare di bilancio per la  $w_z$ , la somma  $(w_x (\partial w / \partial x) + w_y (\partial w / \partial y))$  prende il nome di produzione per rotazione, che indica

appunto una produzione di  $w_z$  attraverso la rotazione delle altre componenti della vorticità. Il secondo contributo è invece costituito dal terzo addendo all'interno del termine di produzione,  $w_z(\partial w/\partial z)$ , e prende il nome di produzione per intensificazione.

- 5.3. In riferimento al filmato di Prandtl, spiegare la formazione dei vortici di avviamento.  
 5.4. Discutere i risultati degli esperimenti sui vortici d'avviamento di Prandtl.



Le equazioni di N-S in vorticità e velocità mostrano che una produzione di vorticità è possibile soltanto in correnti tridimensionali. In una corrente bidimensionale, sia essa stazionaria o no, la vorticità può variare localmente, in funzione del tempo, solo per effetto di trasporto e di diffusione. In altri termini, può solo ridistribuirsi nel campo. Se un profilo asimmetrico (o simmetrico, ma ad angolo di incidenza non nullo) è in quiete in un fluido viscoso, la circolazione della velocità lungo una linea chiusa che abbracci tutto il campo di moto nulla. Quando il profilo viene messo in moto rispetto al fluido, per la condizione di perfetta adesione, si crea un rotore della velocità lungo il bordo del profilo. Per mantenere nulla la circolazione, si deve creare un vortice a valle del profilo (vortice di avviamento) il cui rotore sia opposto al primo. Questo vortice, al trascorrere del tempo, si ingrandisce, ma diventa più lento. Quando poi il profilo viene riportato in quiete rispetto al fluido, si crea un secondo vortice con rotore opposto a quello del vortice di avviamento, in modo da conservare ancora la circolazione nulla. Tali vortici non si hanno se il profilo è simmetrico, infatti le vorticità che si creano sui bordi superiori e inferiori del profilo sono opposte.

- 5.5. Si enunci il principio di conservazione della massa (equazione di continuità) per un volumetto di controllo fisso (punto di vista Euleriano).

- La variazione nell'unità di tempo della massa contenuta nel volume di controllo  $V_C$  uguaglia la differenza fra i flussi di massa entranti ed uscenti attraverso la superficie del volume di controllo  $V_C$ .

- 5.6. Si enunci il primo principio della termodinamica (equazione di bilancio dell'energia totale) per un volumetto di controllo fisso (punto di vista Euleriano).

- La variazione nell'unità di tempo dell'energia totale del fluido contenuto nel volume di controllo  $V_C$  sommata al flusso netto di energia totale attraverso le facce del volume di controllo uguaglia la somma della potenza delle forze agenti sull'elemento di fluido contenuto in  $V_C$  e del flusso netto d'energia termica trasmessa all'elemento di fluido, per conduzione, attraverso le facce del volume di controllo  $V_C$ .

- 5.7. Si dica se il seguente campo di velocità e densità soddisfa la conservazione della massa in un generico punto  $P(x,y)$ :  $\rho = R y$ ,  $u = A x + B y$ ,  $v = C x + D y$ .  $A, B, C, D, R$  sono costanti numeriche assegnate.

- Occorre verificare che il campo di moto e densità assegnato soddisfi l'equazione di continuità:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0$$

## 6. Forma adimensionale delle equazioni di Navier-Stokes e similitudine fluidodinamica

- 6.1. Per quale motivo nella definizione dei vari gruppi dimensionali si assume sempre quale riferimento le forze d'inerzia del fluido? Si scriva la forma adimensionale dell'equazione della quantità di moto per correnti di fluido newtoniano viscoso a proprietà costanti. Definire i parametri e le variabili che vi compaiono.

- Il motivo per cui si usa la forza d'inerzia del fluido è che essa si annulla solo nel caso in cui la corrente è stazionaria e, al contempo, tale da annullare i termini convettivi ( $\bar{V} \circ \text{grad} \bar{V}$ ). Ciò, però, non si verifica solo nel caso di moto uniforme, che di per sé

non avrebbe alcun interesse, ma anche in quello di alcune correnti per cui esistono addirittura le soluzioni analitiche delle equazioni di Navier-Stokes.

$$\left( \frac{\partial \bar{V}^*}{\partial t^*} + \bar{V}^* \circ \text{grad} \bar{V}^* \right) = -[Eu] \text{grad} p^* + \left[ \frac{1}{\text{Re}} \right] \nabla^2 \bar{V}^* + \left[ \frac{1}{\text{Fr}} \right] \bar{a}^*$$

$Eu = \frac{p}{\rho V^2}$  (che sostituisce il numero di Ma nei fluidi a proprietà costanti) è assimilabile

ad un coefficiente di pressione e prende il nome di numero di Eulero di riferimento.

$\text{Re} = \frac{LV}{\nu}$  è il numero di Reynolds di riferimento e rappresenta il rapporto tra le forze

d'inerzia del fluido e le forze viscosive tipiche.  $\text{Fr} = \frac{V^2}{Lg}$  è il numero di Froude di

riferimento e rappresenta il rapporto tra le forze d'inerzia del fluido e le forze peso tipiche.

