Esonero di Analisi Matematica I (A)

Ingegneria Edile, 26 Marzo 1997

(Michele Campiti, Silvia Cingolani)

1. Si risolva la seguente disequazione:

$$\sqrt[3]{\frac{2}{\pi}\operatorname{arctg} x^2} + \sqrt{\frac{2}{\pi}\operatorname{arctg} x^2} < \frac{4}{\pi}\operatorname{arctg} x^2.$$

2. Si determinino i numeri complessi $z \in \mathbf{C}$ soddisfacenti la seguente equazione:

$$(1+\sqrt{3}i)^3 \sin \operatorname{Im}(z) + i\, e^{\operatorname{Re}^2(z)} = \sqrt{-16}.$$

3. Si determinino gli eventuali valori del parametro $\lambda \in \mathbf{R}$ in modo che la seguente funzione:

$$f(x) = \frac{e^{x^2} + \lambda(1-\cos x) - 1}{\log(\cos x^2)}$$

non sia un infinito nel punto 0.

4. Si studi la derivabilità della seguente funzione e se ne calcoli la derivata (dove possibile):

$$f(x) = \arcsin \sqrt[4]{1-\cos x}.$$

Esonero di Analisi Matematica I (B)

Ingegneria Edile, 26 Marzo 1997

(Michele Campiti, Silvia Cingolani)

1. Si risolva la seguente disequazione:

$$\sqrt[3]{\frac{\arccos x}{\pi}} + \sqrt{\frac{\arccos x}{\pi}} \geq \frac{2}{\pi} \arccos x.$$

2. Si determinino i numeri complessi $z \in \mathbf{C}$ soddisfacenti la seguente equazione:

$$(1 - \sqrt{3}i)^3 \cos \mathrm{Re}(z) + i\, e^{\mathrm{Im}^2(z)} = \sqrt{-9}.$$

3. Si determinino gli eventuali valori del parametro $\lambda \in \mathbf{R}$ tali che la seguente funzione:

$$f(x) = \frac{\log(\cos x^2) + \lambda x^4}{\sqrt{1 - x^6} - 1}$$

non sia un infinito nel punto 0.

4. Si studi la derivabilità della seguente funzione e se ne calcoli la derivata (dove possibile):

$$f(x) = \arccos \sqrt[6]{1 - \sin x}.$$

Esonero di Analisi Matematica I (A)

Ingegneria Edile, 19 Maggio 1997

(Michele Campiti, Silvia Cingolani)

1. Si studi il seguente limite:

$$\lim_{x\to+\infty} \operatorname{sen} x.$$

2. **(iscritti al primo anno)** Dire se si può applicare il criterio di Leibnitz alle seguenti serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n \operatorname{sen} n}{\sqrt{n(n^3+1)}}, \qquad \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \operatorname{arctg} \frac{1}{2n+1}$$

e studiarne la convergenza.

3. Si studino i seguenti integrali impropri:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\operatorname{sen} x}{e^{x^2}-1}\, dx, \qquad \int_{1/e}^{e} \frac{1}{x\sqrt{1-\log^2 x}}\, dx$$

e li si calcolino se convergenti.

4. Si studino i massimi ed i minimi relativi ed eventualmente assoluti della funzione:

$$f(x) = \frac{2\log x \ - \ 1}{\log x \ - \ 1}.$$

Esame di Analisi Matematica I (A)

Ingegneria Edile, 11 Giugno 1997

(Michele Campiti, Silvia Cingolani)

1. Si determinino i numeri complessi $z \in \mathbf{C}$ soddisfacenti la seguente equazione:

$$|(\mathrm{Im}z)^2 - 25| + i\big(\mathrm{Im}z \, - \, \log(\mathrm{Re}z)^2\big) = \sqrt{25 - (\mathrm{Im}z)^2} + \sqrt{-16}.$$

2. Si calcoli il seguente limite:

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{\left(\sqrt{x^6 - 2x^5} - x^3\right) \operatorname{sen} \dfrac{1}{x}}{x}.$$

3. Si studi il seguente integrale improprio:

$$\int_0^1 \frac{x \operatorname{tg} \dfrac{1}{x^2}}{\sqrt[3]{1 - x^3}} \, dx.$$

4. Si studino i massimi ed i minimi relativi ed eventualmente assoluti della funzione:

$$f(x) = \exp\left(\operatorname{arccotg} \frac{x}{x^2 - 9}\right).$$

Esame di Analisi Matematica I (A)

Ingegneria Edile, 17 luglio 1997

(Michele Campiti, Silvia Cingolani)

