

1. L'integrale  $\int_1^{\sqrt{2}} 2x \arctan\left(\frac{1}{x}\right) dx$  vale

Risp.: **A** :  $2 \arctan \frac{1}{\sqrt{2}} - 1$    **B** :  $\sqrt{2}$    **C** :  $\arctan \frac{1}{\sqrt{3}}$    **D** : 0   **E** :  $-\arctan \sqrt{2} - 1$    **F** :  $2 \arctan \frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{2} - \arctan \sqrt{2} - 1$

2. Sia  $\tilde{y}(x)$  la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''' - 3y'' + 3y' - y = 0 \\ y(0) = 3 \\ y'(0) = 0 \\ y''(0) = 0. \end{cases}$$

Allora  $\tilde{y}(1)$  vale

Risp.: **A** : 0   **B** :  $\frac{3}{2}e$    **C** :  $3e$    **D** :  $-\frac{3}{2}$    **E** : -2   **F** :  $e^3$

3. Sia  $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  la funzione definita da  $f(x, y) = x^2 e^{-7y^2}$  e sia  $\vec{v} = (v_1, v_2)$  un versore di  $\mathbf{R}^2$ . Allora risulta  $\frac{\partial f}{\partial v}(1, 1) = 0$  se e soltanto se

Risp.: **A** :  $v_1 = 8v_2$    **B** :  $v_1 = 1, v_2 = 0$    **C** :  $v_1 = 7v_2$    **D** :  $v_1 = 0, v_2 = 1$    **E** :  $v_1 = 1, v_2 = 1$    **F** :  $v_1 = -1, v_2 = 2$

4. Sia  $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  la funzione definita da  $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy$ . Allora i punti  $P_1 = (0, 0)$  e  $P_2 = (1, 1)$  sono per  $f$

Risp.: **A** :  $P_1$  di sella,  $P_2$  di sella   **B** :  $P_1$  non è stazionario,  $P_2$  di minimo   **C** :  $P_1$  di massimo e  $P_2$  non è stazionario   **D** :  $P_1$  di sella,  $P_2$  di massimo,   **E** :  $P_1$  di sella,  $P_2$  di minimo   **F** :  $P_1$  di massimo,  $P_2$  di minimo

5. Si consideri la funzione  $g(x, y) = x^2 - \cos \pi y$  nel dominio  $A = [0, 1] \times [0, 1]$ . Definendo  $M = \max_{(x, y) \in A} g(x, y)$ ,  $m = \min_{(x, y) \in A} g(x, y)$ , si ha che

Risp.: **A** :  $m = -1, M = 1$    **B** :  $m = 0, M = 2$    **C** :  $m = 0, M = 1$    **D** :  $m = -2, M = 2$    **E** :  $m = -1, M = 2$    **F** :  $m = -1, M = 0$

6. Data la curva  $\Gamma$  di rappresentazione parametrica  $\vec{r}(t) = 3(\cos t + \sin t) \vec{i}_1 + 3(\sin t - \cos t) \vec{i}_2$ ,  $0 \leq t \leq 2\pi$ , il **versore** tangente a  $\Gamma$  nel punto  $(x_0, y_0) = (3, 3)$  corrispondente a  $t_0 = \frac{\pi}{2}$  è

Risp.: **A** :  $(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$    **B** :  $(1, 0)$    **C** :  $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$    **D** :  $(2, -1)$    **E** :  $(0, 1)$    **F** :  $(1, -2)$

7. Calcolare l'integrale curvilineo  $\int_{\Gamma} 3x ds$ , dove  $\Gamma$  è la curva di equazioni parametriche  $x = (\cos t)^2, y = (\sin t)^2$  con  $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ .

Risp.: **A** : 2   **B** :  $-3\sqrt{2}$    **C** :  $\sqrt{2}$    **D** :  $\frac{3}{2}\sqrt{2}$    **E** : 3   **F** :  $\frac{1}{4}e^3$

8. Calcolare l'integrale curvilineo  $\int_{\Gamma} e^{x^2+y^2} (x dx + y dy)$ , dove  $\Gamma$  è l'arco di ellisse di equazione  $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1$  contenuto nel primo quadrante e percorso in senso antiorario.

Risp.: **A** :  $e^2$    **B** :  $2(e^3 + e^2)$    **C** :  $-e^3 + 1$    **D** :  $\frac{1}{2}(e^3 - e^2)$    **E** : 3   **F** :  $\frac{1}{4}(e^3 - 1)$

9. Sia  $\vec{F} = (F_1, F_2) : A \subseteq \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$  un campo vettoriale di classe  $C^2$  su  $A$  aperto connesso. Sia  $B \subseteq A$  semplicemente connesso; se  $\frac{\partial F_1}{\partial y}(x, y) = \frac{\partial F_2}{\partial x}(x, y) \quad \forall (x, y) \in A$ , allora delle seguenti affermazioni

- (a)  $\vec{F}$  è un gradiente in  $A$    (b)  $\vec{F}$  è un gradiente in  $B$    (c)  $\oint_{\Gamma_1} \vec{F} \cdot d\Gamma_1 = 0$  per ogni curva chiusa  $\Gamma_1$  a valori in  $A$   
(d)  $\int_{\Gamma} \vec{F} \cdot d\Gamma$  è indipendente dalla traiettoria per ogni curva  $\Gamma$  a valori in  $B$    (e)  $F_1$  e  $F_2$  sono differenziabili in  $A$

le uniche corrette sono

Risp.:  A : a c e    B : a b c    C : a c d    D : b c e    E : a b d    F : b d e

---

10. L'integrale doppio  $7 \iint_T \frac{x^3 y}{x^2 + y^2} dx dy$ , dove  $T = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2, 0 \leq y \leq x\}$  vale

Risp.:  A :  $\frac{63}{64}$     B : 5    C : -3    D :  $-\frac{3}{4}$     E :  $\frac{1}{64}$     F : -2

---

.....  
Cognome e nome

Firma

Corso di Laurea:  $\diamond$  per l'ambiente e il territorio ;  $\diamond$  dell'automazione industriale;  $\diamond$  civile;  $\diamond$  gestionale;  
 $\diamond$  dell'informazione;  $\diamond$  dei materiali;  $\diamond$  meccanica.

---

Analisi Matematica B

31 marzo 2003

Compito 1

- Istruzioni. 1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata e segnare il corso di laurea.
2. SEGNARE nelle due tabelle riportate in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta = +3; risposta sbagliata = -0.5; risposta non data = 0.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE solo questo foglio.
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

---

*Risposte relative ai fogli allegati.*

1.	2.	3.	4.	5.
A	A	A	A	A
B	B	B	B	B
C	C	C	C	C
D	D	D	D	D
E	E	E	E	E
F	F	F	F	F

6.	7.	8.	9.	10.
A	A	A	A	A
B	B	B	B	B
C	C	C	C	C
D	D	D	D	D
E	E	E	E	E
F	F	F	F	F