## 7. La turbolenza e la previsione numerica delle correnti turbolente

### 7.1. Spiegare a cosa servono i modelli di turbolenza.

- I modelli di turbolenza hanno il compito di risolvere il problema della chiusura delle equazioni mediate di Reynolds e della LES, ovvero di esprimere i termini contenenti prodotti (a media non nulla) di grandezze fluttuanti che si generano nel processo di media delle equazioni di Navier-Stokes, in funzione di altre grandezze proprie del solo moto medio (e, per la LES, delle scale che vengono risolte direttamente), che è appunto il solo esplicitamente risolto.

### 7.2. Teoria della cascata energetica: cos'è, perché ha questo nome. E' a tutt'oggi valida?

- E' il flusso di energia cinetica turbolenta che si trasmette dalle strutture turbolente più grandi (che si generano proprio per l'instabilità del moto medio e da questo prelevano la loro energia cinetica turbolenta), a quelle via, via più piccole, fino a quando le dimensioni raggiunte sono così ridotte da renderle sufficientemente stabili: a questo punto convertono l'energia cinetica in calore. No: studi più recenti mostrano che la dinamica delle strutture di Kolmogorov non è affatto completamente scorrelata da quella delle grandi strutture e ciò mette in discussione anche la teoria della cascata energetica: questa conserva ancora tutta la sua validità in termini medi ma, a livello locale ed istantaneo, è possibile anche il trasferimento di energia dalle strutture più piccole verso quelle maggiori (la cosiddetta cascata inversa)

### 7.3. Da quali grandezze fisiche dipendono, e secondo quali relazioni, le dimensioni, i tempi, e le velocità caratteristiche delle strutture di Kolmogorov? Quali relazioni intercorrono tra dimensioni, tempi, velocità caratteristici delle strutture di Kolmogorov e quelli delle strutture di scala massima?

- Il moto delle microscale di Kolmogorov è determinato dalle sole velocità di dissipazione dell'energia cinetica turbolenta per unità di massa e  $[\text{m}^2 \text{s}^{-3}]$  e viscosità cinematica  $[\text{m}^2 \text{s}^{-1}]$ .

$$\ell_K = \left( \frac{\nu^3}{\epsilon} \right)^{1/4}; t_K = \left( \frac{\nu}{\epsilon} \right)^{1/2}; v_K = (\nu \cdot \epsilon)^{1/4}$$

$$\frac{L}{\ell_K} = \text{Re}^{3/4}; \frac{T_c}{t_K} = \text{Re}^{1/2}; \frac{U}{v_K} = \text{Re}^{1/4}$$

### 7.4. Descrivere la natura degli sforzi turbolenti.

- La comparsa degli sforzi turbolenti nelle equazioni mediate di Reynolds (RANS) è dovuta esclusivamente al processo di scomposizione e di media delle equazioni di Navier-Stokes: essi, dal punto di vista fisico, non esistono. Tuttavia, separato il moto medio dalle fluttuazioni, essi possono essere visti come scambi di quantità di moto fra elementi di fluido, prodotti dalle fluttuazioni turbolente sovrapposte al moto medio, con un meccanismo che è analogo al processo con cui, secondo la teoria cinetica dei gas, il moto di agitazione termica molecolare è in grado di produrre gli sforzi viscosi.

### 7.5. Differenza tra viscosità dinamica, cinematica e turbolenta.

- La viscosità dinamica è una proprietà fisica caratteristica di ogni fluido reale (gas perfetti inclusi) e dipende dalla sua struttura molecolare e dal suo stato termodinamico. Essa è responsabile degli sforzi tangenziali che agiscono sul fluido. La viscosità cinematica è il rapporto tra la viscosità dinamica e la densità del fluido. Queste due viscosità vengono considerate costanti ed uniformi nei fluidi a proprietà costanti. La viscosità cinematica turbolenta (se si eccettuano le dimensioni) non ha nulla a che fare con la viscosità molecolare ordinaria, perché non trae origine da proprietà fisiche del fluido, bensì dalle fluttuazioni del suo moto, che si sono separate dal moto medio. Di conseguenza, anche in correnti di fluidi a proprietà costanti, la viscosità cinematica turbolenta non è affatto costante ed uniforme, bensì è una variabile funzione della posizione, del tempo e delle condizioni di moto, così come lo sono, appunto, i moti vorticosi. Essa serve ad esprimere gli sforzi turbolenti che compaiono nelle equazioni mediate di Reynolds in funzione delle sole variabili medie.