1. Si determinino i numeri complessi $z \in \mathbf{C}$ soddisfacenti la seguente equazione:

$$|\mathrm{Re}(z)|\, i = \sqrt{-1 + i\sqrt{3}} + \mathrm{Im}(z).$$

2. *Iscritti ad anni successivi al primo.* Si studi il seguente limite:

$$\lim_{x \to +\infty} x \, \log(1 + \cos x).$$

Iscritti al primo anno. Si studi la seguente serie numerica:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \left(1 - \cos \frac{1}{n}\right) n^2.$$

3. Si calcoli il seguente integrale:

$$\int x \, \log(x + x^2)\, dx.$$

4. Si studino i massimi ed i minimi relativi ed eventualmente assoluti della funzione:

$$f(x) = x \,\mathrm{sen}(1 + \log\, x).$$

Esame di Analisi Matematica I (A)

Ingegneria Edile, 3 settembre 1997

(Michele Campiti, Silvia Cingolani)

1. Si determinino le soluzioni della seguente disequazione:

$$\sqrt{x^2-1} < |x-1|.$$

2. Si studi il seguente limite:

$$\lim_{x\to 0} |\operatorname{sen} x|^{\log(1+x)}.$$

Inoltre per gli *iscritti al primo anno* si studi la seguente serie numerica:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} n}{(n+1)^\alpha}, \qquad \alpha > 0,$$

mentre per gli *iscritti ad anni successivi al primo* si studi il seguente limite utilizzando il criterio di esistenza mediante successioni:

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x}\,|\operatorname{sen} x + 1|}{\log x}.$$

3. Si studi il seguente integrale:

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^3-x^2+4x-4}\,dx.$$

4. Si studino i massimi ed i minimi relativi ed eventualmente assoluti della funzione:

$$f(x) = \operatorname{arctg} \frac{e^x}{e^x-2} + |x|.$$

Esame di Analisi Matematica I

Ingegneria Edile, 2 ottobre 1997

(Michele Campiti, Silvia Cingolani)

1. Si determinino le soluzioni $z \in \mathbf{C}$ della seguente equazione:

$$e^{2\,\mathrm{Re}\,z} - 2e^{\mathrm{Re}\,z} + i(8i-1) = -i\sqrt{\mathrm{Im}^2 z}.$$

2. Calcolare l'ordine di infinito per $x \to +\infty$ della funzione:

$$f(x) = \log(e^{x^3} + 6x^2 - 1).$$

3. *(iscritti al primo anno)* Dire se la serie che si ottiene sottraendo termine a termine le due serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{2n-1}, \qquad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{2n}$$

converge. Cosa succede se si sostituisce la seconda serie con

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n}\,?$$

(iscritti ad anni successivi al primo) Calcolare l'integrale indefinito:

$$\int \frac{1}{x(1+\sqrt{x})^2}\,dx$$

(si utilizzi la sostituzione $t = \sqrt{x}$).

4. Si studino i massimi ed i minimi relativi ed eventualmente assoluti della funzione:

$$f(x) = |x|^{1/x}$$

(eventualmente se ne tracci il grafico).

Esame di Analisi Matematica I

Ingegneria Edile, 10 Novembre 1997

(Michele Campiti, Silvia Cingolani)

1. Si determinino le soluzioni $z \in \mathbf{C}$ della seguente equazione:

$$z\,|z| - 2z + i = 0.$$

2. Calcolare l'ordine di infinito per $x \to -\infty$ della funzione:

$$f(x) = \left(\sqrt{x^6 - 8x^4} + x^3\right) \cos \frac{1}{x^2}.$$

3. *(iscritti al primo anno)* Dire se è applicabile il criterio di Leibnitz alle serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \cos \frac{\pi}{2n}, \qquad \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \operatorname{sen} \frac{\pi}{2n}.$$

(iscritti ad anni successivi al primo) Si studi il seguente limite (utilizzare il criterio di esistenza mediante successioni):

$$\lim_{x \to 0} \operatorname{sen} \frac{1}{x} \log^2 \left| \frac{1}{x^2} + \cos \frac{1}{x} \right|.$$

4. Si studino i massimi ed i minimi relativi ed eventualmente assoluti della funzione:

$$f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}} - \log\left(x + \sqrt{x^2+1}\right) - 2\frac{x+1}{|x+1|}.$$

Esame di Analisi Matematica I

Ingegneria Edile, 10 Dicembre 1997

(Michele Campiti, Silvia Cingolani)