### 7.6. RANS e LES: somiglianze e differenze.

- RANS: 1) Sono le equazioni di N-S mediate con una media temporale e locale nello spazio, per separare la parte discretizzata e risolta direttamente con le equazioni del moto medio, da quella fluttuante che viene modellata;  
2) I modelli di turbolenza devono riprodurre gli effetti di tutto lo spettro delle strutture turbolente, conseguentemente la generalità di tali modelli risulta necessariamente limitata;  
3) Poiché il moto medio ha tempi caratteristici più lunghi di quelli delle strutture turbolente, non richiede passi di integrazione estremamente ridotti. Se la corrente fosse in media stazionaria, scomparsa della necessità di campionamento temporale;  
4) La discretizzazione spaziale, grazie alla scomparsa della totalità delle strutture turbolente, è commisurata ai soli gradienti del moto medio. Se la corrente fosse in media bidimensionale, scomparsa della dipendenza dalla terza dimensione nella discretizzazione;  
LES: 1) Applicazione alle equazioni di N-S di un filtraggio spaziale per separare la parte spaziale discretizzata e risolta direttamente da quella che viene ancora modellata;  
2) I modelli di turbolenza hanno il compito di riprodurre gli effetti delle sole strutture di piccola scala, cosa che non è eccessivamente complicata ed è sufficientemente universale, dal momento che più universali sono le proprietà dei vortici più piccoli;  
3) Necessità di campionamento temporale, anche se il moto medio è stazionario, poiché le strutture turbolente più grandi, che devono essere risolte direttamente, sono in ogni caso non stazionarie;  
4) Dimensioni delle celle non sufficientemente piccole da permettere di descrivere in dettaglio la dinamica di tutte le strutture turbolente, ma solo quelle di scala maggiore. Dal momento che tutte le strutture turbolente possiedono la caratteristica della tridimensionalità, anche nel caso di correnti medie bidimensionali, le equazioni della LES vanno sempre risolte in tre dimensioni;

### 7.7. Per quali ragioni la DNS di una corrente turbolenta è affrontabile soltanto per numeri di Re relativamente modesti?

- La DNS fornisce direttamente la soluzione di qualunque corrente turbolenta, purché si adottino una risoluzione spaziale e temporale sufficiente a descrivere anche il moto delle strutture turbolente più piccole (di Kolmogorov). Al crescere del numero di Reynolds, cresce anche la separazione fra le dimensioni delle scale integrali della corrente turbolenta e quelle di Kolmogorov. È evidente che, per quanto riguarda la discretizzazione spaziale, ciò si traduce inevitabilmente in un aumento del numero di punti di calcolo necessari per ottenere una risoluzione spaziale soddisfacente di tutte le strutture turbolente. Il numero di punti in una direzione è proporzionale a  $Re^{3/4}$ , ed il numero totale di punti per le tre dimensioni spaziali cresce al crescere del numero di Reynolds, in misura proporzionale a  $Re^{9/4}$ . Analoghe limitazioni sono associate alle scale temporali: l'intervallo minimo di discretizzazione temporale diminuisce, al crescere del numero di Reynolds, come  $Re^{1/2}$ .

### 7.8. Caratteristiche del moto turbolento.

- 1) Tridimensionalità; 2) Non stazionarietà; 3) vorticità; 4) intenso rimescolamento, cioè diffusione di tutte le variabili fisiche; 5) apparente casualità del moto.

## 8. Soluzioni esatte delle equazioni di moto per fluidi newtoniani a proprietà costanti

8.1. Con riferimento e limitatamente alle soluzioni esatte di Newton, Couette e Poiseuille, si indichino le ipotesi comuni che consentono di ottenere le equazioni a partire da quelle generali di Navier-Stokes. Di tali equazioni risolubili in forma chiusa, si elenchino sinteticamente le proprietà fondamentali e i limiti principali.

- Correnti di fluido viscoso, newtoniano, a proprietà uniformi e costanti; stazionarie; bidimensionali (piane o assialsimmetrica); delimitate da contorni solidi con almeno una dimensione indefinita e con giacitura orizzontale; accelerazioni di campo trascurabili; correnti parallele (le superfici di flusso sono piani con normale parallela all'asse  $y$ , oppure cilindri coassiali con asse parallelo all'asse  $x$ ). Indipendenza del campo di velocità dalla coordinata longitudinale e indipendenza del campo di pressione dalle coordinate trasversali al moto. Sono applicabili solo a correnti laminari. A causa della scomparsa dei termini convettivi, sono rette da equazioni lineari, e si presenta il problema concettuale non banale di quale sia il  $Re$  di una corrente in cui le forze d'inerzia sono identicamente nulle. Sono "ideali".

8.2. Nella corrente di Stokes la circolazione si conserva? Perché?

- No. Infatti nella corrente di Stokes, per  $t < t_0$ , la circolazione è nulla (campo di velocità nullo), ma per  $t > t_0$  compare un rotore della velocità e quindi una circolazione. Questo è dovuto al fatto che la lastra (e con essa il fluido nelle immediate vicinanze, per la condizione di perfetta adesione) subisce un istantaneo cambiamento della velocità. Il campo di velocità non è quindi derivabile nel tempo, e di conseguenza viene a cadere l'ipotesi di conservazione della circolazione per correnti bidimensionali, derivante dalle equazioni di N-S in velocità e vorticità. La circolazione si conserva, invece, per  $t > t_0$ , ovvero dopo che la lastra è stata messa in movimento.

8.3. Per quale motivo integrando numericamente le equazioni di N-S per la corrente di Poiseuille non si ottiene automaticamente la transizione?

- L'integrazione in forma chiusa della corrente di Poiseuille è possibile grazie alla scomparsa dei termini convettivi non lineari ( $\vec{V} \circ \text{grad} \vec{V}$ ) nelle equazioni di N-S. Ma questa è anche la causa dell'impossibilità di avere la transizione a regime turbolento, che è appunto dovuto a questi termini.

## 9. Alcuni modelli particolari di correnti di fluido

9.1. Si enuncino i teoremi di Bernoulli per fluidi a proprietà costanti.

- 1 - In una corrente stazionaria e rotazionale di fluido a proprietà costanti in cui si annulla la risultante degli sforzi viscosi (fluido non viscoso o rotore della velocità uniforme), il trinomio di Bernoulli  $\left( \frac{p}{\rho} + \frac{\vec{V}^2}{2} + K \right)$  assume valore inalterato in tutti i punti di ciascuna singola linea di flusso e linea vorticoso. 2 - In una corrente stazionaria irrotazionale di fluido a proprietà costanti, il trinomio di Bernoulli assume valore ovunque uniforme. 3 - In una corrente irrotazionale non stazionaria di fluido a proprietà costanti, il quadrinomio di Bernoulli  $\left( \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} + \frac{p}{\rho} + \frac{\vec{V}^2}{2} + K \right)$  assume valore ovunque uniforme.

9.2. Equazione di Laplace: da quale principio fisico si ricava, sotto quali ipotesi vale, con quale tipo di fluido, con quali condizioni al contorno.

9.3. Da quale principio fisico e sotto quali ipotesi si ricava l'equazione di Laplace per il potenziale cinetico? Quale condizione al contorno è imposta per rappresentare il moto di un fluido attorno ad un contorno solido? Quale assunzione sulla natura del fluido è implicita in tale condizione al contorno?

- L'equazione di Laplace si ricava dal principio di conservazione della massa (eq. di continuità) per fluidi incomprimibili, sotto le ipotesi, puramente cinematiche:  $\text{rot} \vec{V} = 0, \text{div} \vec{V} = 0$ . La condizione al contorno che si impone è quella di semplice impenetrabilità del fluido nel corpo, cioè dell'annullarsi della sola componente della

velocità localmente normale al contorno:  $(\bar{V} \circ \bar{n})_c = 0$  oppure  $\left(\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial n}\right)_c = 0$ . Il fluido,

con tali condizioni al contorno, può scorrere liberamente sulla parete: è quindi chiaro che esso deve avere viscosità nulla.

**9.4. E' possibile sfruttare il teorema di Bernoulli per un fluido non viscoso?**

- Sì, perché è uno dei casi in cui si annulla la risultante degli sforzi viscosi (primo teorema di Bernoulli)

**9.5. Perché nell'ipotesi di irrotazionalità, l'unico atto di moto possibile per un fluido viscoso in presenza di contorni solidi è la quiete?**

- Per i fluidi viscosi vale la condizione di perfetta adesione alla parete e quindi gli elementi di fluido a contatto con un corpo solido avranno velocità nulla nel sistema di riferimento solidale con il corpo. La condizione di irrotazionalità permette di trovare un potenziale  $f$  tale che  $\bar{V} = \text{grad} f$ . Per la condizione al contorno,  $f$  deve assumere valore uniforme in tutti i punti del contorno del solido, ma le soluzioni dell'equazione di Laplace sono armoniche, il che implica, in accordo con il secondo corollario del teorema di Gauss, che una funzione che sia uniforme lungo il contorno di un dominio, debba necessariamente essere uniforme ovunque. E, visto che il vettore velocità, all'interno del dominio delimitato dal contorno solido, è pari al gradiente di una funzione uniforme, il vettore velocità risulterà nullo in tutto il dominio. Non è quindi possibile soddisfare la condizione di irrotazionalità per un fluido viscoso che sia animato da un moto relativo rispetto ad un contorno solido.

**9.6. Perché se il fluido è non viscoso allora il moto è irrotazionale?**

- Nei fluidi a viscosità nulla, le sole azioni superficiali non nulle sono quelle normali. Ma se un elemento di fluido è inizialmente privo di rotazione (si pensi, ad esempio ad uno stato iniziale di quiete), e se tutte le forze applicate alla sua superficie sono puramente normali (e quindi non sono in grado di produrre una rotazione attorno al suo baricentro) tale elemento continuerà nel suo moto senza acquistare rotazione alcuna. Il moto è quindi sempre irrotazionale.

**9.7. E' possibile sfruttare il teorema di Bernoulli per un fluido viscoso?**

- Sì, se si annulla la risultante degli sforzi viscosi, a causa del rotore uniforme della velocità (primo teorema di Bernoulli).

## 10. Note sui vortici piani

**10.1. Dove si trova e cosa significa l'equazione  $\frac{\partial p}{\partial r} = r \frac{V_q^2}{r}$  ?**

- Si trova applicando la seconda legge di Newton in direzione radiale ad un elementino di fluido in rotazione, oppure dalla componente radiale delle equazioni di N-S in forma cilindrica per una corrente piana, stazionaria, parallela, in assenza di forze di campo. Indica la presenza di un gradiente positivo di pressione in direzione ortogonale alle linee di flusso, per mantenere un raggio di curvatura della traiettoria (indipendentemente dalla distribuzione radiale di  $V_\varphi$ ). Quando si annulla il secondo membro perché  $r \propto 1/r$  (linee di flusso rettilinee), il gradiente di pressione tende a zero.