1. Si determinino le soluzioni $z \in \mathbf{C}$ della seguente equazione:

$$z\,|z|^2 - (1 + 4\sqrt{3})i\bar{z} = 0.$$

2. Calcolare il limite per $x \to +\infty$ della funzione:

$$f(x) = \left(1 - \cos\frac{1}{x}\right)\,\log\left(\frac{x^2 \operatorname{sen} x}{2} + e^x\right).$$

3. *(iscritti al primo anno)* Studiare la serie al variare di $a > 0$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n\, a^{-n} n^2\, \log\, n\,.$$

4. Studiare l'integrale improprio:

$$\int_3^{+\infty} \frac{\sqrt[5]{\operatorname{sen}\,(x-3)}}{x^3 - 3x^2 + x - 3}\, \log x\, dx.$$

5. Si studino i massimi ed i minimi relativi ed eventualmente assoluti della funzione:

$$f(x) = x^{\sqrt{x}}.$$

Esame di Analisi Matematica I

Ingegneria Edile, 12 Gennaio 1998

(Michele Campiti, Silvia Cingolani)

1. Trovare i numeri complessi $z = 1 + ix$, $x \in \mathbf{R}$ che verificano:

$$\left| \frac{z + \overline{z}^2}{2i} \right| < \frac{(\mathrm{Re}\, z)^2}{2} + 1.$$

2. Calcolare il limite per $x \to 0$ della funzione:

$$f(x) = \frac{e - (1 + x)^{1/x}}{x}.$$

3. *(iscritti al primo anno)* Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \log\left(1 + \frac{1}{n}\right) \sin\frac{1}{n}.$$

4. Calcolare l'integrale:

$$\int x^2 2^{x+1}\, dx.$$

5. Si studino i massimi ed i minimi relativi ed eventualmente assoluti della funzione:

$$f(x) = \frac{|x^2 - x|}{e^x}.$$

Esame di Analisi Matematica I

Ingegneria Edile, 9 Febbraio 1998

(Michele Campiti, Silvia Cingolani)

1. Trovare i numeri complessi z che verificano:

$$\sqrt{(\mathrm{Im}z)^2 - 1} + i \log(\mathrm{Re}z) = |\mathrm{Im}z - 1| - i.$$

2. Studiare il limite per $x \to +\infty$ della funzione:

$$f(x) = \mathrm{sen}^2 x \log(1 + x^4).$$

3. *(iscritti al primo anno)* Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n n \,\mathrm{arctg}(\frac{1}{n}).$$

Il criterio di Leibnitz e' applicabile?

4. Studiare l'integrale:

$$\int_1^{+\infty} \frac{\log(x^2)\,\mathrm{sen}(x-1)}{(x-1)^{3/2}}\,dx.$$

5. Si studino i massimi ed i minimi relativi ed eventualmente assoluti della funzione:

$$g(x) = (x+1)^{x^2}.$$

Esame di Analisi Matematica I

Ingegneria Edile, 9 Marzo 1998

(Michele Campiti, Silvia Cingolani)

1. Trovare i numeri complessi z che verificano:

$$z^3\overline{z} + 3z^2 + 4 = 0.$$

2. Calcolare il limite per $x \to \pi/2^-$ della funzione:

$$f(x) = (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{cotg} x}.$$

3. *(iscritti al primo anno)* Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt[n]{n}.$$

4. Studiare l'integrale:

$$\int_0^{+\infty} \left(1 - \cos\frac{1}{x}\right) \log^4 x \operatorname{sen}^2 x \, dx.$$

5. Si studino i massimi ed i minimi relativi ed eventualmente assoluti della funzione:

$$g(x) = \operatorname{arctg}\left(\frac{2x}{x^2-1}\right).$$

Esame di Analisi Matematica I

Ingegneria Edile, 20 Aprile 1998

(Michele Campiti, Silvia Cingolani)

1. Si dica per quali valori del parametro reale a l'equazione

$$z^2 - az + (a^2 - 1) = 0$$

ha radici reali. Si dica se vi sono valori del parametro complesso α per cui l'equazione

$$z^2 - \alpha z + \alpha^2 = 0$$

ha radici reali.

2. Calcolare l'ordine di infinitesimo per $x \to 0$ della funzione:

$$f(x) = \frac{1}{1 + \mathrm{sen}^2 x} - \cos x.$$

3. *(iscritti al primo anno)* Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n + \sqrt{n}}.$$

4. Studiare il carattere dell'integrale:

$$\int_0^{+\infty} x \log\left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) \mathrm{sen} \frac{1}{x^\alpha}\, dx$$

al variare del parametro $\alpha > 0$.

5. Si studino i massimi ed i minimi relativi ed eventualmente assoluti della funzione:

$$g(x) = x^2 \exp\left(\frac{1}{|x| - 4}\right).$$