## 11. Lo strato limite

**11.1. Cosa si intende per approssimazione dinamica? Se ne faccia un esempio.**

- Si intende la valutazione dell'influenza che le varie forze esercitano sul sistema dinamico, ed eventualmente il trascurare quelle poco influenti. Ad esempio, nella maggior parte di fenomeni di interesse aeronautico, le accelerazioni prodotte dalle risultanti delle pressioni e degli sforzi viscosi sono spesso talmente preponderanti rispetto agli effetti gravitazionali, che la presenza della gravità può essere tranquillamente trascurata. Inoltre, nel modello dello strato limite sottile, l'analisi degli effetti relativi degli sforzi viscosi, in correnti a  $Re$  elevato, consente di trattare le regioni lontane dai contorni solidi, come se il fluido fosse non viscoso.

**11.2. Quale condizione è necessaria e sufficiente per poter derivare le equazioni dello strato limite di Prandtl dalle equazioni di Navier-Stokes per correnti bidimensionali di fluido a proprietà costanti? Sotto quali ipotesi tale condizione può essere verificata?**

- La condizione necessaria e sufficiente è che lo strato limite abbia spessore  $d$  molto minore della sua lunghezza caratteristica  $L$ , cioè che  $d/L \ll 1$ . Le ipotesi sono:  $Re$  elevato; parete sottile e piana (o con debole curvatura) e aerodinamica, ad incidenza nulla.

**11.3. Perché nello strato limite la pressione non varia trasversalmente? Perché questa proprietà si sfrutta anche nei pressi del bordo d'attacco con curva?**

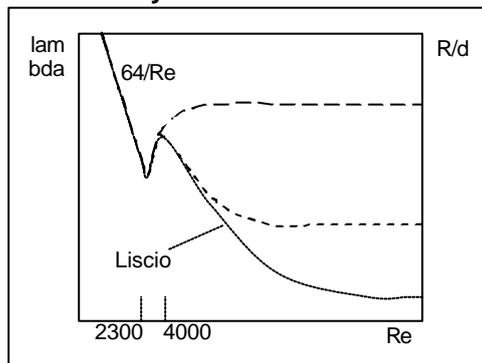
- Dal momento che, in assenza di forze di campo, la componente del gradiente della pressione in direzione normale alle linee di flusso è inversamente proporzionale al loro raggio di curvatura, su una parete con curvatura debole o nulla, si può assumere che la pressione non vari trasversalmente. In presenza di un'elevata curvatura della parete, ad esempio nei pressi del bordo d'attacco con curva, lo strato limite si separa immediatamente a valle del bordo d'attacco, dove la corrente esterna è fortemente decelerante, oppure lo strato limite può essere talmente sottile da riuscire a superare la decelerazione della corrente, rimanendo perfettamente aderente alla parete, anche a valle del bordo d'attacco. Nel primo caso le equazioni di Prandtl diventano inutilizzabili, nel secondo, sebbene il gradiente di pressione normale alla parete, possa assumere valori tutt'altro che trascurabili, la condizione che lo spessore sia estremamente piccolo, implica che il salto di pressione attraverso lo strato limite sia relativamente modesto.

**11.4. Condizione di separazione dello strato limite turbolento.**

- Il punto di separazione è definito come il punto appartenente alla parete solida in cui si annulla lo sforzo tangenziale. Condizione necessaria (ma non sufficiente) per la separazione è che la corrente all'esterno dello strato limite sia decelerante.

## 12. Note sulla teoria delle reti e sui coefficienti di perdita di carico

**12.1. Abaco di Moody: descriverne l'andamento.**



## 13. Le tecniche di visualizzazione

**13.1. Definizione di tubo di flusso. Di quale proprietà gode?**

- In un istante  $t$ , si definisce tubo di flusso ogni regione dello spazio delimitata dalle linee di flusso istantanee passanti per un medesimo contorno chiuso. Il tubo di flusso ha portata in massa costante (dall'equazione di continuità).

**13.2. Definizione di linea di flusso, traccia e traiettoria per una corrente non stazionaria. Come si può visualizzarle?**

**13.3. Dare la definizione di linea di flusso, traccia e traiettoria per una corrente non stazionaria di fluido. Per ciascuna specificarne il tipo, la distribuzione, e la concentrazione di tracciante e la tecnica di ripresa più adatta per la visualizzazione.**

- Linea di flusso: si definisce linea di flusso istantanea ogni linea che abbia in ciascuno dei suoi punti tangente parallela al vettore velocità istantanea. Tipo: particelle discrete; Distribuzione: diffusa; Concentrazione uniforme. Richiede una ripresa fotografica con tempo di esposizione relativamente breve ma non brevissimo, in modo che ciascuna particella venga registrata sulla pellicola come un breve trattino la cui orientazione e lunghezza indicano rispettivamente il modulo e la

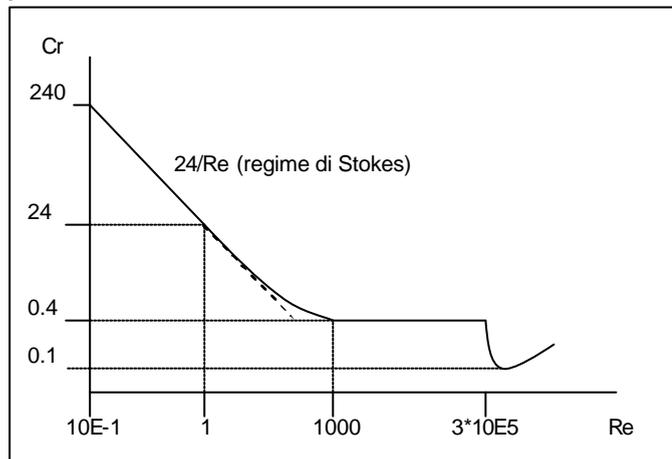
direzione della velocità istantanea locale. Le linee di flusso si ottengono tracciando le curve tangenti a questi tratti. Traccia: si definisce traccia istantanea all'istante  $t_3 = t_2$ , il luogo delle posizioni occupate dai baricentri delle particelle che sono transitate per un medesimo punto fisso  $P_0$  del campo di moto, nell'intervallo di tempo finito compreso tra gli istanti  $t_1$  e  $t_2$ . Tipo: continuo o discreto; Distribuzione: localizzata. Ripresa fotografica con tempo di esposizione il più breve possibile. Traiettoria: si definisce traiettoria di una particella di fluido, all'istante  $t_1$ , il luogo delle posizioni occupate dal suo baricentro, nell'intervallo di tempo finito compreso tra un istante iniziale  $t_0$  e  $t_1$ . Tipo: singola particella. Sequenza di riprese fotografiche o ripresa cinematografica.

**13.4. Linee di flusso e traccia: cosa dicono sulla velocità e sulla pressione?**

**13.5. Data una corrente piana di un fluido newtoniano a proprietà costanti: che informazioni sulla velocità e sulla pressione istantanea si possono ricavare dalle linee di flusso istantanea? Che informazioni dalle tracce istantanea?**

- Linee di flusso: indicano la direzione della velocità istantanea locale e dalla loro densità si può dedurre il gradiente longitudinale (grazie all'equazione di continuità). E' possibile conoscere la componente del gradiente della pressione in direzione normale alle linee di flusso, che è inversamente proporzionale al loro raggio di curvatura. Traccia: nessuna informazione.

**13.6. Disegnare il diagramma  $C_r$  in funzione di  $Re$  (basato sul diametro) per una sfera con  $Ma < 0$**



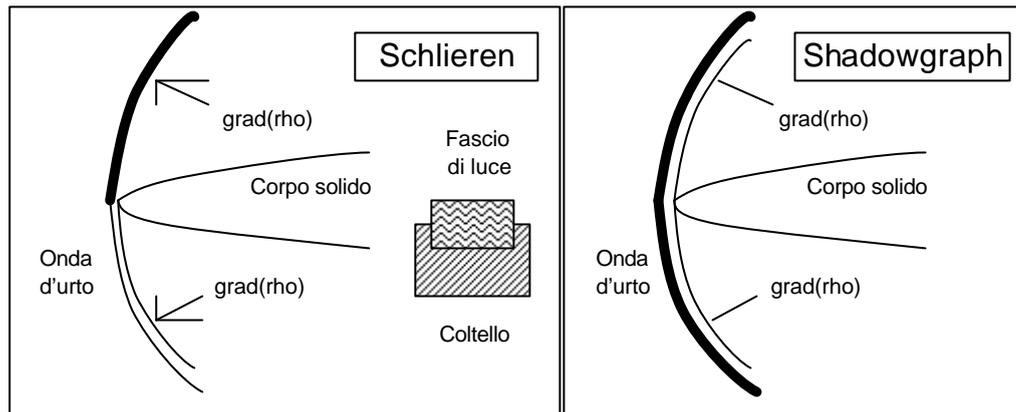
**13.7. A quale condizione una gocciolina d'acqua può costituire un ottimo tracciante per una corrente d'aria? Per quali ragioni?**

- Il diametro della gocciolina deve essere estremamente piccolo (dell'ordine di  $10^{-1} \sim 10^{-3}$  mm), e la velocità relativa della particella rispetto al fluido deve essere necessariamente ridotta. Con queste condizioni, si può produrre un elevato coefficiente di resistenza della particella tracciante e, di conseguenza, garantire che, a parità di altre condizioni, essa seguirà fedelmente il moto del fluido in cui è immessa. In secondo luogo, un piccolo diametro comporta, grazie all'azione della tensione superficiale, che anche particelle gassose o liquide assumano una forma perfettamente sferica.

**13.8. Perché il coefficiente di resistenza di una particella gassosa in acqua è pari a  $24/Re$ ?**

- Perché è in regime di Stokes ( $Re \ll 1$ ), se la particella ha diametro piccolo e la velocità relativa è ridotta.

**13.9. Dato un corpo simmetrico a incidenza nulla in una corrente supersonica, si spieghi, ricorrendo anche ai disegni necessari, perché un'apparecchiatura Schlieren produce, sotto certe condizioni, immagini con antisimmetria dei toni di grigio.**



Il corpo genera delle onde d'urto simmetriche. Il gradiente della densità è perpendicolare all'onda d'urto e, sull'onda stessa, elevato. Se in uno Schlieren il coltello è orientato come in figura (filo parallelo alla direzione della corrente indisturbata), si può visualizzare la componente perpendicolare al filo stesso e parallela alla lama. Poiché, nelle due metà dell'onda d'urto, queste componenti hanno verso opposto, la luce verrà intercettata dal coltello in misura diversa. Si avrà un'antisimmetria dei toni di grigio sull'onda d'urto. Se il coltello fosse orientato con il filo perpendicolare alla direzione della corrente indisturbata, l'immagine prodotta sarebbe simmetrica.

**13.10. Data una visualizzazione di una corrente piana, supersonica, attorno a un corpo simmetrico a incidenza nulla: da quali caratteristiche dell'immagine è possibile dedurre se essa è stata ottenuta con Schlieren o Shadowgraph? Si spieghino, eventualmente ricorrendo a disegni, le origini di tali caratteristiche distintive.**

**13.11. Differenze tra Schlieren e Shadowgraph. Come si distinguono?**

- Se l'immagine presenta una simmetria della giacitura delle onde d'urto e di pressione ma antisimmetria dei toni di grigio, questa è stata indubbiamente prodotta con lo Schlieren. Ma anche qualora l'antisimmetria venga a mancare (coltello ruotato in direzione verticale), è possibile riconoscere uno Shadowgraph poiché: 1) le onde d'urto hanno spessore molto più ridotto che in uno Schlieren; 2) Hanno contrasto più elevato; 3) Presentano sempre una linea molto scura affiancata ad una molto chiara (prodotta dal cambiamento di segno della derivata seconda); 4) Le strutture vorticosi e turbolente negli strati limite e nelle scie sono molto più dettagliati che in uno Schlieren.

**13.12. A cosa è sensibile lo Schlieren? E lo Shadowgraph?**

- Lo Schlieren è sensibile alla componente della derivata prima spaziale della densità parallela al piano del coltello posto nel piano focale della seconda lente e perpendicolare al filo del coltello stesso. Lo Shadowgraph è sensibile alla derivata seconda della densità nella direzione normale a quella del fascio di raggi luminosi imperturbati.

**13.13. Quali informazioni si possono ottenere da uno Schlieren?**

- Facendo ruotare il coltello nel piano focale della seconda lente, si possono ottenere le componenti del gradiente di densità parallele al piano del coltello, e perpendicolari, volta per volta, al filo della sua lama.

## 14. Alcune considerazioni sulle misure

**14.1. Errori di misura: sistematici ed accidentali.**

- Sono accidentali quegli errori associati a perturbazioni ambientali casuali, quali disturbi acustici o elettromagnetici, variazioni della temperatura, impulsi, urti... che sono in grado di alterare, o direttamente il fenomeno in esame, o il funzionamento e la risposta degli strumenti impiegati. L'entità di tali errori sulla misura di una grandezza stazionaria può essere ridotta a piacere, semplicemente ripetendo la misura un numero sufficientemente elevato di volte. Sono sistematici quegli errori (generalmente imputabili alla scarsa qualità intrinseca dello strumento) la cui entità non può essere ridotta attraverso la ripetizione della misura.

## 15. Il tubo di Pitot in correnti incompressibili

**15.1. A quali condizioni la pressione misurata in un punto della superficie di un corpo immerso in una corrente di fluido coincide con la pressione statica della corrente indisturbata in quel punto? Si spieghi perché e sotto quali condizioni un tubo di Pitot può rilevare con buona approssimazione tale pressione.**

- A condizione che la velocità relativa istantanea locale tra superficie della sonda e fluido sia nulla. Si può ritenere che, anche in condizioni di moto relativo non nullo, il campo di pressione intorno alla sonda coincida con la pressione statica, a patto che la presenza della sonda non modifichi (o modifichi in misura minima) le linee di flusso della corrente in cui viene introdotta. Qualora: a) il numero di Reynolds della corrente attorno alla sonda sia elevato; b) la forma della sonda sia appropriata; c) ne sia garantito l'allineamento con la direzione locale della corrente; lo strato vorticoso attorno alla sonda può avere spessore estremamente ridotto e possono quindi applicarsi le conclusioni della teoria dello strato limite di Prandtl. In particolare, si può affermare che vorticità e sforzi tangenziali, seppure presenti, non modificano affatto il campo della pressione.

## **16. Il velocimetro laser**

**16.1. Perché il velocimetro rileva solo le componenti della velocità perpendicolari al piano del raggio?**

- Il velocimetro laser calcola la velocità della particella misurando la variazione di intensità luminosa da essa riflessa. In particolare, essa è il rapporto tra la distanza tra le frange e il periodo dell'intensità della luce riflessa, periodo che è proporzionale al tempo impiegato a passare da un piano di interferenza all'altro. La particella produce un riflesso di intensità variabile solo se attraversa i piani d'interferenza. Se una particella passasse parallelamente a questi piani, produrrebbe un riflesso costante, che verrebbe filtrato, e quindi inutile ai fini del rilevamento della velocità.

**16.2. Si definiscano la giacitura e la spaziatura dei piani di interferenza nel volume di misura del velocimetro laser. Quale informazione sulla velocità di una particella consente di ottenere un velocimetro laser?**

- I piani d'interferenza hanno giacitura ortogonale al piano su cui giacciono i raggi luminosi incidenti e parallela alla bisettrice dell'angolo formato dai raggi stessi. La spaziatura tra i piani è pari a:  $d_f = \lambda / 2 \sin \alpha$ , dove  $\lambda$  è la lunghezza d'onda dei raggi, e  $\alpha$  è la metà dell'angolo formato dai essi. Il velocimetro rileva il modulo della componente della velocità normale ai piani d'interferenza. Se poi è provvisto di cella di Bragg, anche il verso.

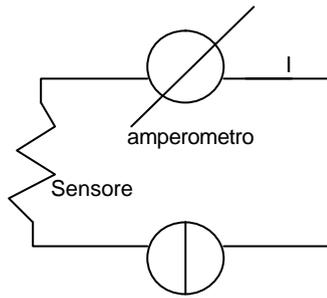
## **17. Principi di anemometria a filo caldo**

**17.1. A che cosa è sensibile (del vettore velocità istantanea locale) un anemometro a filo caldo di lunghezza finita? Quali problemi si hanno se tale anemometro viene usato in acqua anziché in aria?**

- L'anemometro è sensibile alla velocità efficace, pari a:  $V \sqrt{\sin^2 \beta + k \cos^2 \beta}$ , dove  $V$  è il modulo del vettore velocità locale,  $\beta$  è l'angolo da esso formato con l'asse del sensore e  $k$  è un coefficiente che è funzione, tra l'altro, di  $\beta$  e del rapporto tra la lunghezza e il diametro del sensore. Si tratta di informazioni sul modulo della velocità. Se l'anemometro è usato in acqua, bisogna garantire l'isolamento elettrico dei sensori. La temperatura del sensore deve essere al massimo di 60-70 °C, per evitare l'ebollizione dell'acqua.

**17.2. Limiti dell'anemometro a tensione costante.**

**17.3. Si disegni lo schema elettrico di un anemometro a filo caldo a tensione costante. Si descrivano le limitazioni di questo strumento.**



- A mano a mano che la velocità del fluido aumenta, la temperatura del sensore tende ad approssimare la temperatura del fluido. Ne consegue che la sensibilità tende ad annullarsi all'aumentare della velocità. Sembrerebbe possibile aggirare questa limitazione semplicemente aumentando la temperatura del sensore, ma potrebbe fondere. Il secondo limite riguarda la risposta in frequenza dello strumento. L'inerzia termica del sensore può limitare notevolmente la risposta a variazioni molto rapide di velocità.

## 18. Note sulla misura delle velocità in correnti turbolente

### 19. Note sulle gallerie del vento

#### 19.1. Funzioni di griglia, nido d'ape, convergente.

- Griglia: modifica lo spettro della turbolenza della corrente (o dello strato limite) che attraversa la camera di tranquillizzazione. Pur incrementando localmente il livello di turbolenza e l'energia cinetica turbolenta, produce una riduzione delle dimensioni delle strutture turbolente di grande scala. Opera anche un trasferimento di energia dalle strutture di scala maggiore a quelle di piccola scala, e queste sono in grado di dissiparla rapidamente. Consente di migliorare l'uniformità della corrente media. Nido d'ape: analogamente ad una griglia, dal momento che anch'esso è caratterizzato da una perdita di carico, riduce la disuniformità della corrente. Ma soprattutto annulla la componente della vorticità allineata all'asse del condotto. Convergente: incrementa la velocità media nella camera di prova. Stabilizza e riduce lo spessore dello strato limite, grazie alla presenza di un gradiente longitudinale negativo della pressione. Consente di ridurre la disuniformità della velocità eventualmente presente nella sua sezione d'ingresso.

#### 19.2. Funzioni del convergente di una galleria del vento.

#### 19.3. Se si mette una griglia nella camera di tranquillizzazione, cosa fa l'energia cinetica nell'attraversare la griglia stessa?

- Una griglia, pur incrementando localmente il livello di turbolenza e l'energia cinetica turbolenta della corrente, produce una riduzione delle strutture turbolente di grande scala. La griglia opera anche un trasferimento di energia cinetica turbolenta dalle strutture di scala maggiore a quelle di piccola scala, che sono in grado di dissiparla rapidamente.

#### 19.4. Dove è posta una griglia in una galleria del vento?

- Nella camera di tranquillizzazione, immediatamente a monte del convergente.

#### 19.5. Cosa fa la velocità media nell'attraversare la griglia?

- Una griglia non modifica il valore della velocità media nella sezione, ma consente di migliorare l'uniformità della corrente media (nel senso di media di Reynolds, media

temporale), secondo la relazione: 
$$\Delta u_2 = \Delta u_1 \frac{\left(1 - \frac{x}{2}\right)}{\left(1 + \frac{x}{2}\right)}$$

## 20. Altre domande

#### 20.1. Cosa influenza la sensibilità di un manometro? Cos'è la sensibilità?

- La spaziatura tra le tacche della scala graduata. La sensibilità è il valore minimo della variazione di una grandezza fisica che è in grado di provocare una variazione apprezzabile nel dispositivo di lettura nella catena di misura. La sensibilità nulla ha a che fare con la precisione.

**20.2. In un manometro a liquido, quali effetti ha la sulla misura della pressione la viscosità del liquido manometrico usato?**

- La risposta in frequenza. Maggiore è la viscosità, più alto è il tempo di risposta dello strumento.

**20.3. Come mai se il tensore degli sforzi  $S_{ij}$  è simmetrico, gli elementi di fluido possono ruotare?**

- Perché i termini che rappresentano la traslazione e la rotazione rigide non contribuiscono alla deformazione e quindi alla generazione di sforzi tangenziali. Questi termini peraltro sono stati tenuti volutamente separati dagli altri.